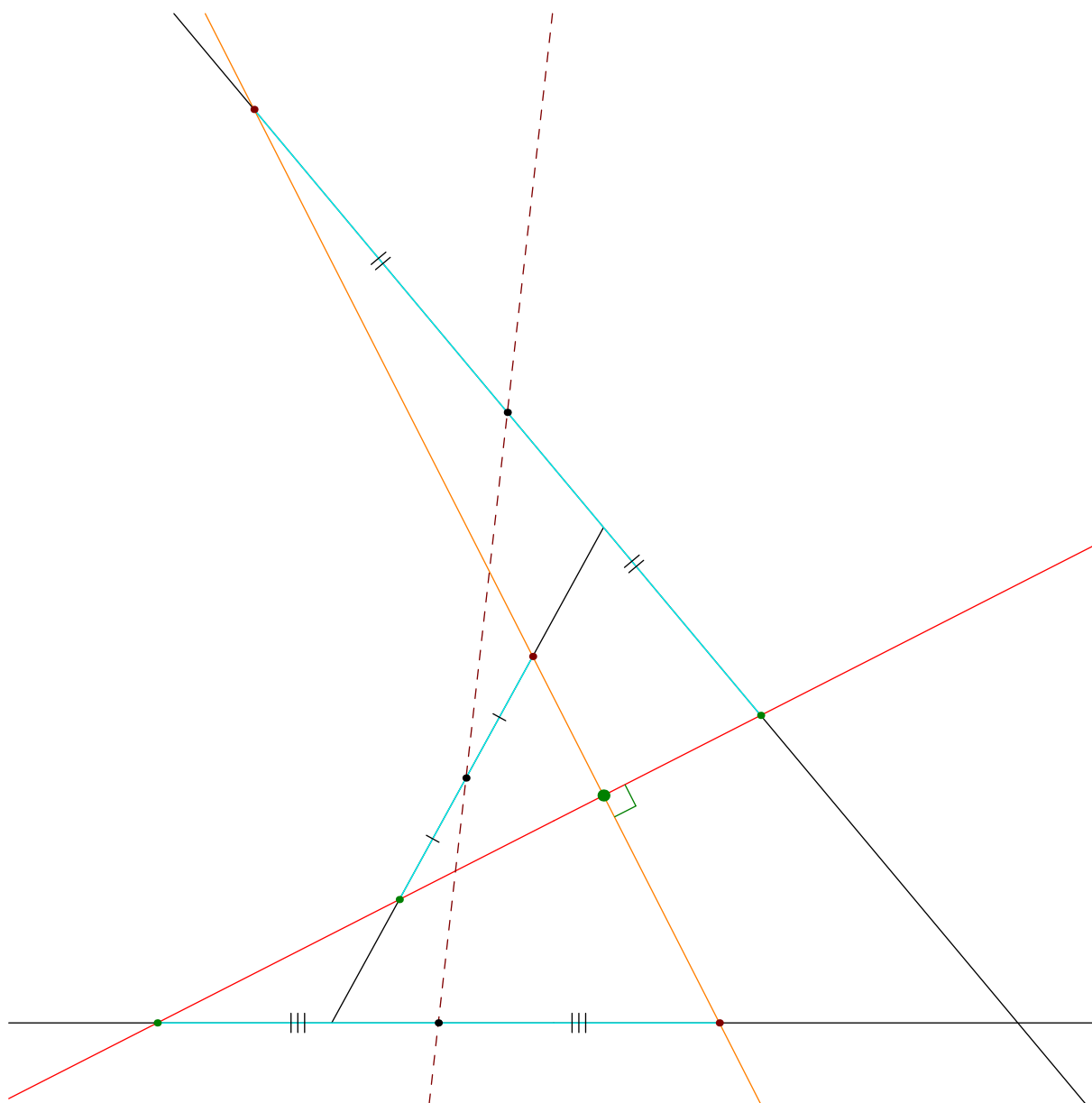


строить перпендикуляры»

Направление точных наук

Лунёв Егор (@egorrshuk)



Красноярск (не Орбита), 2024

Аннотация

Доказательство перпендикулярности – это очень частое явление в задачах. Поэтому на этом факультативе мы будем учиться проверять перпендикулярность прямых разными способами: счет углов, поиск ортоцентра, свойства ортоцентра, прямая Симсона, задача 255, ортодиагональные четырехугольники, радикальные оси, ортологичные треугольники и другие..

Чтобы понять каждую тему, нужно лишь владеть знаниями о вписанных четырехугольниках, т.е. после окончания восьмого класса вы сможете понять данный материал, если изучили эту тему. В каждой главе есть секция с задачами на эту тему. Сложность задач примерно (\approx) возрастает (\uparrow). Задачи, разделенные горизонтальной коричнево-зеленой чертой, относятся к разным темам. Все хорошие, всех люблю, приходите! ♥



1 Основная информация

1.1 Q&A

На кого рассчитан факультатив? Мой факультатив рассчитан на школьников, которые уже знают, что такое вписанные четырехугольники, это и является минимальными знаниями для факультатива. Поэтому на мой факультатив может пойти, как 8-, так и 9- или 10-классник.

Какое количество школьников я жду? Я жду у себя до 8-ми человек.

В каком формате будет проходить занятие? Вначале занятия я буду рассказывать теоретический материал – доказывать какие-то базовые или важные свойства, теоремы, леммы. После этого я буду давать им какое-то количество задач на эту тему. По ходу решения этих заданий, я буду помогать их решению, слушать их решения. В конце занятия будет разбор заданий, которые просят школьники или которые кажутся мне важными или интересными.

Какое количество задач будет? Для каждого занятия я старался оценить сверху время для решения задач, чтобы понять минимум задач на урок, которые я должен предоставить. Если я буду не успевать что-то говорить, рассказывать, то это время будет отниматься именно у решения задач.

С расчетом, что средний школьник в среднем решает среднюю задачу не менее чем за 3 минуты (опять стремление к оценке сверху количества, чтобы точно хватило), то нужно минимум 7-8 задач, но будет больше (хотелось бы минимум 10 на каждую тему, на каждое занятие).

Если школьники будут слабые/сильные? Если ко мне придут школьники, которые мало образованные в теме, для которых материал будет слишком сложный. То я уберу темы: «прямая Симсона» и «радикальная ось и линия центров». Тогда темы «свойства ортоцентра и окружность Эйлера» и «ортодиагональные четырехугольники» растянутся на два урока каждая.

Если же ко мне придут слишком сильные школьники, которые будут щелкать задачи, то я там им «Геометрию в картинках» А.В. Акопяна, там много задач, которые их удовлетворят. Но такая ситуация нежелательна, я им не дам особо новых тем, а только задач...

Что мне нужно для занятия? Из оборудования на всех занятиях мне понадобится доска, желательно маркерная, и сами маркеры. Также мне может понадобится напечатать материалы для факультатива. Еще не слишком принципиально, но мне мог бы понадобится проектор, чтобы показывать чертежи некоторых задач в Geogebra.

Чему научатся школьники? Они научатся применять классические методы решения задач, такие как: счет углов, счет отрезков и нахождение базовых конструкций. А также изучат эти самые базовые конструкции.

Будет ли что-то на ВИП? В самих буклетах есть глава "Заметки", туда школьники могут писать что хотят. Но я планирую, чтобы писали задачи, чертили задачи, придумывали задачи. И у меня есть такая идея: по ходу сезона у школьника появляется любимая задача (может она была очень сложной для него, а может просто показалась какой-то красивой). И он методами этого факультатива чертит и описывает ее доказательство, на каком-нибудь плакате. Будет замечательно, если он сможет придумать какое-то обобщение для задачи!

1.2 Общий план занятий

№	Темы	Теоретический материал и чепуха	Практический материал
1	Счет углов	Методы счета, вписанные четырехугольники, полезная (!) лемма	Решение задач, помощь в решении задач, разбор задач (по возможности)
2	Свойства ортоцентра и окружность Эйлера	Симметрии ортоцентра и другие свойства, окружность Эйлера и прямая Эйлера	
3	Ортодиагональные четырехугольники	Теорема об ортодиагональных четырехугольниках в отрезках	
4	Радикальная ось и линия центров	Степень точки, радикальная ось и радикальный центр, их частные случаи. Лемма об ортогональных четырехугольниках	
5	Прямая Симсона	Прямая Симсона и ссылка на точку Микеля	
6	Задача 255	Лемма 255 и ее внешние случаи. Внешние случаи конструкций с биссектрисами	

2 Планы занятий по отдельности

Опять стремление к **максимизации**. Только теперь максимизация **времени решения задач**, для этого я везде давал **оценку сверху** времени, которое я буду тратить на теорию. Если я буду рассказывать ее быстрее – замечательно, значит будем дольше решать задачи.

Для разбора я выделил 10 минут. Этого времени, как мне кажется, должно хватить – там ведь самые интересные задачи будут, а их не очень много. Если же школьникам потребуется больше времени, то это не проблема – задачу ведь можно рассказать и вне факультативного времени, если школьник заинтересован...

Также я провел все занятия этого факультатива со средними школьниками, у них были какие-то знания по предмету, но не было никаких знаний, о какой-либо из рассматриваемых тем. И по результатам этого занятий могу сделать такие выводы:

1. Задач очень много, в основном школьники успевают решать 4-6 задач за урок.
2. Для разбора хватает времени, т.к. разбирать первые задачи (простые) – легко и быстро.
3. Для рассказывания теоретического материала тоже хватает времени, даже если не сильно торопиться.

4. Очень удобно писать ключевые задачи для урока, чтобы школьники успевали брать самые важные знания.
5. Интеракции со школьниками должно быть больше: нужно чаще говорить с ними (как о задачах, так может и простой какой-то small talk). Как только он решил задачу – слушать их.

2.1 Счет углов

5 минут	Рассказ о себе, откуда я, кто я. Для кого предназначен факультатив, и чего я от них жду. Спрошу кто чего уже знает, чего ждет от факультатива и зачем пришел.
5 минут	Рассказ о канале «Олимпиадная геометрия», рассказ о стиле иллюстраций, о книге «Геометрия в картинках» А.В. Акопяна, раздача брошюр.
5 минут	Рассказ о счете углов, о лемме 1.2 и доказательство существования ортоцентра.
25 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия

2.2 Свойства ортоцентра и окружность Эйлера

15 минут	Рассказ об основных свойствах ортоцентра ¹ (по крайней мере о тех, которые нужны для доказательства окружности Эйлера). Рассмотрение базовой картины с параллелограммом. Доказательство окружности Эйлера.
25 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия

¹Какие-то факты планируется дать на самостоятельное рассмотрение.

2.3 Ортодиагональные четырёхугольники

5 минут	Простецкое и супербыстрое доказательство этого свойства
5 минут	Небольшой разговор о том, что вот возникают отрезки и это по-сути уже счет в отрезках. Что это вообще такое??
30 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия

2.4 Радикальная ось и линия центров

5 минут	Продолжение разговора о счете в отрезках, рассмотрение понятия о степени точки, доказательство всех свойств степени точки.
10 минут	Рассказ о радикальной оси, радикальном центре, о важности. Доказательство всех свойств.
25 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия

2.5 Прямая Симсона

3 минуты	История о Уильяме Уоллесе, несправедливости и теореме Арнольда.
7 минут	Доказательство прямой Симсона, ссылка на точку Микеля.
30 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия

2.6 Задача 255

3 минуты	Рассказ о появлении этой задачи, о Игоре Федоровиче Шарыгине, о олимпиаде его имени.
5 минут	Доказательство самой задачи, ссылка на прямую Симсона.
5 минут	Внешний случай теоремы. Разговор о внешних случаях для биссектрис.
27 минут	Решение задач, помощь школьникам с решением.
10 минут	Разбор задач по надобности школьников, или по моему желанию. Время которое не потрачено на разбор, будет потрачено на решение задач :)
50 минут	Конец занятия