

Задача 1 1 | Задача 3 1

Задача 1: (1.a) Пусть X и Y – топологические пространства, а $y_0 \in Y$. Докажите, что отображение $\iota_{y_0} : X \rightarrow X \times Y$, заданное формулой $\iota_{y_0}(x) = (x, y_0)$, является гомеоморфизмом между пространством X и подпространством $X \times \{y_0\} \subset X \times Y$ с индуцированной топологией.

(1.b) Пусть X, Y, Z – топологические пространства, а отображение $f : X \times Y \rightarrow Z$ непрерывно. Докажите, что для всякой точки $y_0 \in Y$, отображение $f_{y_0} : X \rightarrow Z$, заданное формулой $f_{y_0}(x) = f(x, y_0)$, непрерывно.

Задача 3: Существует ли отношение эквивалентности на отрезке, факторпространство по которому гомеоморфно квадрату $[0; 1]^2$? Строго обоснуйте ответ.

Доказательство. Квадрат хаусдорфов. Отрезок компактен. Значит нужно найти непрерывную сюръекцию из отрезка в квадрат. В качестве такой непрерывной сюръекции можно взять кривую Пеано (Гильберта). Ведь по теореме: *непрерывное отображение $f : X \rightarrow Y$ из компакта X в хаусдорфовое Y . То оно индуцируется до гомеоморфизма $\frac{X}{\sim_f} \rightarrow f(X)$.* \square