

Лабораторная работа 2.1.3

Определение C_P/C_V по скорости звука в газе

Введение

Цель работы:

1. измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу;
2. определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

В работе используются: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Теоретические сведения

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (1)$$

где R – газовая постоянная, T – температура газа, а μ – его молярная масса. Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2. \quad (2)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n\lambda/2,$$

где λ – длина волны звука в трубе, а n – любое целое число. Если это условие выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает – наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения. Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через $\lambda/2$. Между узлами находятся максимумы смещения.

Скорость звука c связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f. \quad (3)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте f звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны λ) можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n\frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n\frac{\lambda}{2} + k\frac{\lambda}{2}, \quad (4)$$

т. е. $\lambda/2$ равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы L от номера резонанса k . Скорость звука находится по формуле (3).

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k). \quad (5)$$

Из (3) и (5) имеем:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}n, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{c}{2L}, \quad \dots, \\ f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k. \quad (6)$$

Скорость звука, деленная на $2L$, определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

Экспериментальная установка

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки. В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

В нашей работе используется вторая установка (рис. 1). Она содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

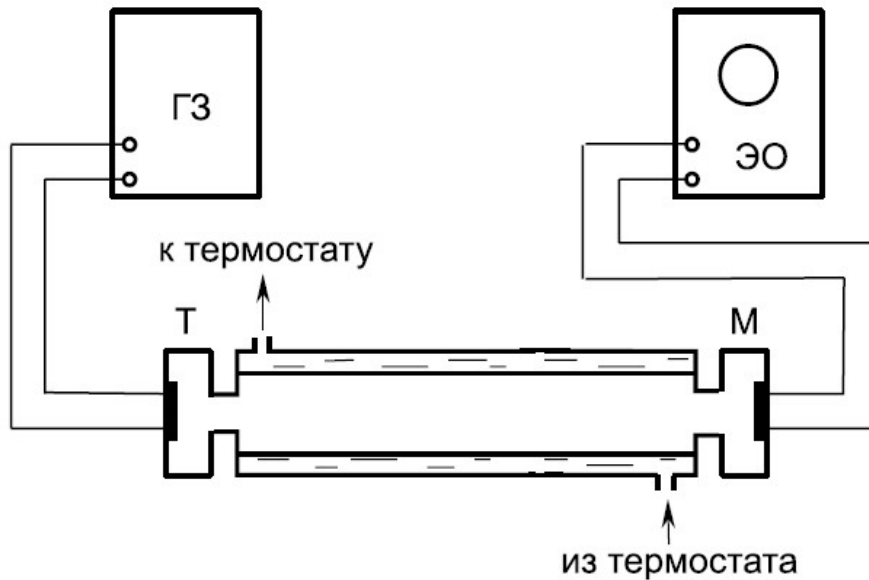


Рис. 1: Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

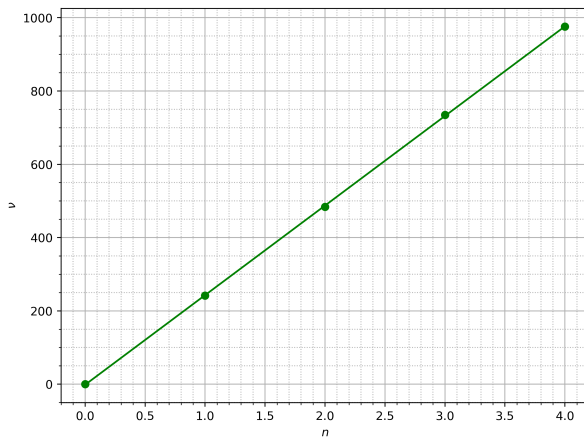
Обработка данных

Проведём измерения C_p/C_v для воздуха при различных температурах. Для этого будем использовать трубу постоянного размера $L = (700 \pm 1)$ мм. Для фиксированной температуры будем изменять частоту звукового сигнала, тем самым изменяя и длину волны, так, чтобы мы могли наблюдать последовательные резонансы. Для каждого резонанса будем фиксировать частоту, при которой он возник. Полученные измерения занесём в таблицу

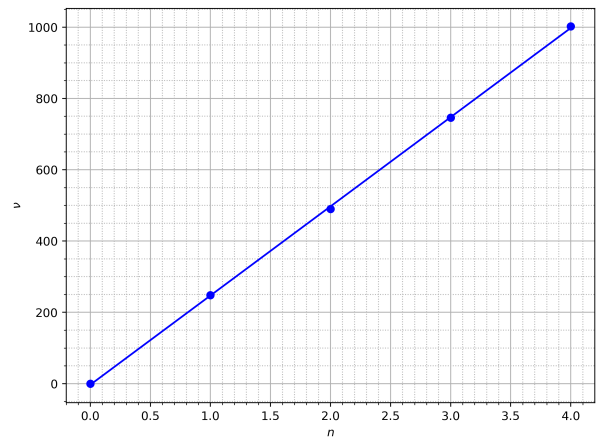
n	Температура, С			
	22.4	32.1	43.9	52.0
	ν , Гц			
1	255	257	265	270
2	497	505	511	523
3	739	747	760	775
4	990	1003	1017	1026
5	1231	1259	1273	1285

Таблица 1: Результаты экспериментов

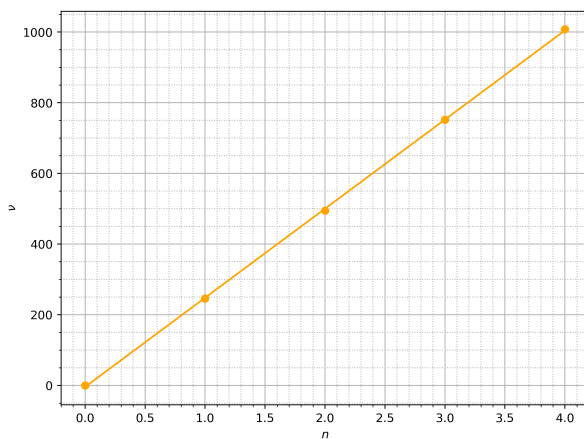
По полученным экспериментальным данным построим графики зависимости $f_n(n)$.



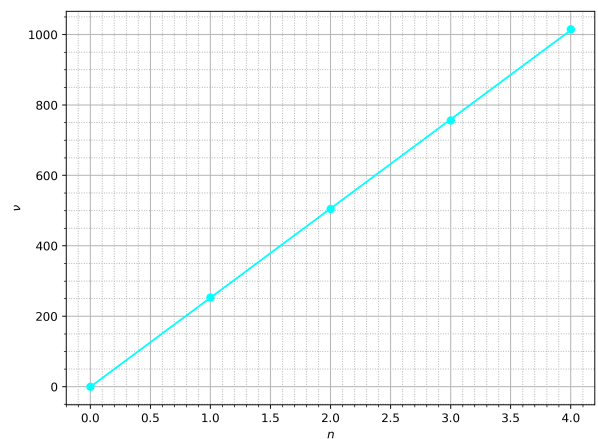
22.4 C



32.1 C



43.9 C



52.0 C

Рис. 2: Экспериментально полученные точки и аппроксимации

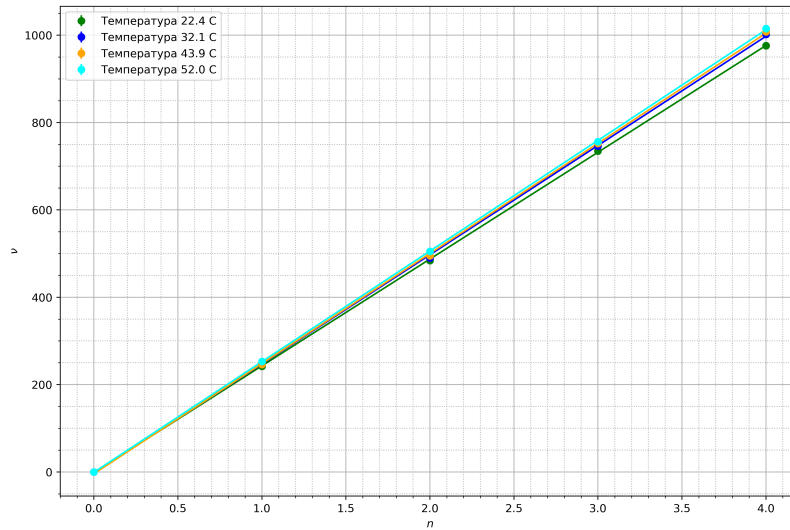


Рис. 3: Экспериментально полученные точки и аппроксимации

Аппроксимируем полученные зависимости прямыми $y = kx$ используя метод наименьших квадратов. k и их погрешности рассчитываем с помощью `numpy`. Результаты заносим в таблицу 2

Согласно формуле (6):

$$k = \frac{c}{2L} \Rightarrow c = 2Lk$$

$$\sigma_c = c\sqrt{\varepsilon_L^2 + \varepsilon_k^2}$$

$T, ^\circ C$	ε_L	ε_k
22.4	0.001	0.003
32.1	0.001	0.005
43.9	0.001	0.004
52.0	0.001	0.002

Рассчитываем c и его погрешность. Результаты заносим в таблицу 2.

Кроме того, по формуле (2):

$$\gamma = \frac{\mu}{RT}c^2$$

$$\sigma_\gamma = \gamma\sqrt{\varepsilon_T^2 + 2\varepsilon_c^2}$$

$T, ^\circ C$	ε_T	ε_c
22.4	0.0002	0.0032
32.1	0.0002	0.0054
43.9	0.0002	0.0056
52.0	0.0002	0.0027

Рассчитываем γ и его погрешность, заносим результаты в таблицу 2.

$T, ^\circ C$	k, c^{-1}	σ_k, c^{-1}	$c, \text{м/с}$	$\sigma_c, \text{м/с}$	γ	σ_γ
22.4	342.3	1.1	342.3	1.1	1.384	0.005
32.1	350.3	1.2	350.3	1.9	1.403	0.008
43.9	353.1	1.1	353.1	1.6	1.373	0.006
52.0	354.6	0.6	354.6	1.0	1.350	0.004

Таблица 2: Результаты вычислений при различных температурах

Согласно полученным данным, можно утверждать, что γ остаётся постоянной в исследуемом диапазоне температур. Поэтому усредним результаты, полученные при различных значениях температуры и получим для воздуха:

$$\boxed{\gamma = 1.378 \pm 0.003} \quad (\varepsilon = 0.2\%)$$

Сравним полученные данные с табличными. Согласно справочнику, показатель адиабаты для воздуха при нормальных условиях равен $\gamma = 1,4$. Результаты измерения незначительно отличаются от табличных.

Обсуждение результатов

В результате проделанной работы:

- определен показатель адиабаты с помощью уравнения зависимости скорости распространения звуковой волны в газах:

$$\gamma = 1.378 \pm 0.003 \quad (\varepsilon = 0.2\%)$$

- получена величина скорости звука в воздухе при разных температурах

$$- c = 342.3 \pm 1.1 \quad (\varepsilon = 0,3\%) \text{ при } T = 22.4^\circ C$$

$$- c = 350.3 \pm 1.9 \quad (\varepsilon = 0,5\%) \text{ при } T = 32.1^\circ C$$

$$- c = 353.1 \pm 1.6 \quad (\varepsilon = 0,5\%) \text{ при } T = 43.9^\circ C$$

$$- c = 354.6 \pm 1.0 \quad (\varepsilon = 0,3\%) \text{ при } T = 52.0^\circ C$$

Результаты измерения незначительно отличаются от табличных. Это может быть связано с большой неточностью определения резонансных частот на второй установке. Чтобы этого избежать, необходимо использовать генератор частоты с возможностью более точной настройки для возможности чёткого отслеживания резонансов.

Выводы

В ходе данной работы:

1. исследована зависимость коэффициента адиабаты γ от температуры газа. Было получено, что показатель адиабаты не зависит от температуры в диапазоне температур $20 - 60^\circ C$
2. определен показатель адиабаты для воздуха при помощи установки, на которой длина трубы оставалась постоянной на протяжении всего опыта, а резонансы достигались при помощи изменения частоты звукового сигнала

$$\boxed{\gamma_L = 1.378 \pm 0.003} \quad (\varepsilon = 0.2\%)$$

3. измерены частоты колебаний звуковых волн при резонансе в воздухе, заполняющем трубу.