Introducción a la Computación

Contenidos

Programa de la materia

Unidad I: La información

1. Concepto de Información
2. Procesamiento de la información: evolución histórica
3. Sistemas de numeración:
   3.1. Sistemas posicionales y no posicionales
   3.2. Sistema decimal
   3.3. Sistema binario
   3.4. Sistema hexadecimal
4. Unidades de información
   4.1. bits, bytes, nibbles, palabras
   4.2. Múltiplos y submúltiplos

Unidad II: Arquitectura y organización de computadoras

1. Modelo computacional binario elemental
   1.1. Memoria
   1.2. CPU
   1.3. Conjunto de instrucciones
   1.4. Ciclo de instrucción
2. Representación e interpretación de la información
   2.1. Instrucciones, datos, números, caracteres, ASCII, multimedia, etc.
3. Programa almacenado
4. Lenguajes
   4.1. Lenguaje de máquina
   4.2. Lenguaje de alto nivel
   4.3. Intérpretación
   4.4. Compilación

Unidad III: Sistemas operativos

1. Modelo de Sistema de Computación
   1.1. Usuarios
   1.2. Programas de aplicación
   1.3. Sistema operativo
   1.4. Hardware
2. Definición de sistema operativo
   2.1. Por lo que es
   2.2. Por lo que hace
3. Componentes del SO
   3.1. Kernel

   3.2. Shell
   3.3. Otros componentes
   3.4. Procesos y recursos
4. Funciones de un SO
   4.1. Planificación de procesos
   4.2. Planificacion de recursos (memoria, sistema de archivos, almacenamiento secundario)
   4.3. Protección y control
   4.4. Contabilidad
5. Evolución histórica de los SO
   5.1. Desde máquina pelada hasta sistema embebido
   5.2. Monoprogramación y multiprogramación
   5.3. Batch e interactivo
6. Servicios de un SO
   6.1. Ejecución de programas
   6.2. Operaciones de E/S
   6.3. Manejo del file system
   6.4. Detección de errores
   6.5. Comunicaciones
   6.6. System calls, traps

Unidad IV: Transmisión de datos

Unidad I: La Información

No es ningún secreto que la vida moderna nos da muchas herramientas para hacer las cosas más rápidas, o más fáciles; o para hacer cosas que hace tiempo no se hubieran creído posibles. A través de Internet podemos manejar nuestras cuentas bancarias, consultar los diarios, mirar videos, estudiar, comunicarnos con nuestros amigos y miles de otras cosas. Sacamos fotos con celulares o con cámaras digitales, nos comunicamos con teléfonos móviles, leemos libros electrónicos, jugamos o escuchamos música con dispositivos portátiles. Hasta los autos y los lavarropas tienen una determinada inteligencia para hacer las cosas.

En todos estos casos, hay algo en común: en todas estas situaciones, existe esencialmente algún **dispositivo** que **procesa información**.

Diariamente utilizamos información en casi todo lo que hacemos. La necesitamos para poder desarrollar nuestra vida diaria. En esta materia nos vamos a ocupar de conocer, entre otras cosas, qué es la información, cómo es que se procesa la información por medios automáticos y cómo están construidos los dispositivos capaces de hacerlo.

Datos e información

Cuando Alicia dice “19/3/95”, nos está comunicando un **dato**. Cuando además nos dice que ese dato es su fecha de nacimiento, nos está dando **información**. La información se compone de datos, pero puestos en contexto de manera que sean relevantes, es decir, importantes, y modifiquen de alguna manera nuestra visión del mundo.

Esta información puede ser producida, almacenada, recuperada, comunicada, procesada, de varias maneras.

- La información se **produce** a raíz de algún **evento** importante, a partir del cual podemos **tomar alguna decisión**.
    - Evento: las tostadas saltan de la tostadora. Información: las tostadas están listas. Decisión: sacarlas de la tostadora y comerlas.
    - Evento: el semáforo para peatones cambia a “caminar”. Información: me toca el paso. Decisión: avanzar y cruzar la calle.
    - Evento: Alicia nos dice "hoy cumplo 18 años". Información: es el cumple de Alicia. Decisión: felicitarla, y quizás hacerle un regalo.
- Cuando la información se **almacena**, es porque queda escrita o registrada de alguna forma en un **soporte** o medio de almacenamiento. Puede tratarse de un papel escrito con la lista de las compras, una pantalla que muestra horarios de llegada de aviones, o un pendrive con canciones.
- La información puede ser **comunicada**. Comunicamos información al recitarle la lista de las compras al almacenero; al decirle por teléfono a alguien a qué hora vamos a llegar mientras miramos la pantalla de los horarios; al escuchar las canciones almacenadas en el pendrive.
- A veces, para poder comunicar información hace falta **copiarla** de un soporte a otro. Ocurre esto al pasar en limpio la lista de compras en otro papel; o al ingresarla en la computadora, o al sacarle una foto.

¿En qué otras situaciones se produce información? Describa situaciones de la vida diaria donde la información se almacene. ¿Qué ejemplos de soportes de información conoce? ¿Se puede perder la información? ¿Se puede destruir un soporte de información y sin embargo conservarse la información? ¿Puede existir información sin un soporte? ¿Qué otras situaciones de comunicación de información puede describir?

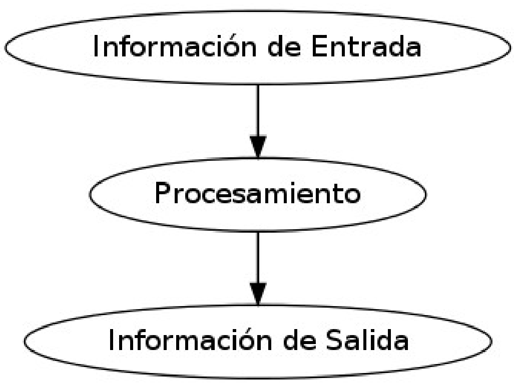
Procesamiento de la información

Cuando decimos que la información es **procesada**, queremos decir que hay alguien o algo que modifica esa información, presentándola de otra manera o combinándola con alguna otra pieza de información. Ese alguien o algo es un **agente** (agente quiere decir "que realiza una acción") de procesamiento de información. Todos procesamos información continuamente, durante todo el día, para varios fines.

El procedimiento exacto que se necesita para modificar la información depende de cada problema, de la forma como está representada la información, y de la forma como se desea obtener al final. Para lograr esa transformación se requiere utilizar la información tal como está representada, y operar con ella para crear una representación diferente.

Ese procedimiento necesario, en teoría, puede ser llevado a cabo por una o varias personas. Es lo que hacen, por ejemplo, los docentes en los colegios cuando toman la planilla de notas y calculan la nota final para cada alumno; los empleados contables, cuando toman el registro de asistencias e inasistencias de un empleado junto con su legajo y calculan el monto de lo que debe cobrar; el médico, cuando recibe el análisis de sangre de un paciente y combina esos datos con sus propias observaciones del paciente para formular un diagnóstico; el sistema de navegación automática de un avión, cuando analiza los datos de su posición y velocidad, y calcula la corrección necesaria para mantener el rumbo.

Un agente de procesamiento de información, primero que nada, debe **recuperar** esta información, es decir, leerla del soporte donde está almacenada. La información de la cual se parte para resolver un problema se llama información de entrada, o simplemente **entrada**; y la que produce el agente de procesamiento, información de salida, o simplemente **salida**.



Tratamiento automático de la información

La información es tan importante para nuestras actividades, que resulta interesante comprender y aplicar las formas de procesarla en forma **automática**, es decir, usando máquinas. Las ventajas son, por supuesto, que es posible construir máquinas que ejecuten este procesamiento sin cansarse, sin equivocarse, y en muchísimo menos tiempo. Y como consecuencia de todo esto, a mucho menor costo.

En muchos casos, el procesamiento de información podría hacerse a mano. Lamentablemente, algunos casos de procesamiento de información son tan complicados, o llevan tanto trabajo, que a mano resultan impracticables. En caso de realizarlos a mano, con lápiz y papel, el resultado tardaría tanto en estar disponible que directamente no serviría para nada.

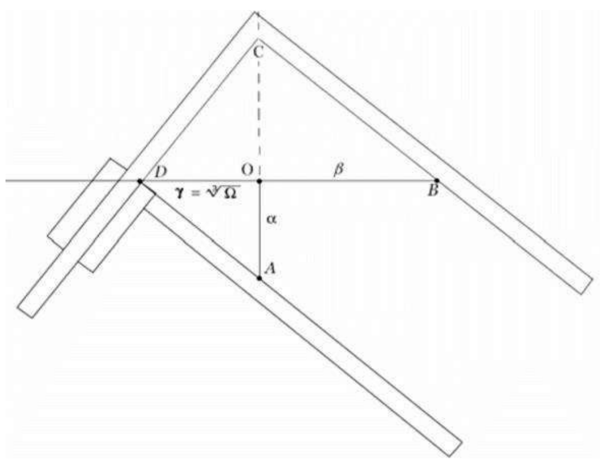
Ejemplo

¿De dónde sale la información que nos da la señorita del pronóstico del tiempo por la televisión? ¿Cómo se computa esta información? ¿Cuánto tiempo le llevaría a una persona realizar esos cálculos? ¿Y a más de una persona?

Perspectiva histórica

En realidad, el procesamiento de información viene de muy antiguo. Todos los pueblos que han desarrollado sistemas de escritura, con alfabetos u otros sistemas de signos, han sido capaces de almacenar información. Inclusive podemos decir que es antiguo el tratamiento de la información por medios más o menos **automáticos**, y más o menos mecánicos. El *ábaco*[1] es un mecanismo de cómputo antiquísimo, extremadamente simple y maravillosamente efectivo, que aún se enseña en las escuelas de algunos países. Los *quipus*[2] de los incas fueron una forma de almacenamiento de información. Los pueblos antiguos diseñaron máquinas, a veces sumamente complicadas, para ayudarse en el diseño de armas[3], o para completar cálculos astronómicos[4].

Extractor mecánico de raíces cúbicas, inventado por un geómetra griego anónimo de los siglos III o IV. Se utilizaba para calcular el diámetro de las cuerdas de una catapulta.



1 http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81baco
2 http://es.wikipedia.org/wiki/Quipus
3 http://www.mlahanas.de/Greeks/war/Catapults.htm
4 http://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo_de_Anticitera

—Los alejandrinos han obtenido una fórmula —dijo Arquímedes, satisfecho—. Es probable que tú no la conozcas porque todavía es nueva, pero se han hecho muchas pruebas con ella, y funciona. Se toma el peso que debe ser lanzado y se multiplica por cien, luego se calcula la raíz cúbica, se le suma un décimo, y de ese modo se obtiene el diámetro del calibre en ancho de dedos.
Eudaimon se burló.
—¿Y qué es una raíz cúbica, en nombre de todos los dioses? —preguntó.
Arquímedes lo observó, demasiado asombrado para poder hablar. «La solución al problema délico —pensó—, la piedra angular de la arquitectura, el secreto de la dimensión, la diversión de los dioses.» ¿Cómo era posible que alguien que fabricaba catapultas no supiese lo que era una raíz cúbica?
Eudaimon lo miró con desagrado. Luego arrugó el papiro con furia, simuló limpiarse el trasero con él y lo arrojó al suelo.

Fragmento de *El Contador de Arena*, de Gillian Bradshaw.

Lo que nos diferencia de estos pueblos antiguos es que con la tecnología moderna podemos tratar cantidades muchísimo más grandes de información, en tiempos muchísimo más reducidos, y con formas de procesamiento muchísimo más complicadas, usando, claro está, computadoras.

Representación analógica y digital

Esos dispositivos de la antigüedad tienen además una diferencia importante con las computadoras modernas. Las computadoras que usamos hoy sólo pueden tratar la información cuando está expresada, o representada, mediante **valores discretos**, es decir, **numerables**[5]**.** Por esto se dice que las computadoras modernas son **sistemas digitales** (es decir, basados en dígitos, o números).

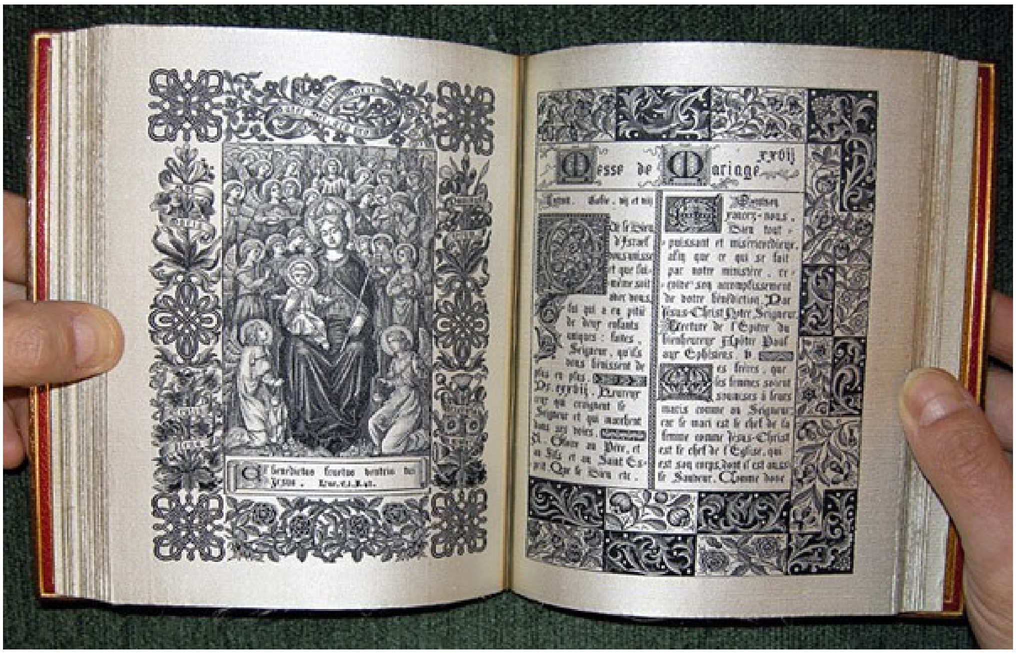
Contrariamente, algunos de los dispositivos antiguos que hemos visto, como el extractor de raíces cúbicas, son una forma de **computadoras analógicas**. Los sistemas analógicos tratan con la información representada como un conjunto de **valores continuos**. Las variables físicas (peso, temperaturas, distancias, tiempos) suelen tomar valores continuos: un objeto puede pesar 2Kg, 3 Kg, o cualquier valor intermedio. En cambio, la cantidad de objetos es un valor digital.

En una computadora digital no pueden representarse todas las cantidades que pueden tomar las variables analógicas. Si bien en Matemática tenemos perfectamente definido el valor de "raíz de 2" (que es *el número que, elevado al cuadrado, da 2*), en computación no podemos representarlo con toda precisión. En un sistema digital sólo podemos trabajar con **aproximaciones** a $\sqrt{2}$, porque al ser un irracional **tiene infinitos decimales**. Lo mismo pasa con cualquier otro número irracional (como **Pi**), y con muchos números racionales. Y además, tenemos limitaciones para trabajar con enteros demasiado grandes, o demasiado pequeños. Todo esto se debe a que los **recursos físicos** de una computadora digital para almacenar dígitos de información siempre son limitados.

La idea de representar **digitalmente** la información, de todos modos, no es algo exclusivo de nuestros

5 http://es.wikipedia.org/wiki/Variable_discreta_y_variable_continua

días. A principios del siglo XIX ya existía el telar de Jacquard[6], ingenioso dispositivo para tejer telas usando tarjetas perforadas. Estas tarjetas eran una forma **digital** de representación de información; en este caso, de patrones de diseño bidimensionales. Como suele ocurrir en ciencia y tecnología, este aparato inspiró a otros, entre ellos a Charles Babbage[7], quien ideó lo que se considera la primera computadora (que no pudo funcionar porque la tecnología de su época no estaba suficientemente avanzada) y a Herman Hollerith[8], quien desarrolló una computadora digital electromecánica que sirvió para automatizar los primeros censos de la inmigración europea hacia América del Norte.



"Libro de Plegarias" impreso en 1886 sobre seda, utilizando el telar de Jacquard con tarjetas perforadas. ¡Un antecesor del libro electrónico!

La información como objeto matemático

No hay una única definición de información, ya que cada ciencia o disciplina utiliza el concepto en forma diferente. Un epistemólogo define la información como "una diferencia que importa[9]". Wikipedia dice que la información es "una secuencia de símbolos que puede ser interpretada como un mensaje[10]". Si preguntamos a una persona cualquiera qué significa para ella información, es posible que lo primero que se le venga a la cabeza sean las noticias del diario o de la TV.

Aunque todo lo anterior resulta correcto en su contexto, nosotros hablaremos de información en un sentido más preciso. Esto implica considerar la información desde un punto de vista matemático.

Siempre que los matemáticos consideran cosas del mundo real para trabajar, tratan de quedarse con lo esencial de esas cosas, aquello que puede ser reducido a cantidades y propiedades esenciales. Este

6 http://es.wikipedia.org/wiki/Telar_de_Jacquard
7 http://es.wikipedia.org/wiki/Charles_Babbage
8 http://es.wikipedia.org/wiki/Herman_Hollerith
9 http://es.wikipedia.org/wiki/Gregory_Bateson
10 http://es.wikipedia.org/wiki/Informaci%C3%B3n

procedimiento mental se llama **abstracción**. Cuando pensamos en la información en forma abstracta, no nos importa cómo está construido el mensaje (la **sintaxis**) ni lo que quiere decir (la **semántica**). Al abstraer datos, símbolos y mensajes, dejamos afuera su forma y su significado, sacando todo lo que sobra, y nos queda... *la información*. Ahora esta información puede ser medida y reducida a unidades.

Para ejemplificar, volvamos al episodio de la tostadora que eyecta sus tostadas listas. Ésta era una situación de producción de información. Si comenzamos a abstraer propiedades no esenciales de esa situación, ¿qué nos queda? Para el matemático no es importante que se trate de una tostadora, ni de tostadas, ni que el evento sea exactamente la eyección de una tostada. Lo importante es que *antes no había ocurrido el evento, y ahora sí*. En el caso del semáforo, no es importante que se trate de un semáforo, ni la altura a la cual está puesto, ni siquiera el color. Lo importante es que se ha producido el evento. Antes no había ocurrido el evento, y ahora sí. Antes, el símbolo era uno, y ahora es otro. Esta diferencia en el tiempo es lo que genera la información, no la tostadora, ni la tostada, ni el semáforo.

Si alguien no pudiera ver la tostadora, o el semáforo, y necesitara tomar una decisión, podría preguntar a alguien más si el evento ya ha ocurrido, y ese alguien más podría responderle **"sí" o "no"**. Esa persona le estaría comunicando la información necesaria para tomar la decisión. Ésta es la "diferencia que importa" y es la mínima unidad de información que se puede comunicar.

Las preguntas "de sí o no" se llaman preguntas **binarias**, porque su respuesta tiene dos posibilidades. Esa respuesta permite tomar una decisión entre dos posibles acciones (retirar la tostada/no retirar la tostada; avanzar/no avanzar). No hay una decisión más simple, ¡porque no se puede tomar una decisión entre **menos** posibilidades!

La cantidad de información que es aportada por la respuesta a una pregunta binaria recibe el nombre de **bit**. Un bit es, en definitiva, una pieza de información que puede tomar uno de dos valores. Esos dos valores suelen representarse con **0 y 1**, que como veremos más adelante, son los dos dígitos del **sistema de numeración binario**. El dígito binario, o, abreviadamente, "bit", es la **mínima unidad de información** en Informática. Al haber identificado esa unidad mínima de información, ahora podemos medir la "cantidad de información" de cualquier pieza de información.

Si quisiéramos diseñar un artefacto de comunicación de información muy simple, podríamos hacerlo con una luz eléctrica provista de un interruptor. Cuando la persona interesada en comer la tostada viera la luz encendida, recibiría la información de que la tostada está lista. Nuestro dispositivo de comunicación habría acabado de comunicar **un bit de información**.

En una escena de una película muy popular de no hace mucho tiempo, hay un dispositivo similar para comunicar el inicio de una guerra... ¿Recuerdan la escena? ¿De cuál película estamos hablando?

¿Cómo se analiza esta escena en términos de información? ¿Qué operaciones tienen lugar sobre la información durante toda la secuencia? ¿Cuánta información se transmite? ¿Quiénes son los agentes de procesamiento?

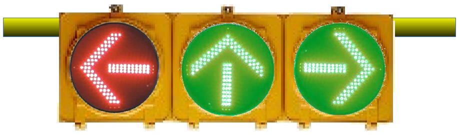
Cantidad de información

El semáforo para peatones del ejemplo comunica un bit de información, porque nos permite decidir entre avanzar y no avanzar. Uno compuesto, como los semáforos para automovilistas que indican permiso de avanzar y permiso de giro, nos permite decidir entre más posibilidades. Representemos esas posibilidades:

Semáforo de avanzar	Semáforo de giro a izquierda	Interpretación
Verde	Verde	Puedo avanzar o girar
Verde	Rojo	Puedo avanzar pero no girar
Rojo	Verde	No puedo avanzar pero sí girar
Rojo	Rojo	No puedo ni avanzar ni girar

Los dos elementos del semáforo compuesto, independientes pero combinados, suman **dos bits** y nos dan la decisión entre **cuatro** posibilidades. Sin embargo, tomados individualmente, cada elemento del semáforo sigue comunicando un bit de información. Cada vez que agrego un bit de información, **multiplico por dos** las posibles decisiones.

¿Cuántas situaciones posibles nos da un semáforo que tiene **tres elementos**: luz de avanzar, luz de giro a izquierda y luz de giro a derecha? Digamos que la luz de giro a la izquierda puede estar encendida o apagada, y que es el primer elemento del semáforo. Lo mismo la luz de avanzar, y supongamos que es el segundo elemento. Lo mismo para el tercer elemento, que es la luz de giro a la derecha. Utilicemos una notación muy resumida para especificar este semáforo de tres elementos. Escribamos una luz encendida como “1” y una luz apagada como “0”. No es coincidencia que elijamos precisamente esos símbolos, que son los dígitos del **sistema binario** de numeración.



Entonces un estado posible del semáforo sería **011**, que quiere decir: **no puedo girar a la izquierda, pero sí puedo avanzar, o girar a la derecha**. Si escribimos todas las combinaciones posibles de tres símbolos 0 y 1 tendremos las ocho posibilidades:

000

001

010

011

100

101

110

111

Como puede verse, hay una relación muy directa entre la cantidad de posibilidades para un evento, la cantidad de información que necesitamos para describir completamente ese evento (es decir, para representar todas sus posibilidades), y los números binarios de una cierta cantidad de dígitos.

- ¿Cuántos bits necesitamos para representar un evento que tiene **16** posibilidades?
- ¿Cuál es la fórmula general para conocer la cantidad de bits (o de dígitos binarios) necesarios para describir un evento de **n** posibilidades? Si numeramos las posibilidades de ese evento con números decimales, comenzando desde 0, ¿qué número le corresponde a la última posibilidad?
- ¿Cuántas posibilidades puedo representar con un conjunto de **ocho bits**?
- Ana piensa un número entre **0** y un número máximo conocido, **M**, y Belén tiene que adivinarlo. A Belén se le permite hacer preguntas del tipo “¿Es mayor o menor que X?”, y Ana contesta correctamente. ¿Cuáles deben ser esas preguntas? ¿Cuánta información le da a Belén cada respuesta? Si se sabe que el número pensado por Ana está entre 0 y 8 inclusive, ¿en cuántas preguntas puede Belén adivinar el número pensado? Dicho en otras palabras, ¿cuántos bits de información necesita Belén? ¿Y si el número pensado por Ana está entre 0 y 16? ¿Y entre 0 y 255? ¿Y entre 0 y 1023?

Información y computadoras

Si bien el tratamiento de la información tiene una existencia independiente de la computación, hoy prácticamente toda la información se trata mediante **computadoras**. El Diccionario de la Lengua de la Real Academia Española dice que el término **Informática** viene del francés y designa el "conjunto de conocimientos científicos y técnicas que hacen posible el tratamiento automático de la información por medio de ordenadores"[11].

Sin embargo, hay que tener presente que la información y su tratamiento presentan muchos problemas interesantes para la ciencia aun sin necesidad de pensar en utilizar computadoras, o aunque las computadoras nunca se hubieran inventado. Es decir: **Informática** y **Computación** son dos disciplinas diferentes, aunque estrechamente relacionadas.

Los circuitos de las computadoras electrónicas son más fáciles de diseñar y construir, más económicos, y más útiles, cuando funcionan en base a sólo dos clases de señales o **estados**. Los microscópicos circuitos de las computadoras digitales modernas están en uno de dos posibles estados: activo o inactivo. Por este motivo se llaman **biestables**. Un elemento biestable de una computadora está **activo** cuando por él circula una determinada corriente. En esta condición, o estado, el biestable representa un 1. Cuando el mismo elemento está inactivo, representa un 0. De esta forma, las computadoras son dispositivos construidos de modo de poder manipular bits.

¿Por qué las computadoras son capaces de procesar tantas clases diferentes de información? Para poder ser almacenada, recuperada, procesada o comunicada por una computadora, la información debe estar representada por bits. Al ser capaces de tratar con bits y bytes, las computadoras pueden procesar cualquier clase de información, porque cualquier pieza de información puede descomponerse en partes y ser representada por bits. A la hora de representar datos de la vida real, para tratarlos por medios automáticos (es decir, al momento de procesar información con computadoras), esos datos pueden ser traducidos a bits de muchas maneras. Una forma natural de representar los números enteros, por ejemplo, es utilizar el sistema binario de numeración. Esta representación se traduce a bits de manera inmediata: un 0 o 1 binario será un bit con estado respectivamente inactivo, o activo, en la circuitería de la computadora.

Veremos más sobre la importancia de los bits cuando hablemos de la arquitectura de las computadoras.

11 http://lema.rae.es/drae/?val=inform%C3%A1tica

Sistemas de numeración

Para representar números, habitualmente utilizamos el sistema de numeración decimal, que tiene diez **dígitos** (llamados así porque representan a los diez dedos con los que contamos). Como todos sabemos, éstos son el 0, el 1, el 2, el 3, el 4, el 5, el 6, el 7, el 8 y el 9.

¿Cómo podemos contar objetos en cantidades mayores que diez, con solamente diez dígitos? El truco es crear un sistema **posicional**, donde los dígitos tienen diferente valor según en qué lugar del número se encuentran.

Contando con el cero y los naturales

Asignamos dígitos a las cosas que queremos contar, y cuando se agota la secuencia de los dígitos, agregamos un nuevo dígito **1** a la izquierda para representar el hecho de que se nos acabó **una vez** la secuencia, y volvemos a empezar:

		0...	Cero...
		1...	uno...
		...	(varios dígitos...)
		7...	siete...
		8...	ocho...
		9...	nueve... ¡se acabaron los dígitos!
No importa, tomemos un nuevo dígito para la posición siguiente a la izquierda...	**1**	**0...**	y repetimos la misma secuencia de diez dígitos a la derecha volviendo a empezar... diez...
	1	**1...**	once...
	1	**2...**	doce...
		...	y seguimos...
	1	**8...**	dieciocho...
	1	**9...**	diecinueve... ¡se acabaron 2 veces los dígitos!
Tomemos el siguiente dígito en la secuencia para la posición de la izquierda...	**2**	**0...**	y repetimos la secuencia a la derecha de nuevo...
y sigamos contando...	**2**	**1...**	veintiuno...
	2	**2...**	veintidós...

¿Qué pasa cuando se agota la secuencia en la posición de la izquierda? Es decir, ¿qué pasa cuando llegamos al **99**? ¿Y al **999**? Tenemos que tomar todavía una posición más a la izquierda y volver a empezar la secuencia con todas las posiciones de la derecha (luego del **99** escribimos **100**). Esto ocurre en una posición diferente, cada vez más a la izquierda, cada vez que agotamos la secuencia.

Como vemos, este procedimiento puede seguir indefinidamente, permitiendo escribir números de cualquier cantidad de dígitos.

Sistemas posicionales

Nuestro sistema es posicional: cuando escribimos un número, el **valor absoluto** de cada dígito será siempre el mismo, pero su significado o **valor relativo** depende de la posición donde se encuentra. El **2** es un dígito cuyo valor absoluto es, claro, **2**. Pero el dígito **2** de la línea donde contamos **veintiuno (21)** no tiene el mismo valor relativo que el **2** de la línea **doce (12)**. Los símbolos que se encuentran más a la izquierda tienen mayor valor relativo: el **2** de **veintiuno** vale **veinte**, o sea **diez veces más** que el **2** de **doce**, porque representa el hecho de que la secuencia de **diez** dígitos se agotó dos veces.

En el número **21**, el **2** está desplazado a la izquierda una posición; por lo tanto, su valor se multiplica por **10**, valiendo **20**. En el número **215**, el **2** está desplazado a la izquierda dos posiciones; por lo tanto su valor se multiplica **dos veces** por **10** (o sea, $\mathbf{10 * 10 = 10^2 = 100}$), dando **200**.

La cantidad de dígitos de un sistema numérico se llama la **base** del sistema. En cualquier sistema posicional, cada vez que un dígito se desplaza a la izquierda una posición, para obtener su valor relativo hay que multiplicarlo por una potencia de la base del sistema (cualquiera sea dicha base). En este caso, la base es **10**, porque estamos utilizando el sistema decimal. Cuando escribimos **215**, en realidad estamos expresando su desarrollo como suma de potencias de la base:

$$\mathbf{2 * 10^2 + 1 * 10^1 + 5 * 10^0}.$$

Cuando escribimos el “número” **215**, lo que estamos escribiendo en realidad son los coeficientes de las potencias de la base en el desarrollo del número **215**. Para que este desarrollo sea el correcto, las potencias de la base deben estar **ordenadas descendentemente** (es decir, de mayor exponente a menor exponente) y **completas** (sin que falte ningún exponente).

Preguntas

- ¿Cuál es el desarrollo en potencias de 10 del número 1322? ¿Y del 10502?
- ¿Qué potencias de la base utilizamos cuando escribimos números con coma (o punto) y parte fraccionaria? ¿Cómo son los exponentes de esas potencias?
- ¿Cuál es el desarrollo en potencias de 10 del número 125.61?

Símbolos y significado de los dígitos

Ya que estamos, tratemos de aclarar lo siguiente, que es un poco difícil de explicar: los símbolos que escribimos, y que llamamos "números", no son más que una representación de los verdaderos **números**. ¿Se entiende esto? A ver con ejemplos:

- La figura siguiente no es música.

  Es solamente una notación para los sonidos musicales. La verdadera música aparece cuando alguien toca esta notación en un instrumento y nosotros la escuchamos, o la imaginamos en nuestra cabeza.

- Éstas no son palabras: *CASA, SOL, PERRO*. Son una notación para las palabras. Las verdaderas palabras aparecen cuando alguien las dice, o cuando su significado está en nuestra cabeza.

- ¡Ésta no es una pipa!

  Es una pintura que representa una pipa.

- De la misma manera, **12, 21 y 3.1416**, ¡no son los verdaderos números, sino una notación para los números! Y esta notación se hace eligiendo una base, y esta base puede ser cualquiera. Dependiendo de la base elegida, los **símbolos** (los dígitos) para **representar** el mismo número serán unos u otros.

Así que podríamos elegir cualquier otra representación que quisiéramos para los números (igual que para las palabras, o para la música). Y como veremos, el mismo **número** podrá tener dos, o varias, **representaciones**.

Un sistema "frutal"

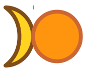
¿Cómo sería nuestro sistema de numeración si tuviéramos otra cantidad de dedos en nuestras manos? Depende de cuál fuera esa otra cantidad de dedos, pero muy probablemente seguiría siendo un sistema posicional. Y los dígitos, ¿necesariamente tienen que seguir siendo como los conocemos?

Imaginemos un sistema numérico con sólo dos símbolos, **naranja** y **banana**, sabiendo que **naranja** equivale a nuestro **0** y **banana** equivale a nuestro **1**. ¿Podremos usar estos símbolos para contar objetos?

Escribamos una secuencia de números para contar en nuestro sistema *frutal* y anotemos la correspondencia con nuestro sistema habitual.

 **0**

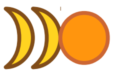
 **1** Se acabó la secuencia...

 **2** Entonces agregamos un 1 a la izquierda y volvemos a iniciar la secuencia.

 **3** ¡Se volvió a agotar la secuencia!

 **4** Tendríamos que cambiar el dígito de la izquierda por el siguiente en la secuencia... pero no hay más dígitos. Entonces tomamos una posición más a la izquierda. Agregamos un dígito **1** y volvemos a iniciar la secuencia en todas las demás posiciones.

 **5** Se agotó la secuencia en la posición de más a la derecha, paso al siguiente dígito en la posición siguiente.

 **6** Y vuelvo a empezar la secuencia.

Nuestra secuencia de símbolos ahora tiene sólo dos "dígitos", en lugar de los diez del sistema habitual. Para contar hasta 6, los números con la secuencia de naranjas y bananas se forman exactamente como hicimos antes: mientras contamos objetos, escribimos los símbolos de la secuencia (pasos **0** y **1**). Cuando se agota la secuencia, tomamos el siguiente símbolo de la secuencia y lo colocamos a la izquierda, porque nuestro sistema es posicional. Siempre con ese símbolo a la izquierda, volvemos a repetir la secuencia de dos símbolos mientras seguimos contando (**2** y **3**). Se acabó de nuevo la secuencia, entonces tenemos que agregar un nuevo "dígito" a la izquierda (la banana que aparece a la izquierda, en el **4**).

En realidad, el sistema *frutal* no es otra cosa que el **sistema binario**, de dos dígitos, donde en lugar de **0 y 1** quisimos escribir **naranja y banana** para mostrar que lo importante de los dígitos no son los símbolos, sino su significado.

Preguntas

- ¿Cómo se escriben los números hasta el 10 con este sistema?
- Así como el **2** de **12** vale **2** pero el **2** de **21** vale **20**, las bananas y las naranjas tienen diferente valor relativo según en qué posición se encuentran. ¿Cuánto valen la banana de 1, la de 2 y la de 4? ¿Y cada una de las dos bananas de 5?
- Un náufrago anota con marcas en la palmera de su isla los días que van pasando. Cada día hace una nueva rayita en la palmera. ¿Cuántos dígitos tiene el sistema numérico que utiliza? ¿Éste es un sistema posicional?
- ¿Qué valores tienen, en el sistema decimal, los dígitos **naranja**, **banana** y **uva**, de un sistema posicional de base **3**? ¿Cómo se escriben los primeros diez números en este sistema?

Sistema binario

El sistema de numeración **binario** es un sistema posicional de base 2, donde sólo tenemos dos dígitos: 0 y 1. Escribamos algunos pocos números en el sistema binario.

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Binario	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

Como vemos, los dos símbolos **0** y **1** del sistema **binario** son los mismos que el **0** y el **1**, símbolos que ya conocemos, del sistema **decimal**. Esto puede llevar a confusión: cuando escribimos **101**, ¿en qué base está expresado el número? En otras palabras, ¿de qué número estamos hablando exctamente, del **101** o del **5**? Para evitar este problema conviene aclarar en qué base estamos escribiendo los números, indicándola con un número subscripto. Por ejemplo, $\mathbf{101_{(2}}$ quiere decir que nos referimos al número 101 en base 2, que equivale al 5 en base 10 (o sea $\mathbf{101_{(2} = 5_{(10}}$). Si quisiéramos escribir, sin ambigüedades, el título de cierta película, escribiríamos “Los $\mathbf{101_{(10}}$ Dálmatas”.

Como ocurre con cualquier sistema posicional, cada número expresado en el sistema binario es en realidad el resultado de un desarrollo, o cuenta, donde utilizamos las potencias descendentes, ordenadas y completas, de la base para calcular el valor relativo de cada dígito. Así, por ejemplo,

$$\mathbf{101_{(2} = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5_{(10}}.$$

Sistema hexadecimal

Así como hemos desarrollado un sistema numérico posicional con sólo dos dígitos, también es posible crear uno con más dígitos que en el sistema decimal. En el sistema **hexadecimal** tenemos **16** símbolos. Los primeros 10 símbolos se copian de los del sistema decimal (y valen lo mismo). La base del sistema es **16**, ¡así que nos faltan 6 símbolos! Pero, como hemos visto, los símbolos pueden elegirse a gusto, así que para el sistema hexadecimal se toman las letras **A** a la **F** como “dígitos” que toman los valores entre 10 y 15.

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

El sistema hexadecimal es muy usado en computación porque aporta importantes ventajas: además de que la expresión de los números será en general más corta, resulta bastante más fácil convertir entre los sistemas binario y hexadecimal que entre binario y decimal. El truco consiste en tener en cuenta que cada **dígito hexadecimal** se representa por **cuatro dígitos binarios**. La tabla de equivalencias es como sigue:

Binario	Hexadecimal	Binario	Hexadecimal
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

Es muy útil memorizar esta tabla. Nos permite deducir fácilmente que, por ejemplo,
$\mathbf{AB4C_{(16} = 1010101101001100_{(2}}$.

Otra base muy interesante en computación, pero que por el momento no usaremos, es la base 8 (base del sistema **octal**). Tanto 16 como 8 son potencias de 2; de ahí que es fácil hacer las conversiones desde y hacia el sistema binario.

Conversión de decimal a otras bases

El procedimiento general para convertir un número expresado en sistema **decimal** a otra base, es **dividir** sucesivamente el número a convertir, y los sucesivos **cocientes**, por la base deseada. La expresión final se forma tomando **el último cociente y la sucesión de los restos en orden inverso**.

Un esquema útil

Para exponer nuestros cálculos en el presente material nos resultará práctico construir un esquema como el siguiente:

Número	Cociente (base)	Resto

Los pasos para utilizar el esquema son:

1. En el primer renglón de la columna *Número* escribimos el número a convertir.
2. Dividimos *Número* por la base, llenando *Cociente* y *Resto*.
3. Copiamos el *Cociente* en la columna *Número*. Éste es nuestro nuevo *Número.*
4. Repetimos los pasos 2 y 3 hasta que ya no se pueda seguir dividiendo. Notemos tres cosas importantes:

- Los *Restos*, por el algoritmo de división, deben necesariamente ser menores que el divisor (la base). De lo contrario, se podría seguir dividiendo.
- Lo mismo ocurre con el último *Cociente.* De lo contrario, se podría seguir dividiendo.
- Por lo dicho anteriormente, tanto los *Restos* como el último *Cociente*, al ser menores que la base, se pueden escribir con **un único dígito** en el sistema deseado.

5. Finalmente escribimos el último *Cociente* y los *Restos*, de abajo hacia arriba, en la base deseada, siguiendo las flechas. Ésta es la expresión que buscamos.

Ejemplo: Convertir **66** a base **3**.

Número	**Cociente (3)**	**Resto**
66	22	0
22	7	1
7	2	1

Finalmente, el número **66** expresado en base **3** se escribe **$2110_{(3}$**.

Conversión de decimal a binario

Como se explicó, el procedimiento es dividir sucesivamente el número a convertir por la base. La expresión en el sistema binario se forma tomando el último *Cociente* y la sucesión de los *Restos* en orden inverso. Todos estos números serán menores que la base y por lo tanto son dígitos 0 o 1. Convirtamos, por ejemplo, **$531_{(10}$** a sistema binario:

Número	Cociente (2)	Resto
531	265	1
265	132	1
132	66	0
66	33	0
33	16	1
16	8	0
8	4	0
4	2	0
2	1	0

Es decir, **$531_{(10} = 1000010011_{(2}$**.

Conversión de decimal a hexadecimal

Como con el sistema binario, el procedimiento es dividir sucesivamente el número a convertir por la base. La expresión en hexadecimal se forma, como antes, tomando el último *Cociente* y la sucesión de los *Restos* en orden inverso[12]. Pero ahora tenemos que tener cuidado con cómo escribimos los sucesivos *Restos*: tienen que estar en el sistema **hexadecimal**.

Ejemplo

Convertir $\mathbf{531}_{(10}$ a hexadecimal:

Número	Cociente (16)	Resto
531	33	3
33	2	1

O sea, $\mathbf{531}_{(10} = \mathbf{213}_{(16}$.

Ahora veamos el caso donde algún resultado intermedio es mayor que 10:

Convertir $\mathbf{7158}_{(10}$ a base 16:

Número	Cociente (16)	Resto
7158	447	6
447	27	15
27	1	11

Aquí hay que tener cuidado de expresar todos los restos en dígitos pertenecientes al sistema. Al construir la representación en hexadecimal de 7158, no puedo escribir los restos **15** u **11** (que están escritos en decimal) si no los expreso en hexadecimal. Se tiene que $\mathbf{11}_{(10} = \mathbf{B}_{(16}$ y que $\mathbf{15}_{(10} = \mathbf{F}_{(16}$. O sea, $\mathbf{7158}_{(10} = \mathbf{1BF6}_{(16}$.

Hay más detalles sobre conversiones numéricas en varias páginas online[13].

12 http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_hexadecimal

13 http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_binario#Conversi.C3.B3n_entre_binario_y_decimal

Trucos para cálculo rápido

Usando potencias

Un truco útil para convertir rápidamente números decimales (pequeños) al sistema binario es memorizar los valores de algunas potencias de 2 y utilizarlos en las cuentas. Por ejemplo:

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	**64**	**32**	**16**	**8**	**4**	**2**	**1**

Entonces, si nos preguntan cómo se escribe en el sistema binario, por ejemplo, el número $\mathbf{78_{(10}}$, sólo necesitamos ver de qué manera se descompone 78 como suma de estos valores. Hay una sola manera:

$\mathbf{78_{(10} = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1}$

Si completamos las potencias:

$\mathbf{78_{(10} = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0}$.

Por lo tanto, cuando queramos escribir $\mathbf{78_{(10}}$ en binario, utilizaremos los coeficientes de la expresión que acabamos de escribir: $\mathbf{78_{(10} = 1001110_{(2}}$.

Comprobemos nuestro resultado con el esquema:

Número	Cociente (2)	Resto
78	39	0
39	19	1
19	9	1
9	4	1
4	2	0
2	1	0

O sea, $\mathbf{78_{(10} = 1001110_{(2}}$.

Usando desplazamientos y sumas

Sumar un número a sí mismo es equivalente a multiplicarlo por dos. Esto nos da una forma fácil de multiplicar por dos un número binario sin necesidad de utilizar la operación de multiplicación.

Otra forma de multiplicar un número binario por dos es desplazar los bits a la izquierda, completando con ceros. Para multiplicar por cuatro, desplazamos dos lugares; para multiplicar por ocho, desplazamos tres lugares, y así sucesivamente. Inversamente, si desplazamos a la derecha una posición (dos, o tres) esto equivale a dividir por dos (por cuatro, por ocho, respectivamente).

Ejemplo

$\mathbf{30_{(10} = 15 * 2 = 1111_{(2} * 2 = 11110_{(2}}$

$\mathbf{60_{(10} = 15 * 4 = 1111_{(2} * 4 = 111100_{(2}}$

$\mathbf{80_{(10} = 10 * 8 = 1010_{(2} * 4 = 1010000_{(2}}$

Memorizando algunas pocas combinaciones de 0 y 1 y aplicando lo anterior, más algunas operaciones simples de suma, podemos escribir rápidamente números binarios. Por ejemplo:

- **14** = 7 * 2 = 7 desplazado a la izquierda un lugar = **1110**
- **28** = 7 * 4 = 7 desplazado a la izquierda dos lugares = **11100**
- **30** = 7 * 4 + 2 = 7 desplazado a la izquierda dos lugares, más dos = 11100 + 10 = **11110**
- **45** = 10 * 4 + 5 = 1010 * 4 + 101 = 101000 + 101 = **101101**

Conversión de otras bases a sistema decimal

Para convertir de otras bases al sistema decimal usamos lo que explicamos al hablar de la **base** de los sistemas numéricos posicionales y en el ejemplo del truco anterior de cálculo rápido con potencias. Todo lo que hay que hacer es multiplicar los dígitos de la expresión en la base actual por potencias crecientes de la base, comenzando por el exponente 0. En el truco vimos el desarrollo de un número decimal en base **2**; leyendo el ejemplo al revés, tenemos el mecanismo para volver a convertir a sistema decimal. Si quisiéramos convertir un número en sistema hexadecimal a decimal, consideraremos las potencias de **16**.

Ejemplo

Convertir $\mathbf{1C8A09_{(16}}$ a decimal.

$\mathbf{1C8A09_{(16}} =$

$$\mathbf{1 * 16^5 + 12 * 16^4 + 8 * 16^3 + 10 * 16^2 + 0 * 16^1 + 9 * 16^0 =}$$
$$\mathbf{1048576 + 12 * 65536 + 8 * 4096 + 10 * 256 + 0 + 9 * 1 =}$$
$$\mathbf{1048576 + 786432 + 32768 + 2560 + 9 = 1870345_{(10}}$$

Una fórmula alternativa, más rápida, es, procediendo desde el dígito **más** significativo, **multiplicar iterativamente por la base y sumar el dígito siguiente**. En nuestro ejemplo de recién, haríamos:

$\mathbf{1C8A09_{(16}} =$

$$\mathbf{(((((((((1 * 16) + 12) * 16) + 8) * 16) + 10) * 16) + 0) * 16) + 9 = 1870345_{(10}}$$

Unidad II: Arquitectura y Organización de Computadoras

Representación digital

Hasta el momento hemos considerado únicamente la representación y la aritmética del conjunto de los naturales y el cero, es decir, de **números enteros no negativos**.

Sin embargo, en nuestro dominio, la computación, tarde o temprano nos enfrentaremos con algunas dificultades:

- Existen otros conjuntos numéricos, como los **enteros (positivos, cero y negativos)**, que aparecen frecuentemente en los problemas de la vida real.
- Otros conjuntos muy importantes que aún no podemos manejar son los **racionales**, los **reales** y los **complejos**.
- Además, hemos visto anteriormente que las computadoras disponen de una **cantidad limitada de dígitos** binarios para la representación numérica.

Estudiaremos entonces cómo podemos resolver el problema de representar diferentes tipos de datos numéricos con una **cantidad finita** de dígitos binarios.

Datos y tipos de datos

Al procesar los datos, las computadoras los mantienen en unidades de almacenamiento de un tamaño determinado. Los tamaños habituales para estas unidades son, por ejemplo, **8, 16, 32 o 64 bits**. Por otro lado, los lenguajes de programación proveen una cantidad limitada de **tipos de datos**, con los que pueden operar los programas escritos en esos lenguajes, y que se guardan en unidades de almacenamiento de un tamaño conveniente.

Además del tamaño de las unidades de almacenamiento, diferentes tipos de datos tienen determinadas características. Por ejemplo, los tipos de datos **enteros** pueden ser **con signo o sin signo**, o bien los tipos de datos **reales** pueden tener **una determinada precisión**. Cuando un programador necesita manejar un cierto dato dentro de un programa, elige cuidadosamente un tipo de dato provisto por el lenguaje y que le ofrezca las características que necesita para su problema.

Aclaremos que cuando hablamos de **enteros con o sin signo**, nos referimos a los tipos de datos, y no a los datos mismos. Es decir, un número puede ser positivo (y no llevar un signo “menos”) pero estar representado con un tipo de dato con signo. Como la información de si un número es o no negativo corresponde a una **pregunta binaria**, un tipo de dato entero **con signo** necesita destinar un bit para almacenar esta información.

Rango de representación

Al representar números enteros, con o sin signo, con una cantidad finita **n** de dígitos, en un sistema de base **b**, tenemos una primera limitación. No todos los números pueden ser representados. ¿Cuántos números podemos representar en el sistema decimal, con cinco dígitos?

- El menor número **sin signo** que podemos representar es el 0; pero el mayor número **sin signo** representable en un sistema de base **b** resulta ser **b^n-1**. El intervalo **[0, b^n-1] es el llamado rango de representación** del sistema. En el sistema binario los números **sin signo** abarcan el rango **de 0 a 2^n-1**, siendo **n** la cantidad de dígitos.
- Cuando consideramos números **con signo**, este rango de representación cambia según la técnica de representación que usemos.

Representación de enteros con signo

Veremos dos métodos de representación[14]. El primero se llama **signo-magnitud**, y resulta el más intuitivo para los humanos; sin embargo, tiene algunos inconvenientes.

Signo-magnitud

Un número en notación **signo-magnitud** representa el **signo** con su bit de orden más alto, o bit más significativo (el bit más a la izquierda), y el **valor absoluto** del número con los restantes bits. Por ejemplo, si la unidad de almacenamiento del dato mide 8 bits, **-1** se representará como **10000001**, y +1 como **00000001** (igual que si se tratara de un entero sin signo). El método es intuitivo y directo, y fácil de hacer a mano sabiendo representar los enteros sin signo.

Notemos que al usar un bit para signo, automáticamente perdemos ese bit para la representación de la magnitud o valor absoluto, disminuyendo así el rango de representación, el cual se divide por 2. Con la misma unidad de almacenamiento de 8 bits, el entero **sin signo** más grande representable era **2^8-1 = 255** (que se escribe **11111111**). Ahora, con signo-magnitud, el entero con signo más grande representable será **2^7-1 = 127** (que se escribe **01111111**).

El rango de representación en **signo-magnitud** con **n dígitos** es **[$-2^{n-1} + 1$, $2^{n-1} - 1$]**.

Para los humanos, el método de signo-magnitud resulta sumamente cómodo, pero presenta algunos inconvenientes para su uso dentro de la computadora. En primer lugar, el 0 tiene dos representaciones, lo que complica las cosas. En segundo lugar, la aritmética en signo-magnitud es bastante dificultosa, tanto para los humanos como para la computadora.

Para ver la dificultad de operar en este sistema, basta con tratar de hacer a mano algunas operaciones sencillas de suma o resta en aritmética binaria en signo-magnitud. Primero hay que decidir si los signos son iguales; en caso contrario, identificar el de mayor magnitud para determinar el signo del resultado; luego hacer la operación con los valores absolutos, restituir el signo, etc. La operación se vuelve bastante compleja. Otros métodos de representación (los sistemas de complemento) resuelven el problema con mayor limpieza.

Complemento a 2

El segundo método es el de **complemento a 2**, que resuelve el problema de tener dos representaciones para el 0 y simplifica la aritmética binaria, tanto para los humanos como para las computadoras. El método de complemento a 2 también emplea el bit de orden más alto de acuerdo al signo, pero la forma de representación es diferente:

- Los positivos se representan igual que si se tratara de enteros sin signo (como en el caso de

14 http://es.wikipedia.org/wiki/Representaci%C3%B3n_de_n%C3%BAmeros_con_signo

signo-magnitud).

- Para los negativos, se usa el procedimiento de **complementar a 2,** que puede resumirse en tres pasos:
    - expresamos en binario el **valor absoluto** del número,
    - **invertimos los bits**
    - y **sumamos 1**.

Ejemplo

Expresar los números **-23, -9 y 8** en sistema binario en complemento a 2 con 8 bits.

- El valor absoluto de -23 es **23**. Expresado en binario en 8 bits es **00010111**. Invertido bit a bit es **11101000**. Sumando 1, queda **11101001**, luego $\mathbf{-23_{(10} = 11101001_{(2}}$.
- El valor absoluto de -9 es **9**. Expresado en binario en 8 bits, es **00001001**. Invertido bit a bit es **11110110**. Sumando 1, queda **11110111**, luego $\mathbf{-9_{(10} = 11110111_{(2}}$.
- El número **8** es positivo. Su expresión en el sistema de complemento a 2 es la misma que si fuera un número sin signo. Queda $\mathbf{8_{(10} = 00001000_{(2}}$.

El rango de representación para el sistema de **complemento a 2 con n dígitos** es $\mathbf{[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]}$.

Es decir, contiene un valor más que **signo-magnitud**.

Otra propiedad interesante del método es que, si sabemos que un número binario es **negativo** y está escrito en complemento a 2, podemos recuperar su valor en decimal usando casi exactamente el mismo procedimiento: **invertimos los bits** y **sumamos 1**. Convertimos a decimal como si fuera un entero sin signo y luego agregamos el signo habitual de los decimales.

Ejemplo

Convertir a decimal los números, **en complemento a 2**, 11101001, 11110111 y 00000111.

- **11101001** es negativo; invertido bit a bit es 00010110; sumando 1 queda 00010111 que es 23. Agregando el signo decimal queda $\mathbf{11101001_{(2} = -23_{(10}}$.
- **11110111** es negativo; invertido bit a bit es 00001000; sumando 1 queda 00001001 que es 9. Agregando el signo decimal queda $\mathbf{11110111_{(2} = -9_{(10}}$.
- **00000111** es positivo, porque su bit de orden más alto es 0. Lo interpretamos igual que si fuera un entero sin signo y entonces $\mathbf{00000111_{(2} = 7_{(10}}$.

Ejercicios

- Utilizando sólo dos bits, representar todos los números permitidos por el rango de representación en complemento a 2 e indicar su valor decimal.
- Idem con tres bits.
- ¿Cuál es el rango de representación en complemento a 2 para **n = 8**?

Nota

Es interesante ver cómo los diferentes sistemas de representación asignan diferentes valores a cada combinación de símbolos. Veámoslo para unos pocos bits.

Decimal	Sin signo	Signo-magnitud	Complemento a 2
-8			1000
-7		1111	1001
-6		1110	1010
-5		1101	1011
-4		1100	1100
-3		1011	1101
-2		1010	1110
-1		1001	1111
0	0000	0000 y 1000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	0101	0101
6	0110	0110	0110
7	0111	0111	0111
8	1000		
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		

La tabla muestra que la representación en complemento a 2 es más conveniente para las operaciones aritméticas:

- La operación de complementar a 2 da un número negativo que resuelve las restas. Las computadoras **no restan: suman complementos**.
- El cero tiene una única representación.
- Se ha recuperado la representación del -8, que estaba desperdiciada en signo-magnitud.

- El rango de representación tiene un valor más.
- Los números en complemento a 2 se disponen como en una rueda. Si tomamos cada número en la columna de complemento a 2 (salvo el último) y le sumamos 1, obtenemos en forma directa el número aritméticamente correcto. Similarmente si restamos 1 (salvo al primero). Al sumar 1 al **7**, obtenemos el menor número negativo posible. Al restar 1 a **-8**, obtenemos el mayor positivo ("entramos a la tabla por el extremo opuesto"). Esta propiedad, que no se cumple para signo-magnitud, hace más fácil la implementación de las operaciones aritméticas en los circuitos de la computadora.
- Una suma en complemento a 2 se ejecuta sencillamente bit a bit, sin las consideraciones necesarias para signo-magnitud.

La representación en complemento a 2 es más natural y consistente. Por estos motivos se elige normalmente para las computadoras, en lugar de otros métodos de representación.

Suma y resta en complemento a 2

La suma se realiza bit a bit desde la posición menos significativa, con acarreo (nos "llevamos un bit" cuando la suma de dos bits da $10_{(2)}$). Cuando uno de los sumandos es negativo, lo complementamos y hacemos la suma. Una resta **A – B** se interpreta como la suma de **A** y el complemento de **B**.

Ejemplo

Restar **$2_{(10}$ de $23_{(10}$**. Complementamos 2 para convertirlo en negativo: **$2_{(10}$ = 11111110 $_{(2}$,** y lo sumamos a **$23_{(10}$**. La cuenta es **$23_{(10}$ + ($-2_{(10)}$)= 00010111 $_{(2}$ + 11111110 $_{(2}$ = 00010101** que es positivo y vale **21**.

Sumar **$23_{(10}$ y $-9_{(10}$** con 8 bits. Se tiene que **$23_{(10}$ = 00010111 $_{(2}$** y **$-9_{(10}$** = **$11110111_{(2}$**. La suma da **$00001110_{(2}$**, que es positivo y equivale a **$14_{(10}$**.

Overflow

Notemos que en el caso de sumar 23 y -9, el acarreo (o "**carry**") puede llegar hasta el bit de signo (**carry-in**), y también pasar más allá, siendo descartado (**carry-out**). El acarreo a veces denuncia un problema con las magnitudes permitidas por el rango de representación del sistema, como se ve en este ejemplo.

Ejemplo

Sumar **$123_{(10}$ y $9_{(10}$** con 8 bits. Se tiene que **$123_{(10}$ = 01111011 $_{(2}$** y **$9_{(10}$** = **$00001001_{(2}$**. Notemos que la suma provoca el acarreo de un **1** que llega al bit de signo ("**carry-in**"). El resultado da **$10000100_{(2}$**. Claramente tenemos un problema, porque la suma de 123 + 9 debería dar positiva, pero el resultado que obtuvimos tiene el bit de orden más alto en **1**; por lo cual es negativo. Este es un caso patológico de la suma que se llama **overflow**.

Un riesgo de disponer de finitos dígitos binarios es que las operaciones aritméticas pueden exigir más bits de los que tenemos disponibles. Los números de nuestro ejemplo, **$123_{(10}$** y **$9_{(10}$**, pueden expresarse individualmente como enteros con signo en 8 bits, pero suman **132**$_{(10}$, número positivo que excede el rango de representación. El resultado **no se puede** escribir en 8 bits con signo en complemento a 2.

Cuando pasa esto se dice que ha ocurrido una condición de **overflow** o **desbordamiento aritmético**[15]. Ocurre **overflow** cuando se suman dos números positivos y se obtiene un resultado en bits que sería negativo en el rango de representación del sistema, o cuando se suman dos negativos y el resultado es positivo. En complemento a 2, nunca puede ocurrir **overflow** cuando se suman un positivo y un negativo.

Las computadoras detectan la condición de overflow porque el bit de acarreo al llegar a la posición del signo (**carry-in**) y el que se descarta (**carry-out**) son de diferente valor. Al sumar 23 más -9, el carry-in y el carry-out eran iguales, por lo cual la suma no sufrió overflow. Al sumar 123 más 9, el carry-in es 1 pero no existe carry-out, lo que nos advierte que ha ocurrido overflow.

	1	**1**	1	1		1	1	1	
23		0	0	0	1	0	1	1	1
+									
-9		1	1	1	1	0	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	0

		1	1	1	1		1	1	
123		0	1	1	1	1	0	1	1
+									
9		0	0	0	0	1	0	0	1
		1	0	0	0	0	1	0	0

Representación de números racionales

Habiendo visto la representación de enteros, con una simple convención podemos representar racionales.

Números reales

Modelo Computacional Binario Elemental

En esta unidad describiremos la arquitectura de una computadora hipotética, sumamente elemental. La utilizaremos como ejemplo para explicar ciertas cuestiones básicas sobre el funcionamiento de las computadoras. Comparte las características esenciales de casi todas las computadoras digitales, y está inspirada en máquinas que han existido realmente.

Repitamos que esta computadora **no tiene existencia real**: es tan poco potente que hoy ya no sería razonable implementarla, salvo por motivos de enseñanza. Pero, aun tan simple como es, puede ejecutar tareas de complejidad bastante interesante.

No se trata, entonces, más que de un **modelo**, y como utiliza aritmética binaria, lo hemos bautizado **MCBE (Modelo Computacional Binario Elemental)**. El MCBE es un ejemplo muy sencillo de

15 http://es.wikipedia.org/wiki/Desbordamiento_aritm%C3%A9tico

computador de programa almacenado[16]. Nos servirá para mostrar muchos de los problemas relacionados con la arquitectura y la organización de las computadoras reales.

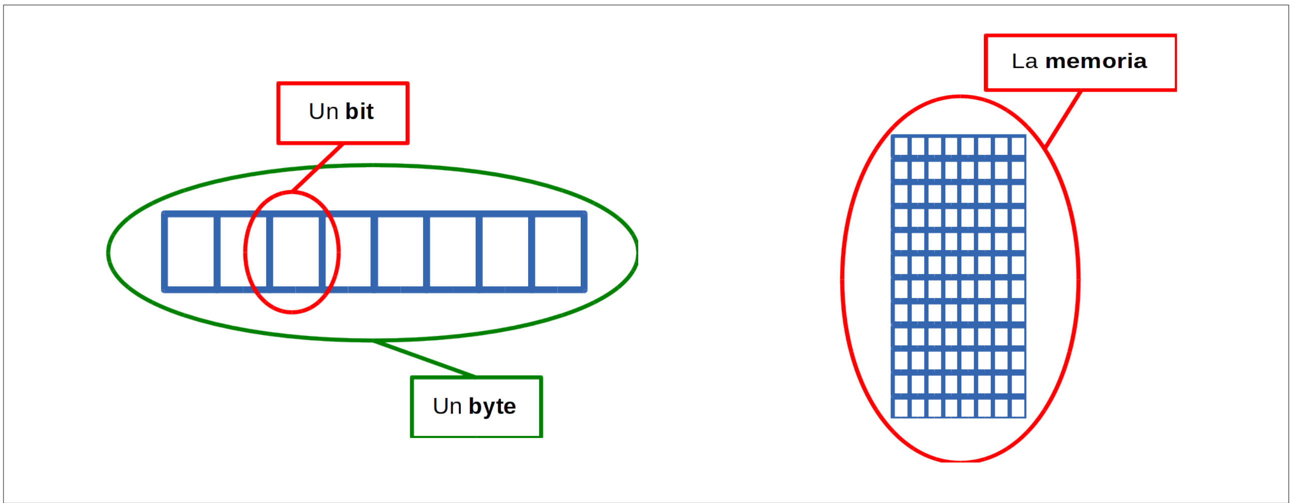
Recordemos, antes que nada, que las computadoras n**o toman decisiones por sí solas**. Todo lo que hagan **está determinado por el programa almacenado**, y el diseño de este programa es responsabilidad del usuario. Entonces, es necesario que especifiquemos en nuestro diseño, con todo detalle, cuál será la respuesta de la computadora a cada alternativa de este programa.

Unidades funcionales del MCBE

Esta computadora elemental se compone de dos unidades funcionales principales: **memoria y CPU**.

Memoria

La **memoria** de la computadora es un conjunto de circuitos **biestables**, cada uno de los cuales puede almacenar **un bit** de información. Esos circuitos de la memoria están dispuestos en celdas de **ocho** biestables. Cada una de estas celdas ocupa una **posición** de memoria, que puede almacenar un **byte** de información.



Las posiciones de la memoria se encuentran numeradas consecutivamente **a partir de 0**, por lo cual podemos imaginarnos que la memoria es algo así como una alta estantería vertical, de muchos estantes numerados. Cada uno de esos estantes será capaz de guardar un determinado contenido. Como cada biestable representa un bit y cada posición de memoria representa un byte, a veces esos circuitos y celdas de circuitos se llaman directamente **bits y bytes de la memoria**. La posición relativa de cada byte se llama su **dirección**. Para acceder a un dato contenido en una posición de memoria, para leerlo o para modificarlo, necesariamente tenemos que mencionar su dirección; al hacerlo así decimos que **direccionamos** esa posición de la memoria.

Es costumbre representar las direcciones de memoria con la posición inicial (la dirección 0) en la base del diagrama.

CPU

16 http://es.wikipedia.org/wiki/Computador_de_programa_almacenado

Las siglas **CPU** se refieren a *Central Processing Unit*, Unidad Central de Procesamiento. La CPU es un dispositivo complejo, formado por varios componentes, que al activarse es capaz de ejecutar **instrucciones** que transformarán la información almacenada en la memoria.

La CPU, a su vez, contiene tres unidades funcionales propias: la **Unidad de Control**, la **Unidad Lógico-aritmética**, y la **Unidad de Entrada/Salida**. Dos de estas unidades cuentan con **registros** especiales, que son espacios de almacenamiento, similares a los de la memoria, pero situados en otro lugar de la circuitería, y por lo tanto no tienen direcciones como tienen los bytes de la memoria.

- Unidad de Control
    - Su función es gobernar la actividad de la CPU, indicando cuál es la próxima instrucción a ejecutar y de qué modo debe cumplirse.
- Unidad Lógico-aritmética
    - Contiene la circuitería necesaria para ejecutar operaciones matemáticas y lógicas.
- Unidad de Entrada/Salida
    - La UE/S conecta a la MCBE con dispositivos como teclados, pantallas o impresoras. La Unidad de Entrada/Salida se requiere para poder comunicar la máquina con el resto del mundo. Si no existiera la UE/S, la máquina no podría recibir los datos con los que tiene que trabajar, ni podría hacer saber al usuario de la máquina los resultados de sus cálculos.

Descripción detallada del MCBE

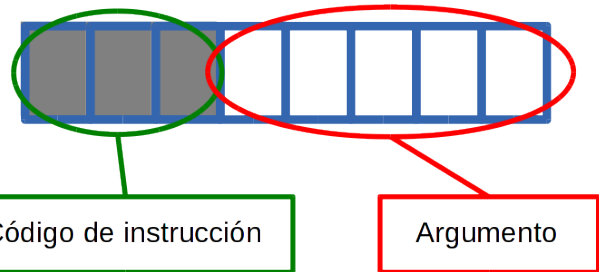
Instrucciones

Hay tan sólo **ocho diferentes instrucciones** que puede seguir esta máquina. Algunas sirven para realizar cálculos aritméticos; otras, para modificar el curso de las acciones a seguir por el programa. El MCBE sólo sabe **sumar y restar** datos. Sin embargo, basándose en esas únicas dos operaciones, puede seguir un **programa** que implemente otras operaciones más complejas.

Para ayudar a los programadores, las instrucciones reciben **nombres mnemotécnicos**, derivados del inglés (**LD, ST, ADD, SUB, JMP, JZ, HLT, NOP**). Se acostumbra usar estos nombres, u otros muy similares, en la programación de máquinas parecidas de la realidad. Sin embargo, estos nombres únicamente sirven para que los humanos comprendan mejor el modelo y su programación. El MCBE los ignora completamente y sólo utiliza la expresión binaria de esas instrucciones, residente en la memoria. La Unidad de Control de la CPU le permitirá interpretar cada una de las posiciones de memoria, ya sea como un dato numérico, o como una instrucción.

Interpretación de instrucciones

Cuando el byte contenido en una posición de memoria represente una instrucción, los **tres bits de orden más alto** (los tres bits situados **más a la izquierda**) indicarán el **código** de la operación. En el caso de ciertas instrucciones, el resto de los bits en el byte (los **cinco bits de orden más bajo**) representarán un **argumento** para la instrucción, es decir, un dato para que esa instrucción trabaje.



Argumentos

Los argumentos pueden ser de dos clases: **direcciones y desplazamientos**.

- Cuando la instrucción sea de transferencia entre el acumulador y la memoria (LD, ST, ADD, SUB) el argumento será una **dirección**, y los cinco bits de orden bajo codificarán esa dirección. La dirección servirá para ir a buscar un dato a la memoria, o para acceder a una posición y dejar allí el resultado de un cálculo.
- Normalmente, luego de cumplir una instrucción, el MCBE continúa con la que se encuentre en la posición siguiente en la memoria. Sin embargo, ciertas instrucciones pueden alterar esa rutina. Las **instrucciones de salto** (JMP, JZ) sirven para desviar el curso de la ejecución. En estos casos el argumento representará un **desplazamiento**, y será interpretado como un entero con signo, en representación **signo-magnitud**. Un desplazamiento es una cantidad de bytes que deben sumarse o restarse al PC, para **transferir el control** a una posición diferente a la siguiente.

Ciclo de instrucción

El **ciclo de instrucción** es la rutina que continuamente ejecuta el MCBE, leyendo y ejecutando las instrucciones del programa almacenado.

Al inicio de la operación, la máquina comenzará leyendo la posición 0, interpretándola como una instrucción y ejecutándola, según la especificación del ciclo de instrucción. El resto del comportamiento de la máquina depende de qué secuencia particular de instrucciones y datos (es decir, qué **programa**) haya preparado el usuario en la memoria.

El ciclo de instrucción se realiza continuamente hasta encontrar una instrucción **HLT**, y siempre de la misma manera:

1. Se carga en el registro IR la instrucción cuya dirección está en el registro PC.
2. Se decodifica la instrucción.
   - La máquina examina los tres primeros bits del IR, identificando de **qué instrucción** del conjunto de instrucciones se trata.
   - El resto de los bits, cuando corresponda, se utilizan como argumento de la instrucción, representando **una dirección o un desplazamiento** según se trate.
3. Se **ejecuta** la instrucción. Cada instrucción tiene un efecto determinado sobre los registros o la

memoria, que se detalla en la tabla adjunta.

Luego de la ejecución de la instrucción, y según cuál haya sido esa instrucción, los registros tienen posiblemente otros valores y ha ocurrido, posiblemente, algún efecto sobre la memoria. Con ese nuevo estado de la máquina, el MCBE se dirige a la siguiente instrucción a ejecutar.

Detalles operativos del MCBE

- La Unidad de Control de la máquina MCBE posee dos registros especiales, llamados **PC** (por *Program Counter*, Contador de Programa[17]) e **IR** (por *Instruction Register*, Registro de Instrucciones[18]).
    - La función del PC es contener la dirección de la próxima instrucción a ejecutar.
    - El IR contiene el valor de la última instrucción que se ha leído de la memoria.
- La Unidad Lógico-Aritmética de la máquina posee un registro especial llamado **A** (por *Acumulador*).
    - El acumulador es un lugar de trabajo para efectuar aritmética binaria, y sirve de zona de comunicación entre los registros y la memoria.
- La máquina tiene **32 posiciones** de memoria. Cada posición aloja un byte de información.
- En la memoria se distinguen dos posiciones especiales, con direcciones 30 y 31. Estas posiciones sirven para Entrada/Salida, es decir, para comunicación de la máquina con otros dispositivos.
    - La posición 30 es de sólo lectura, y sirve para ingresar datos (Entrada) a los programas. Cuando un programa ejecuta una instrucción de lectura de la dirección 30, el programa se detiene hasta que el usuario de la máquina ingrese un dato.
    - Inversamente, la posición 31 es de sólo escritura. Cuando se escribe un dato en la posición 31, el programa se detiene hasta que el dato sea recogido por un dispositivo de visualización. Ese dispositivo se encargará de emitir el dato (Salida) para que pueda verlo el usuario.
- Cada vez que un valor se copia del acumulador A a una posición de memoria B, el valor de A no cambia. El valor anterior de B se pierde y la posición B pasa a contener un valor igual al de A. Inversamente cuando se copia un valor desde una posición de memoria al acumulador.
- La máquina puede cargarse con un programa escrito por el usuario, y a continuación este programa se ejecuta. Al momento previo a la ejecución de un programa, todos los registros están inicialmente en 0.

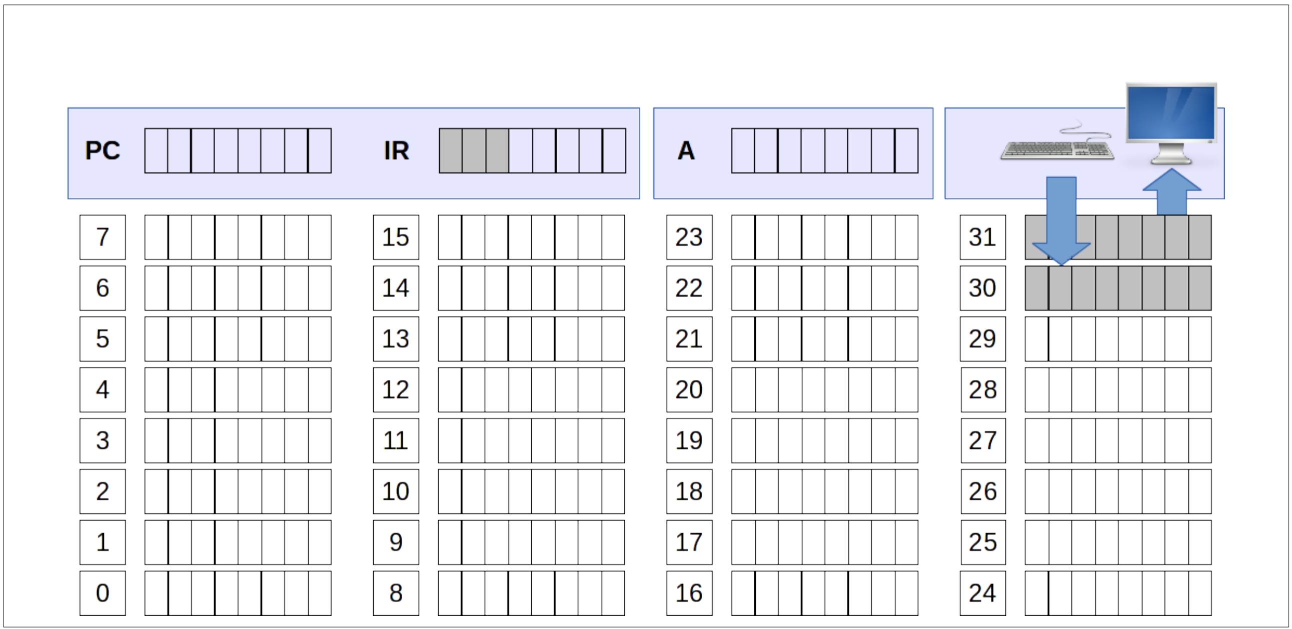
Preguntas

- ¿Cuál es la dirección de la primera instrucción que ejecutará la máquina?
- El MCBE, ¿puede encontrar una instrucción que no sea capaz de decodificar?
- Supongamos que hemos almacenado en la posición 14 un dato numérico que representa la edad de una persona. ¿Qué pasa si en algún momento de la ejecución el PC contiene el número 14? ¿Qué pasará si esa persona tiene 33 años? ¿Qué pasará si tiene 65? ¿Y si tiene menos de 20?

17 http://es.wikipedia.org/wiki/Contador_de_programa
18 http://es.wikipedia.org/wiki/Registro_de_instrucci%C3%B3n

- ¿Qué pasa si el programa no contiene una instrucción HLT?
- ¿Podría aumentarse la capacidad de memoria del MCBE? ¿Esto requeriría algún cambio adicional a la máquina?
- ¿Cómo se podría aumentar la cantidad de instrucciones diferentes del MCBE? ¿Esto tendría algún efecto sobre la longitud de los programas que puede correr la máquina?

Diagrama estructural del MCBE



Conjunto de instrucciones

Instrucción	*Cód.*	*Efecto sobre memoria y registros*	*Efecto sobre el PC*
LD <dirección>	010	El argumento se trata como una dirección. El contenido de esa dirección se copia en el acumulador.	Se incrementa en 1.
ST <dirección>	011	El argumento se trata como una dirección. El contenido del acumulador se copia en esa dirección.	Se incrementa en 1.
ADD <dirección>	100	El argumento se trata como la dirección de un dato, que será sumado al acumulador.	Se incrementa en 1.
SUB <dirección>	101	El argumento se trata como la dirección de un dato, que será restado al acumulador.	Se incrementa en 1.
JMP <desplazamiento>	110	Salta <desplazamiento> bytes. El argumento se trata como un desplazamiento, es decir, un entero con signo.	El desplazamiento será sumado al PC.
JZ <desplazamiento>	111	Salta <desplazamiento> bytes en forma condicional. El argumento se trata como un desplazamiento, es decir, un entero con signo.	El desplazamiento será sumado al PC únicamente en caso de que el acumulador contenga un valor igual a 0.
HLT	001	Detiene la máquina. Los registros y la memoria quedan con el último valor que recibieron.	
NOP	000	No ejecuta ninguna acción. La instrucción no tiene ningún efecto sobre el acumulador ni sobre la memoria.	Se incrementa en 1.

Ejemplos de programas MCBE

Los ejemplos siguientes se dan en la notación **posición / mnemotécnico o dato / argumento / contenido binario.**

Ejemplo 1. Leer un dato en la posición 4, sumarle el contenido de la posición 5 y escribirlo en la celda 6.

0	LD	4	01000100
1	ADD	5	10000101
2	ST	6	01100110
3	HLT		00100000
4	99		01100011
5	2		00000010

El efecto sobre la memoria de este programa será:

6	101		01100101

¿Qué pasaría si no estuviera la instrucción HLT de línea 3?

Ejemplo 2. Leer un dato del teclado, sumarle el contenido de la posición 5, restarle el contenido de la posición 6 y escribir el resultado por pantalla.

0	LD	30	01011110
1	ADD	5	10000101
2	SUB	6	10100110
3	ST	31	01111111
4	HLT		00100000
5	18		00010010
6	3		00000011

Ejemplo 3. Leer dos datos del teclado y escribir su suma por pantalla.

0	LD	30	01011110
1	ST	6	11100110
2	LD	30	01011110
3	ADD	6	10000110
4	ST	31	01111111
5	HLT		00100000
6	0		00000000

Ejemplo 4. Implementar la función 3x-2.

0	LD	30	01011110
1	ST	7	10000111
2	ADD	7	10000111
3	ADD	7	10000111
4	SUB	8	10101000
5	ST	31	01111111
6	HLT		00100000
7	0		00000000
8	2		00000010

Ejemplo 5. Leer un dato del teclado, restarle cuatro veces el contenido de la posición 7, y escribir el resultado por pantalla.

0	LD	30	01011110
1	SUB	7	10000111

2	SUB	7	10000111
3	SUB	7	10000111
4	SUB	7	10000111
5	ST	31	01111111
6	HLT		00100000
7	18		00010010

Ejemplo 5. Imprimir 10 veces el dato situado en la posición 9.

0	LD	11	01001011
1	JZ	7	11100111
2	LD	9	01001001
3	ST	31	01111111
4	LD	11	01001011
5	SUB	10	10101010
6	ST	11	01101011
7	JMP	-7	11010111
8	HLT		00100000
9	2		00000010
10	1		00000001
11	10		00001010

Ejemplo 6. Leer un dato del teclado, restarle seis veces el contenido de la posición 16, y escribir el resultado por pantalla. Objetivo similar a un ejemplo anterior, pero diferente programa. La ventaja de este programa es que la operación de resta se puede hacer una cantidad cualquiera de veces, con sólo modificar el valor de la posición 14.

0	LD	30	01011110
1	ST	13	01101101
2	LD	14	01001110
3	JZ	7	11100111
4	SUB	15	10101111
5	ST	14	01101110
6	LD	13	01001101
7	SUB	16	10110000
8	ST	13	01101101
9	JMP	2	11000010
10	LD	13	01001101
11	ST	31	01111111

12	HLT		00100000
13	0		00000000
14	6		00000110
15	1		00000001
16	7		00000111

Ejemplo 7. ¿Qué hace este programa? ¿Qué problema presenta?

0	LD	30	01011110
2	ADD	6	10000110
3	ST	31	01111111
4	JMP	−2	11010010
5	HLT		00100000
6	1		00000001