

Simulated Annealing para Coloração Mais Balanceada

Eduarda Trindade

INF05010 - Otimização Combinatória
Prof. Marcus Ritt

Dezembro de 2018

Coloração mais balanceada

Dado um grafo $G = (V, E)$ com pesos $w_i \in \mathbb{R}^+$ para cada $i \in V$, e um inteiro positivo k , deseja-se encontrar uma k -coloração de G que minimize o peso máximo de uma cor:

$$\max_{i \in [k]} \sum_{v \in C_i} w_v$$

Formulação do programa: Variáveis

Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, j \in [k]$, tal que:
 $x_{ij} = 1$, se vértice $i \in V$ pertence a cor $j \in [k]$.
 $x_{ij} = 0$, caso contrário.
- $m \in \mathbb{R}^+ =$ peso máximo de uma cor.

Formulação do programa: Função objetivo e Restrições

Função Objetivo: $\min. m$

Restrições:

$$\sum_{j \in [k]} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \quad (1)$$

(1) Garante que um vértice tenha apenas uma cor.

$$x_{uj} + x_{vj} \leq 1, \quad \forall (u,v) \in E, j \in [k] \quad (2)$$

(2) Garante que dois vértices que possuem uma aresta não tenham a mesma cor.

$$m \geq \sum_{i \in V} x_{ij} * w_i, \quad \forall j \in [k] \quad (3)$$

(3) Garante que m seja o peso da cor de maior peso.

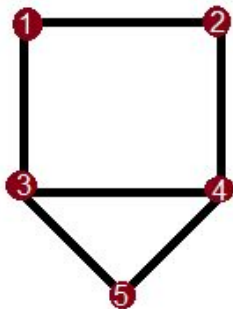
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, \forall j \in [k] \quad (4)$$

$$m \in \mathbb{R}^+ \quad (5)$$

Execução das instâncias com o solver GLPK

- Utilizando o solver com limite de tempo de 1 hora não gerou soluções factíveis.
- Para uma instância pequena criada para fins de teste encontrou solução ótima.

$k = 3$ $W = 15.5, 12.3, 6.8, 1.1, 32.6$



```
Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "]" for Pkg help.
Version 1.0.2 (2018-11-08)
Official https://julialang.org/ release

julia> include("solver.jl")
Instance: instances/my
Value: 32.6
Solution:
Vertex 0 color = 0
Vertex 1 color = 2
Vertex 2 color = 2
Vertex 3 color = 0
Vertex 4 color = 1
```

Simulated Annealing

- Simula um processo de **recozimento**.
- Temperatura inicial T que vai diminuindo por um **fator de resfriamento** r .
- Aceita movimento para **vizinhos piores** com probabilidade $e^{-\Delta/T}$.
- Quanto maior a T , mais chance de aceitar vizinho com solução de valor pior.
- Permite sair de mínimos locais.
- I iterações para uma mesma temperatura.

Simulated Annealing para Coloração Mais Balanceada

- **Representação de uma solução:**
 - Matriz $S[v][c]$ com valor 1 onde vértice v é colorido com a cor c .
- **Solução Inicial:**
 - Gerada aleatoriamente. Penaliza valor de soluções não factíveis.
- **Vizinhanças:**
 - Um vértice aleatório tem sua cor mudada para uma nova cor aleatória. Penaliza valor de vizinhos não factíveis.
- **Temperatura Inicial:**
 - Gerada por uma versão rápida do SA. Movimento para valor pior é aceito com probabilidade de aproximadamente pi .
- **Critério de Parada:**
 - Contador de vezes que aceitou movimentos piores com probabilidade pior que pf . Se chega a 5 termina. Zera contador quando acha nova solução melhor.

Testes de parâmetros: cmb01

- **Parâmetro r**
- **Parâmetro l**
- **Parâmetro pi**
- **Parâmetro pf**

Testes de parâmetros: cmb01

- **Parâmetro l :** $r = 0.85$, $pi = 0.85$, $pf = 0.1$
 - $l = 100$

Valor Inicial	Número Inicial de Conflitos de Cores	Valor Final	Número Final de Conflitos de Cores	Tempo (s)
2983288.42	283	192110.9699	9	3125.6076

Testes de parâmetros: cmb01

- **Parâmetro l :** $r = 0.85$, $pi = 0.85$, $pf = 0.1$
 - $l = 200$

Valor Inicial	Número Inicial de Conflitos de Cores	Valor Final	Número Final de Conflitos de Cores	Tempo (s)
2983288.42	283	131747.93	3	6591.4744

Testes das instâncias

Os parâmetros escolhidos para esses testes foram:

$$r = 0.85, l = 200, pi = 0.85, pf = 0.1$$

Instância	Valor Inicial	Número Inicial de Conflitos de Cores	Valor Final	Número Final de Conflitos de Cores	Desvio para Sol. Inicial (%)	Tempo de Execução (s)	Seed
cmb01	2983288.42	283	131747.93	3	95.5838	6810.8182	10
my	30040.5	3	32.6	0	99.8914798	0.8985	10

Conclusão

- Considera-se que o algoritmo teve uma performance ruim.
- Encontrou solução ótima factível apenas para a instância pequena de teste.
- Diminuiu o valor final e o número de conflitos de cores, porém deveria tem 0 conflitos ao final para ser uma solução factível.