

Модели замкнутых систем массового обслуживания

Программа, реализующая расчет замкнутой СМО, была написана на языке программирования python. На вход программа получает следующие параметры:

λ - интенсивность (скорость) входного потока заявок (среднее количество заявок, поступающих в систему в единицу времени),

μ – интенсивность (скорость) обслуживания (среднее количество заявок, которое может обслужить один канал в единицу времени)

x – количество обслуживающих каналов

n – количество потенциальных клиентов (источников заявок).

На выходе программа предоставляет следующие значения:

- Вероятность простоя всех каналов P_0
- Финальные вероятности состояний системы P_k
- Среднее число занятых каналов Z
- Среднее число заявок в очереди Y_1
- Абсолютная пропускная способность системы A
- Среднее число заявок в системе Y_2
- Среднее время нахождения заявки в системе Y_4
- Среднее время нахождения заявки в очереди Y_3

Код программы:

```
import math

print('Ведите x')
x = int(input())
print('Ведите n')
n = int(input())
print('Ведите λ')
lya = float(input())
print('Ведите μ')
mu = float(input())
ro = lya / mu

f, r, s1, s2, P0 = 1, 1, 0, 0, 0

for i in range(0, x + 1):
    s1 += (ro ** i / (math.factorial(n - i) * math.factorial(i)))
for i in range(x + 1, n + 1):
    s2 += (ro ** i / (math.factorial(n - i) * (x ** (i - x)) *
math.factorial(x)))

P0 = math.factorial(n) * (s1 + s2)
P0 = 1 / P0

print("P0 =", round(P0, 5))

Pk, Z, Z1, Y1, Y2, Y3, Y4 = 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

for ki in range(1, x):
    Pk = (math.factorial(n) * (ro ** ki) * P0) / (math.factorial(n - ki) *
math.factorial(ki))
    Z = Z + ki * Pk
    print("P", ki, " = ", Pk, sep='')

for ki in range(x, n + 1):
    Pk = (math.factorial(n) * (ro ** ki) * P0) / (math.factorial(n - ki) * (x
** (ki - x)) * math.factorial(x))
    Z1 = Z1 + Pk
    print("P", ki, " = ", Pk, sep='')
    if ki > x:
        Y1 = (ki - x) * Pk

Z += x * Z1
Y2 = n - Z / ro
Y4 = Y2 / (lya * (n - Y2))
Y3 = Y4 - (1 / mu)

print("Z =", round(Z, 5), "\nY1 =", round(Y1, 7), "\nY2 =", round(Y2, 7),
      "\nY3 =", round(Y3, 7), "\nY4 =", round(Y4, 7))
```

Задача 1.

На участке четыре однотипных станка, которые обслуживает один наладчик. Производительность каждого станка – 10 деталей в час (при условии непрерывной работы станка). Каждый станок требует наладки (регулировки) в среднем два раза в час. Во время наладки и ее ожидания детали не изготавливаются. Средняя продолжительность одной наладки наладчиком 4 разряда – 8 минут, а наладчиком 6 разряда – 5 минут. Прибыль, которую предприятие получает от каждой изготовленной детали, составляет 100 рублей. Заработная плата наладчика 4 разряда -1500 рублей в день, наладчика 6 разряда – 2000 рублей в день. Продолжительность рабочего дня -8 часов. Что выгоднее: использовать наладчиков 4 или 6 разрядов?

Решение:

Необходимо рассмотреть две системы – с рабочим 4го разряда и рабочим 6го разряда.

Входные параметры, при рабочем 4го разряда:

$$\lambda = 2$$

$$\mu = 7.5$$

$$x = 1$$

$$n = 4$$

Входные параметры, при рабочем 6го разряда:

$$\lambda = 2$$

$$\mu = 12$$

$$x = 1$$

$$n = 4$$

Используем программу для расчета выходных характеристик системы.

```
P0 = 0.286  
P1 = 0.3050692337677745  
P2 = 0.24405538701421958  
P3 = 0.13016287307425045  
P4 = 0.03471009948646679  
Z = 0.714  
Y1 = 0.1041303  
Y2 = 1.322509  
Y3 = 0.1136346  
Y4 = 0.246968
```

Рисунок 1 – Выходные параметры, при рабочем 4го разряда

```
P0 = 0.46957  
P1 = 0.31304347826086953  
P2 = 0.15652173913043477  
P3 = 0.05217391304347824  
P4 = 0.00869565217391304  
Z = 0.53043  
Y1 = 0.026087  
Y2 = 0.8173913  
Y3 = 0.045082  
Y4 = 0.1284153
```

Рисунок 2 – Выходные параметры, при рабочем 6го разряда

Для сравнения всех параметров построим таблицу в MS Excel и произведем все необходимые расчеты.

	Количество станков	Изготовленные детали за час	Прибыль за день	Pk	Доля прибыли
4й разряд					
	0	0	0	0,0347	0
	1	10	8000	0,1301	1040
	2	20	16000	0,2441	3904
	3	30	24000	0,3051	7320
	4	40	32000	0,286	9152
				Итого	21416
		Итого с учетом зп наладчику			19916
6й разряд					
	0	0	0	0,0087	0
	1	10	8000	0,0522	416
	2	20	16000	0,1565	2512
	3	30	24000	0,313	7512
	4	40	32000	0,4696	15008
				Итого	25448
		Итого с учетом зп наладчику			23448

Рисунок 3 – Сравнительные таблицы

Благодаря произведенным подсчетам мы видим, что при работе наладчика 6го разряда прибыль составляет 23448 рублей, что выше прибыли наладчика 4го разряда. Поэтому, выгоднее использовать наладчика 6го разряда.