

- [Outline](#)
- [Introduction](#)
- [集合论与逻辑运算公式](#)
 - [Dilation \(膨胀\)](#)
 - [Erosion\(腐蚀\)](#)
 - [Opening\(开运算\)](#)
 - [Closing\(闭运算\)](#)
 - [图像学算法](#)

Outline

- Introduction
- 集合论与逻辑运算
- Dilation 和 Erosion
- 开运算与闭运算
- 形态学算法和应用

Introduction

形态学（Morphology）不关注像素的具体灰度值，只关注像素的几何分布和结构。

- 最常见的处理对象是二值图像，但也可以处理灰度图像。二值图像可以定义为像素集：

$$= \{a \mid a = (x, y), f(x, y) = 1\}$$

其中 $f(x, y) = 1$ 代表白色区域， $f(x, y) = 0$ 代表黑色区域。

- 用于提取图像中的结构信息的有效工具。
 - 表示或者描述图片的形状、边界
- 通常作为图像分割或者边缘检测的前处理或者后处理步骤

集合论与逻辑运算公式

Operation	Equation	Description
Translation	$(A)_z = \{w \mid w = a + z, \text{ for } a \in A\}$	将A 平移到 z ，主要用于图像的几何变换，比如平移、旋转、缩放等
Reflection	$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ for } b \in B\}$	围绕原点反射 B 中所有元素，用于计算膨胀、腐蚀等中的结构元素变换
Complement	$A^c = \{w \mid w \notin A\}$	计算 A 的补集，主要用于翻转黑白像素。
Difference	$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\}$ $= A \cap B^c$	从 A 中去除 B 的元素，主要用于目标提取，或者去除小噪声
Dilation	$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$	扩张 A 的边界，主要用于连接相邻区域，增强前景区域等
Erosion	$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$	缩小 A 的边界，主要用于去除噪声，分割目标等

Dilation (膨胀)

膨胀可以看作是用结构元素扫描图像，如果遇到相同的元素，则膨胀图像。计算后目标区域会变大，边界会向外扩张。

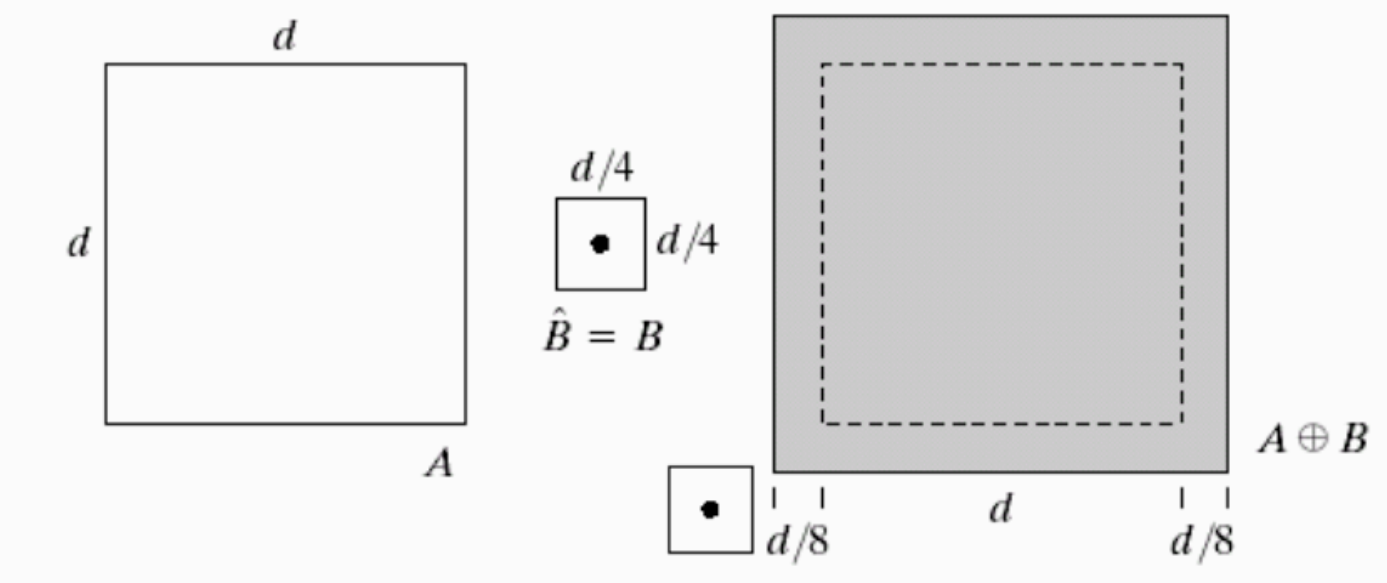
$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

其中， A 是输入图像， B 是结构元素，用于定义膨胀操作的作用范围。 \hat{B} 表示 B 的反射，即 $\hat{B} = \{-b \mid b \in B\}$ ，而 $(B)_z$ 表示 B 平移到位置 z 。

公式表示：如果 $(\hat{B})_z$ 与 A 有交集，则 z 属于膨胀后的图像。

- 之所以要用 \hat{B} ，而不是直接用 B 主要原因是为了保证dilation和erosion的对偶性。
- 结构元素可以是不同的形状，会影响膨胀的方式。
 - 方形，均匀向各个方向扩张
 - 圆形，适合处理曲线和圆形目标
 - 十字形，适合水平和垂直方向的扩张，适合处理线条和边缘
- 可以类比为卷积运算， B 可以看作是卷积核，翻转之后滑动到图像的各个位置计算

图形理解：



Erosion(腐蚀)

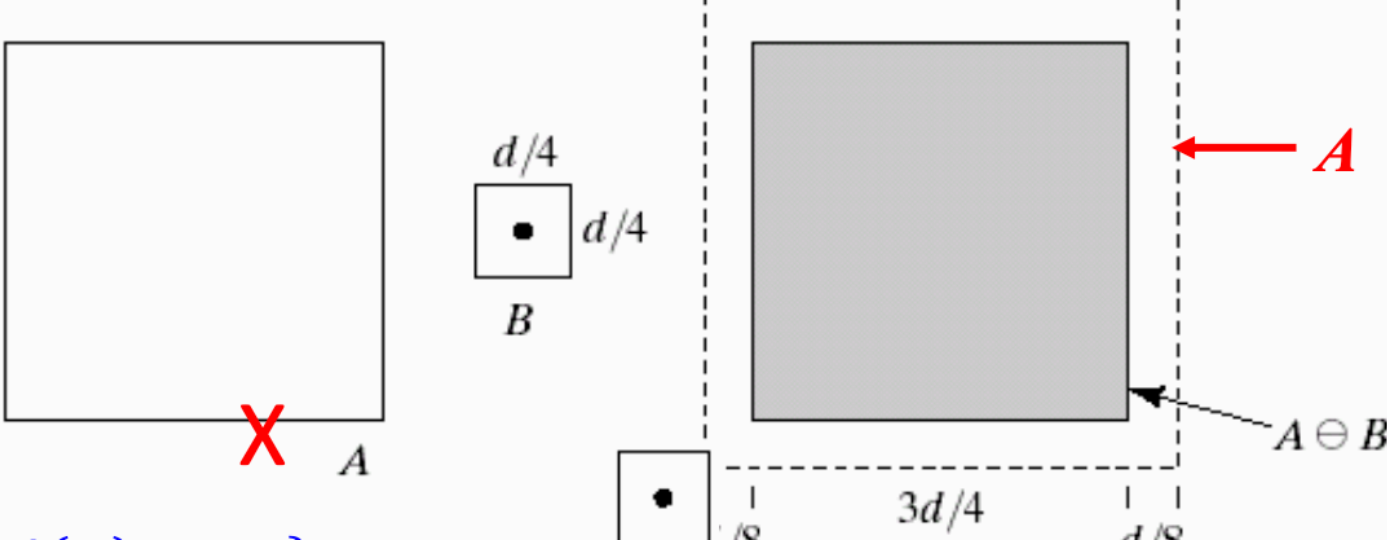
腐蚀主要是可以看作是结构元素在图像上滑动，如果结构元素的所有像素都在图像中，则保留该像素，否则去除该像素。计算后目标区域会变小，边缘像素会被去除，比如孤立的噪声点。

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

膨胀和腐蚀是对偶运算，可以理解为：

- 膨胀的补集等于腐蚀补集的膨胀
- 腐蚀的补集等于膨胀补集的腐蚀

图像理解：



Opening(开运算)

开运算是一种复合运算方式，先腐蚀后膨胀，可以平滑对象边界，去除小噪声，保留主要结构。

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

- 先腐蚀移除噪声，缩小目标区域
- 再膨胀恢复目标区域，避免图像变小

主要应用：

- 图像去噪
- 分割图像中连接的区域
- 边缘检测
- 医学图像处理、字符识别OCR等

Closing(闭运算)

闭运算是开运算的对偶运算，先膨胀后腐蚀，可以平滑对象边界，填充小孔，保留主要结构。

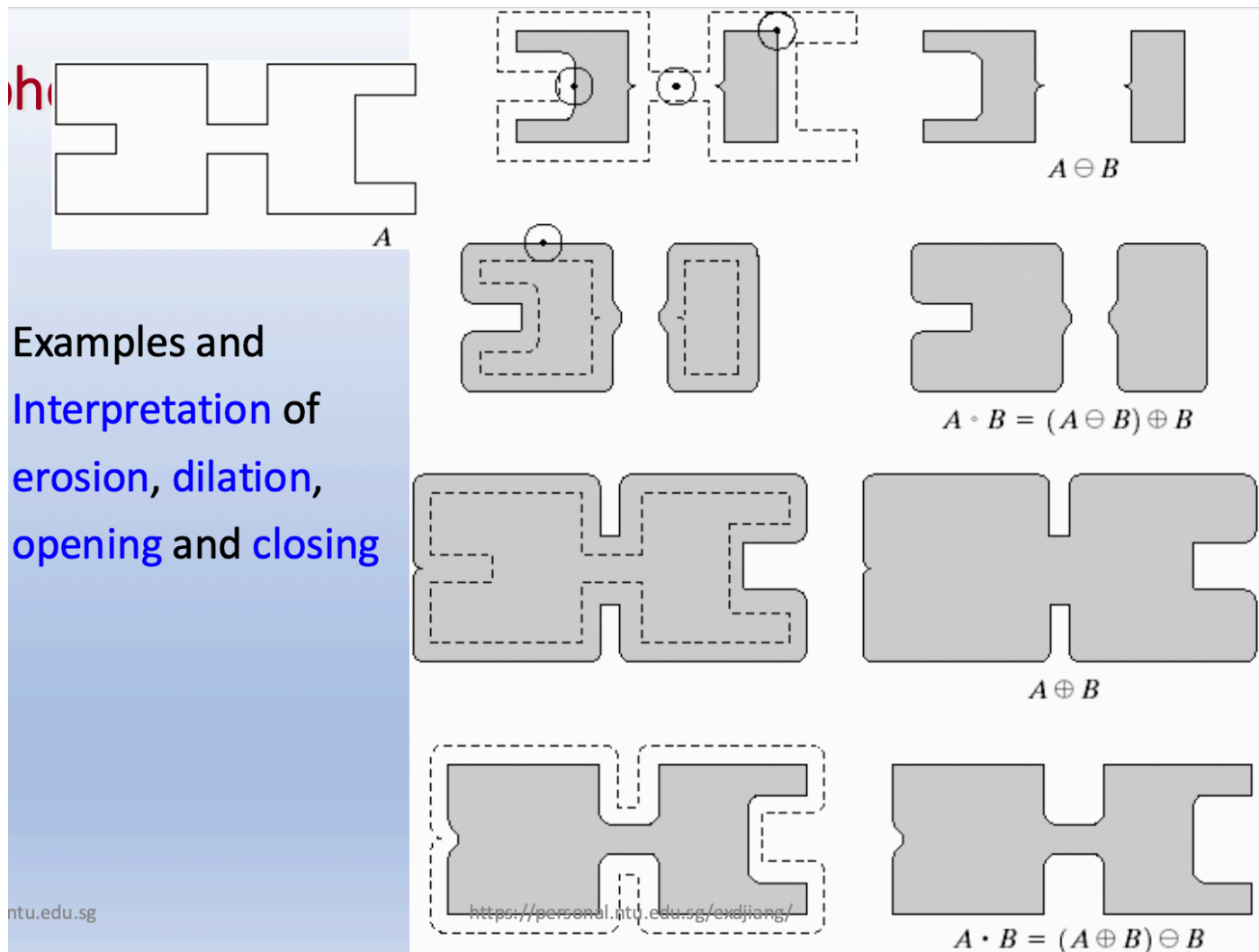
$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$

- 先膨胀连接目标区域，消除小孔
- 再腐蚀恢复主体形状，避免过度拓展

主要应用：

- 填充孔洞
- 连接断裂区域
- 消除目标的小凹陷或者边缘缺失的部分

图像解释:



- 备注
 - A 是 $A \cdot B$ 的子集
 - $A \circ B$ 是 A 的子集

图像学算法

边界提取

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

区域填充

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c,$$

$$A^F = X_k \cup A$$

提取联通区域

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

去噪

- 去除小颗粒噪声，细小孤立点

$$(A \circ B) \cdot B$$

- 填充内部噪声，在清理边缘干扰

$$(A \cdot B) \circ B$$