

# Упругое рассеяние ${}^6\text{Li}$ на ядрах ${}^{40}\text{Ca}$ при энергиях 20, 26, 28, 30, 32, 34, 88, 99, 156, 210, 240 МэВ

Керим Гусейнов

Группа 213М

В данной работе изучается упругое рассеяние ядер  ${}^6\text{Li}$  на мишени  ${}^{40}\text{Ca}$  при энергиях в лабораторной системе отсчета, равных 20 [1], 26 [2], 28 [2, 3], 30 [2, 4], 32 [5], 34 [2, 3], 88 [6], 99 [7], 156 [8], 210 [9], 240 МэВ [10]. Работа осуществляется с помощью базы знаний NRV [11] на основе задач 1 и 2, поставленных в пособии [12].

## Задание 1. Сравнение экспериментальных сечений с формулой Резерфорда

Кулоновский потенциал уникален тем, что и при классическом, и при квантовом рассмотрении дает один результат для сечения – формулу Резерфорда. При учете движения центра масс и подстановке всех численных значений формула Резерфорда приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{c.m.}})\right)_{\text{Ruth.}} &= \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E_{\text{c.m.}}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \\ &= \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\frac{m_2}{m_1+m_2}E_{\text{lab.}}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \\ &= \left(\frac{3 \cdot 20 \cdot 197/137}{4\frac{40}{6+40}E_{\text{lab.}}^{\text{MeV}}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \text{ фм}^2/\text{ср} \\ &= \left(\frac{3 \cdot 20 \cdot 197/137}{4\frac{40}{6+40}E_{\text{lab.}}^{\text{MeV}}}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \cdot 10 \text{ мб/ср} \\ &= 6152.75 \cdot (E_{\text{lab.}}^{\text{MeV}})^{-2} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \text{ мб/ср}\end{aligned}\tag{1}$$

При взаимодействии ядерных систем кулоновская компонента потенциала оказывается не единственной. Кроме того, учет размеров ядра будет еще больше искажать картину. Вследствие этого возникают существенные отклонения даже в классическом случае, как будет видно в дальнейшем на рисунках 8, 10, 12.

С помощью базы знаний NRV были получены экспериментальные сечения рассеяния  ${}^6\text{Li}$  на  ${}^{40}\text{Ca}$  при различных энергиях. Они представлены на рисунках 1, 2, 3, 4 в сравнении с сечениями, вычисленными по формуле Резерфорда (1). Кроме того, на рисунках 2, 3, 4 сравниваются экспериментальные сечения, полученные различными авторами при одинаковых энергиях. Как видно, экспериментальные данные

хорошо согласуются между собой, но либо подчиняются формуле Резерфорда в узкой области малых углов (при энергиях до 34 МэВ), либо не подчиняются вообще (при энергиях порядка 100 МэВ и выше). Это связано, во-первых, с конечными размерами ядер, а во-вторых – с присутствием потенциала ядерного взаимодействия наравне с электромагнитным. Стоит заметить, что величина кулоновского барьера для системы  ${}^6\text{Li}+{}^{40}\text{Ca}$  составляет 9.3 МэВ, а при энергии 30 МэВ ( $E_{\text{лаб.}} = 34$  МэВ) минимальное расстояние в 10 фм достигается при угле рассеяния  $24^\circ$ .

Корректность построенных графиков подтверждается полным их совпадением с графиками, предоставляемыми системой NRV, на рисунках [2](#), [3](#), [4](#).

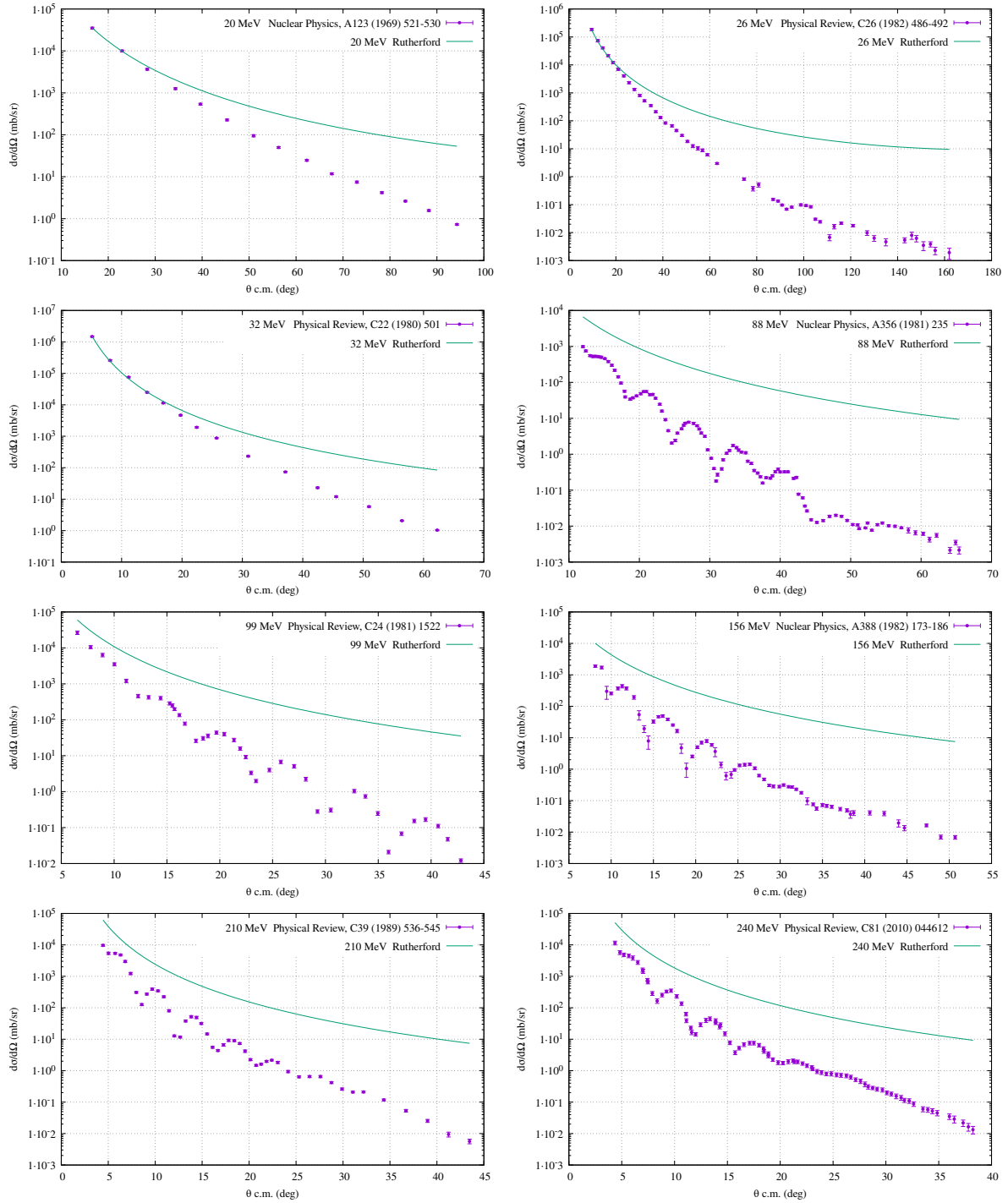
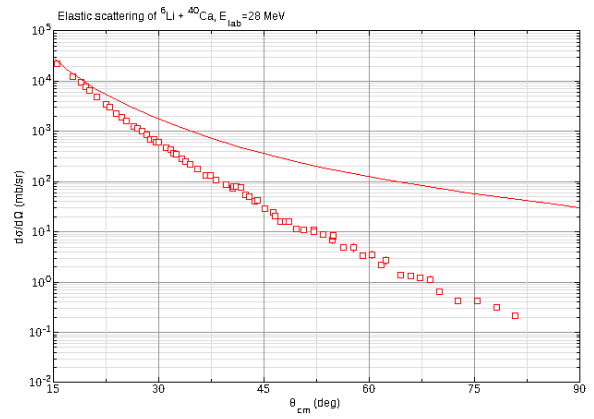
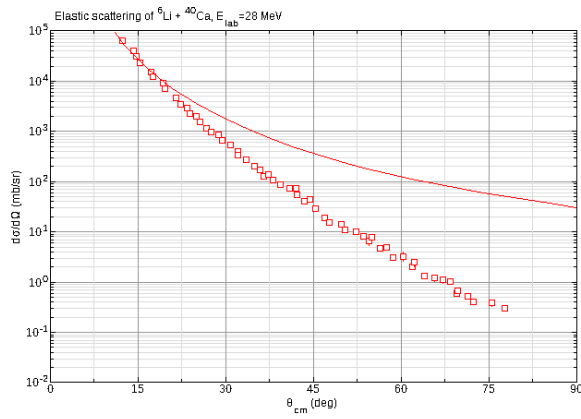
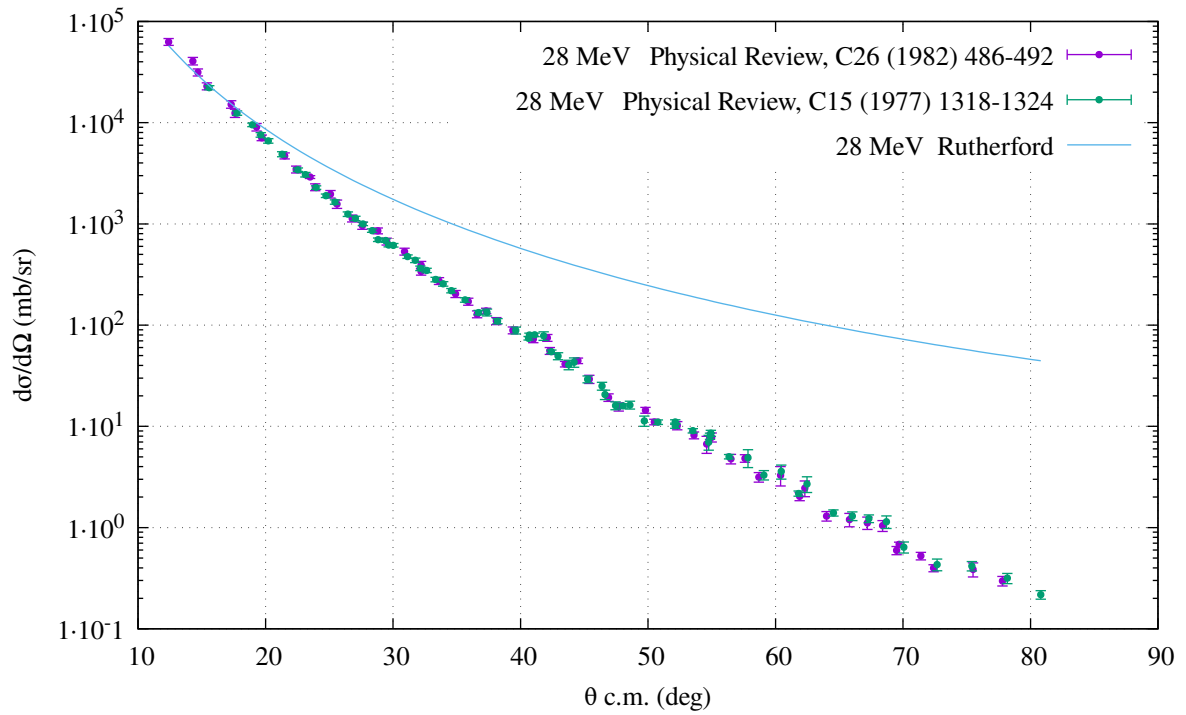
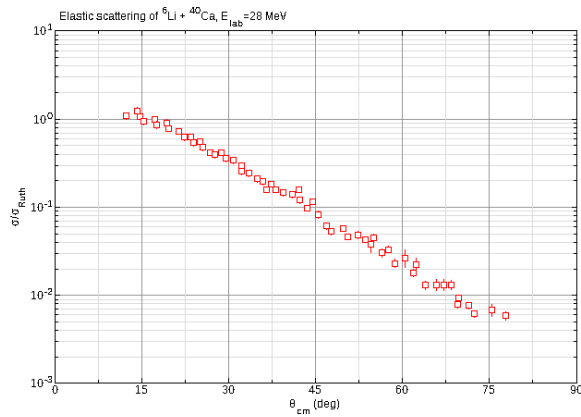


Рис. 1. Экспериментальные и Резерфордские сечения при энергиях от 20 до 240 МэВ. [1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10]



Physical Review, C26 (1982) 486-492



Physical Review, C15 (1977) 1318-1324

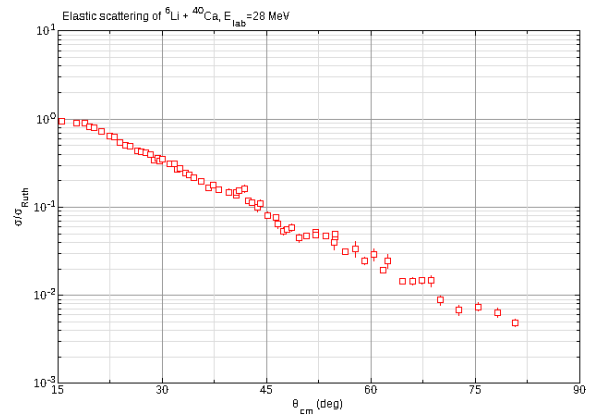
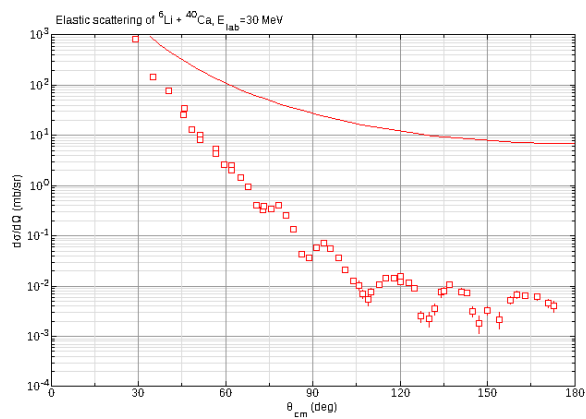
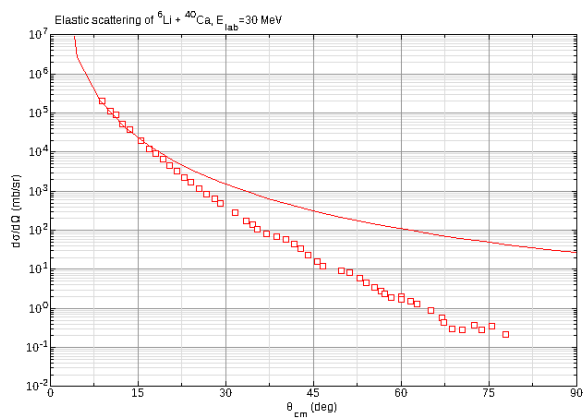
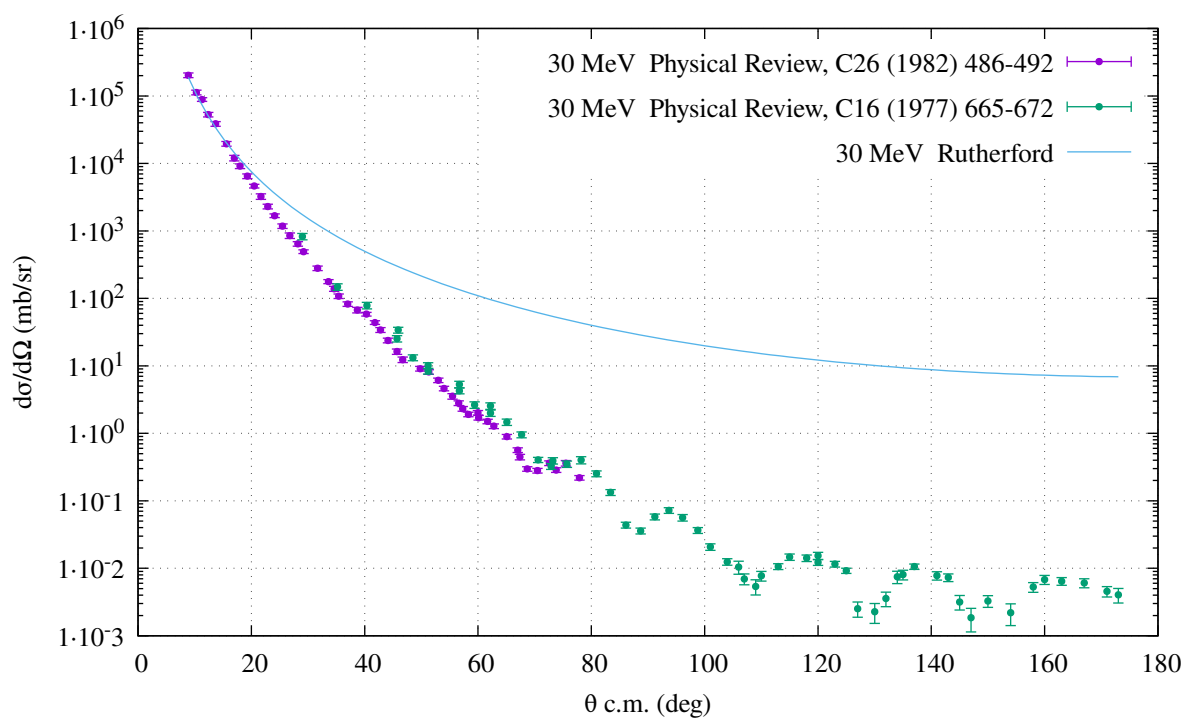
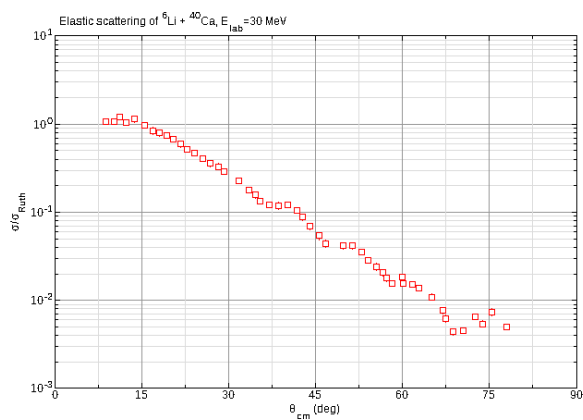


Рис. 2. Сравнение сечений, полученных разными авторами при энергии 28 МэВ. [2, 3]



Physical Review, C26 (1982) 486-492



Physical Review, C16 (1977) 665-672

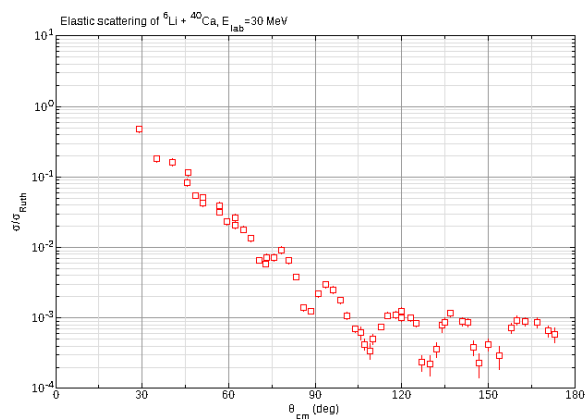
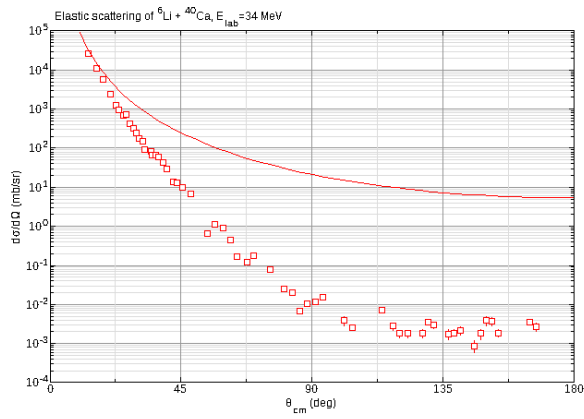
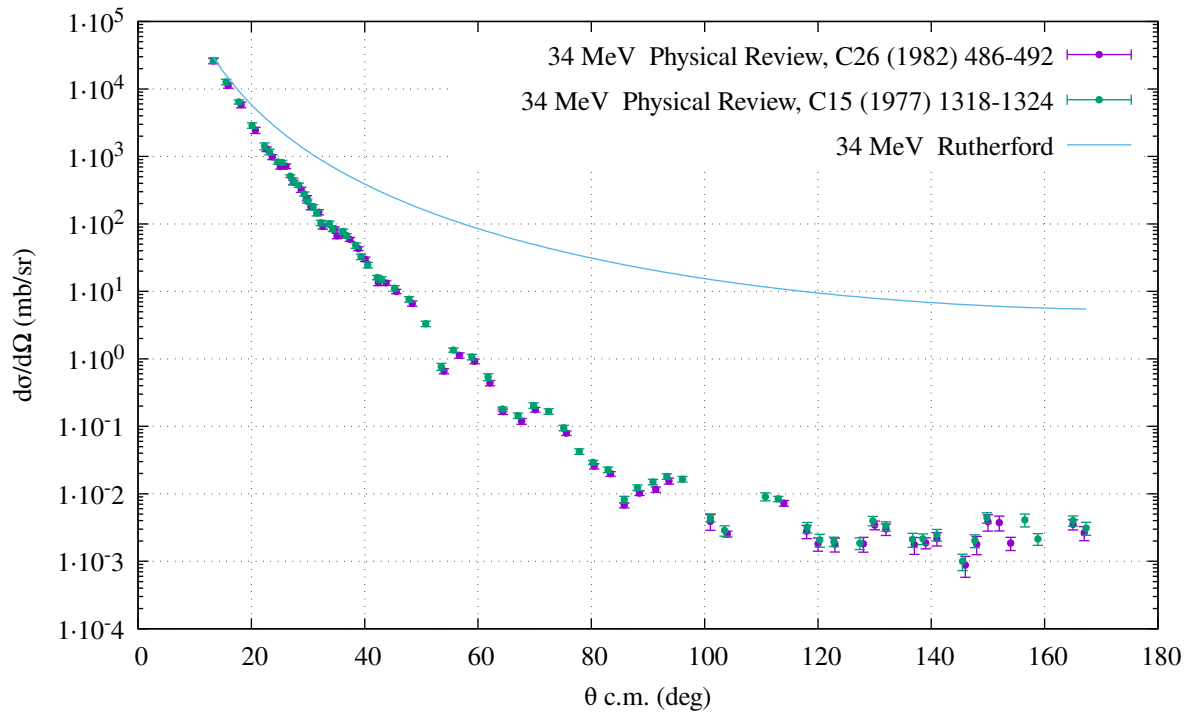
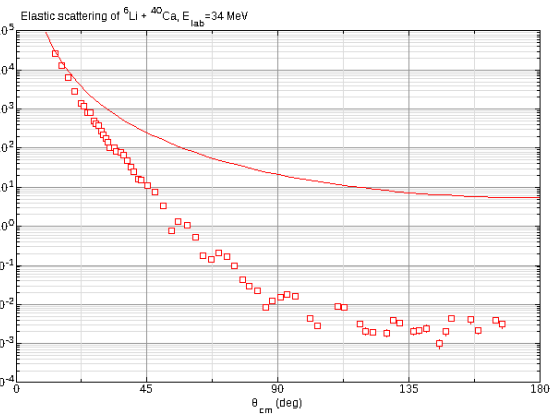
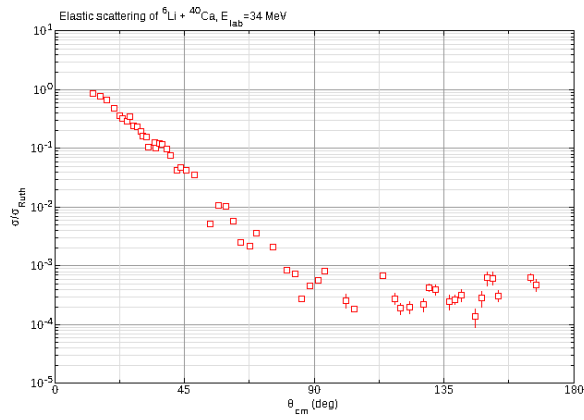


Рис. 3. Сравнение сечений, полученных разными авторами при энергии 30 МэВ. [2, 4]



Physical Review, C26 (1982) 486-492



Physical Review, C15 (1977) 1318-1324

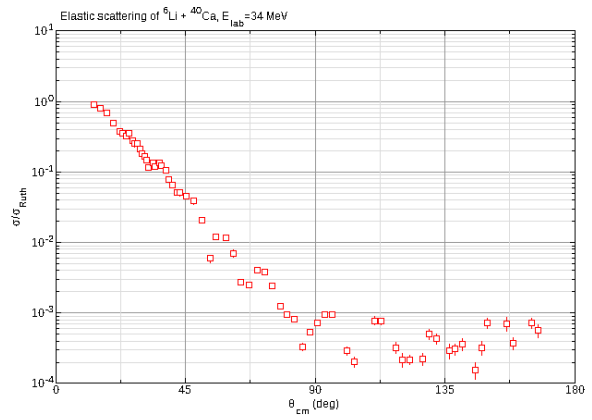


Рис. 4. Сравнение сечений, полученных разными авторами при энергии 34 МэВ. [2, 3]

## Задание 2. Рассеяние согласно оптической модели

Приблизиться к теоретически верному описанию процессов рассеяния ядер позволяет оптический потенциал. Путем подбора форм компонент потенциала и введения мнимой части появляется возможность более тонко описывать взаимодействие ядер и учитывать неупругие каналы.

Система NRV предоставляет возможность выбора различных систематик оптического потенциала в случае, когда налетающей частицей является  ${}^6\text{Li}$  [13, 14, 15], и аппроксимации экспериментального сечения для определения параметров потенциала, с помощью которых затем вычисляются волновая функция и  $S$ -матрица, а также характеристики классического рассеяния.

Для демонстрации процесса выбора наилучшей систематики удобно рассмотреть данные для энергии 99 МэВ [7], поскольку это наивысшая доступная энергия, на которую еще рассчитаны все три систематики. Для каждой систематики производилась аппроксимация при последовательном варьировании различных параметров, включая ширины диффузных слоев вещественной и мнимой частей потенциала, до тех пор, пока значение  $\chi^2/N_{\text{точек}}$  не переставало уменьшаться. Полученные в итоге параметры потенциалов, а также сечение поглощения и полное сечение рассеяния, выписаны в таблице 1. Сами потенциалы и дифференциальные сечения рассеяния показаны на рисунке 5. Как видно, наилучшая аппроксимация достигается при выборе систематики R. O. Akyuz, A. Winther, однако в этом случае потенциал в центре отталкивающий, а не притягивающий, какой следует ожидать от ядерного взаимодействия. Поэтому для дальнейшего анализа набора данных при 99 МэВ была выбрана систематика J. Cook. Стоит обратить внимание, что для разных энергий наилучшее описание достигалось при использовании разных систематик. Кроме того, для энергий 156, 210 и 240 МэВ была доступна лишь систематика R. O. Akyuz, A. Winther.

Таблица 1. Сравнение параметров оптической модели, сечений поглощения и полных сечений для разных систематик при аппроксимации экспериментального сечения при энергии 99 МэВ. [7]

OMP систематика	Вещественная часть			Мнимая часть		
	$V_0$ , МэВ	$r_0(R)$ , фм	$a$ , фм	$V_0$ , МэВ	$r_0(R)$ , фм	$a$ , фм
J. Cook [13]	-117.158	0.881 (4.614)	0.769	-22.871	1.155 (6.049)	0.874
R. Kalpakchieva <i>et al.</i> [14]	-137.088	0.828 (4.336)	0.813	-20.906	1.187 (6.216)	0.826
R. O. Akyuz, A. Winther [15]	-7.321	1.372 (7.185)	0.728	-71.512	1.044 (5.468)	0.692
OMP систематика		$\sigma_R$ , мб	$\sigma_{\text{tot}}$ , мб	$\chi^2/N$		
J. Cook [13]		2048.19	3568.68	1.496		
R. Kalpakchieva <i>et al.</i> [14]		2009.29	3526.60	1.601		
R. O. Akyuz, A. Winther [15]		1859.01	3297.10	1.290		

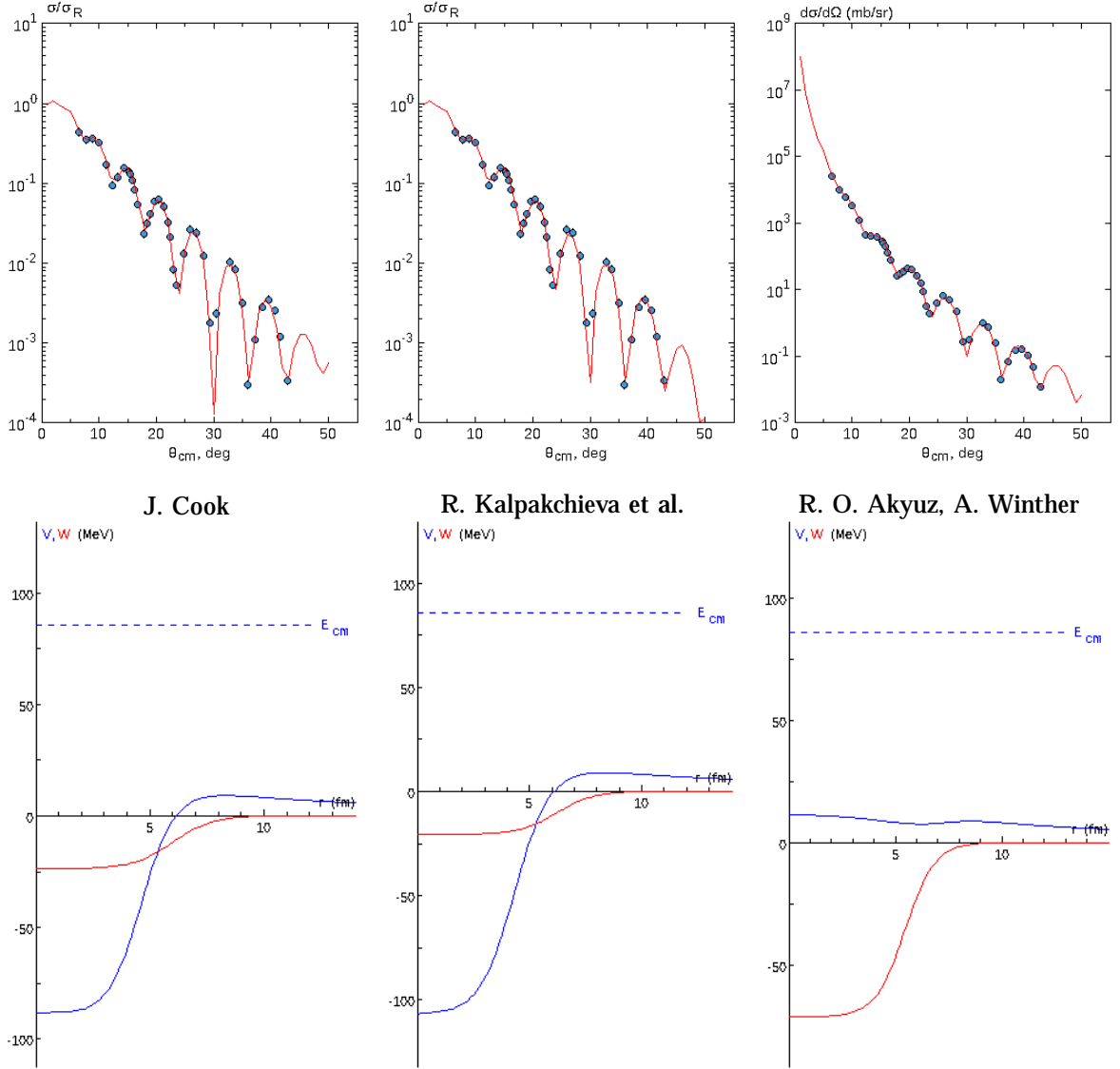


Рис. 5. Сечения в отношении к Резерфордскому, вычисленные на основе оптических потенциалов с тремя доступными систематиками, и сами оптические потенциалы. Аппроксимация основана на данных при  $E_{\text{лаб.}} = 99$  МэВ. [7]



Таблица 2. Сравнение параметров оптической модели, сечений поглощения и полных сечений при разных энергиях.

$E_{\text{лаб.}}, \text{ МэВ}$	Вещественная часть			Мнимая часть			$\sigma_R, \text{ мб}$	$\sigma_{\text{tot}}, \text{ мб}$	$\chi^2/N$
	$V_0, \text{ МэВ}$	$r_0(R), \text{ фм}$	$a, \text{ фм}$	$V_0, \text{ МэВ}$	$r_0(R), \text{ фм}$	$a, \text{ фм}$			
20 [1]	-108.59	0.866 (4.535)	0.811	-46.112	1.001 (5.242)	0.884	1346.04	2179.83	6.896
26 [2]	-32.226	1.261 (6.604)	0.591	-9.339	1.239 (6.489)	0.591	1365.94	2487.52	5.590
28 [3]	-316.489	0.704 (3.687)	0.811	-68.226	0.938 (4.912)	0.884	1662.74	2790.88	2.496
28 [2]	-179.076	0.793 (4.153)	0.811	-69.185	0.932 (4.881)	0.884	1656.14	2781.48	1.818
30 [4]	-37.04	1.187 (6.216)	0.591	-9.093	1.218 (6.379)	0.591	1346.66	2456.06	16.124
30 [2]	-40.981	1.057 (5.536)	0.811	-7.484	1.355 (7.096)	0.67	1548.24	2738.05	0.785
32 [5]	-31.242	1.255 (6.573)	0.591	-8.557	1.262 (6.609)	0.591	1488.40	2754.62	3.619
34 [3]	-185.6	0.805 (4.216)	0.811	-10.934	1.289 (6.751)	0.88	1863.74	3181.27	9.658
34 [2]	-55.958	1.015 (5.316)	0.807	-9.29	1.3 (6.808)	0.714	1627.75	2900.63	9.534
88 [6]	-117.84	0.876 (4.588)	0.811	-20.27	1.184 (6.201)	0.88	2081.79	3647.99	31.544
99 [7]	-117.158	0.881 (4.614)	0.769	-22.871	1.155 (6.049)	0.874	2048.19	3568.68	1.496
156 [8]	-100.455	0.903 (4.729)	0.795	-50.918	0.98 (5.132)	0.921	2028.83	3565.10	4.666
210 [9]	-9.852	1.392 (7.29)	0.591	-41.453	1.155 (6.049)	0.583	1752.05	3221.32	23.258
240 [10]	-11.012	1.378 (7.217)	0.591	-3.448	1.328 (6.955)	0.251	983.41	3347.94	6.212

Таблица 3. Величина и положение кулоновского барьера в оптической модели при различных энергиях столкновения  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^{40}\text{Ca}$ .

$E_{\text{лаб.}}, \text{ МэВ}$	$V_{\text{кул.}}, \text{ МэВ}$	$R_{\text{кул.}}, \text{ фм}$	$E_{\text{лаб.}}, \text{ МэВ}$	$V_{\text{кул.}}, \text{ МэВ}$	$R_{\text{кул.}}, \text{ фм}$
20 [1]	9.38	8.28	34 [3]	9.22	8.55
26 [2]	9.05	8.85	34 [2]	9.11	8.55
28 [3]	9.34	8.28	88 [6]	9.22	8.82
28 [2]	9.34	8.28	99 [7]	9.45	8.26
30 [4]	9.40	8.55	156 [8]	9.29	8.24
30 [2]	9.13	8.55	210 [9]	9.10	8.85
32 [5]	9.11	8.85	240 [10]	9.10	8.85

Аналогичным образом были проанализированы все доступные наборы данных, а результаты помещены в таблицу 2. Полученные потенциалы использовались для определения величины и положения кулоновского барьера, которые можно найти в таблице 3 и на рисунке 6. Наблюдается легкая тенденция уменьшения величины барьера при увеличении энергии, однако, скорее всего, это лишь видимый эффект ввиду недостатка статистики и точности.

Для трех наборов данных, аппроксимация которых оказалось особенно успешной,  $E_{\text{лаб.}} = 28 [2], 30 [2], 99 \text{ МэВ} [7]$ , были построены парциальные волновые функции и проведено сравнение с классическим подходом. Во всех трех случаях из рисунков 7, 9, 11 видно, что парциальные волновые функции ведут себя одинаково с поправкой на увеличение  $L_{\text{max}}$  при большей энергии. А именно, мнимые части волновых функций убывают при увеличении орбитального момента, а вещественные части вытесняются из области малых расстояний. Это объясняется влиянием центробежного барьера, не позволяющего ядрам проникать друг в друга при больших орбитальных

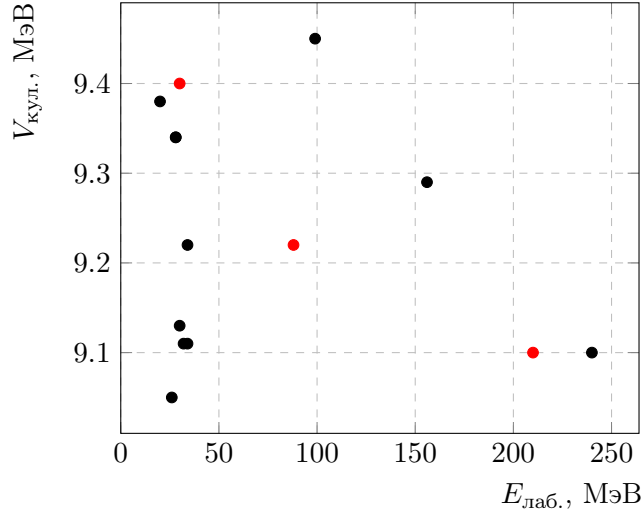


Рис. 6. Величина кулоновского барьера в оптической модели при столкновении  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^{40}\text{Ca}$  при энергиях от 20 до 240 МэВ. Красным цветом выделены данные с плохой аппроксимацией.

моментах. Также на рисунках 7, 9, 11 показаны функция распределения вероятности и классические траектории. Можно заметить, что при малых энергиях ядро  ${}^6\text{Li}$  в классическом случае может совершить полный оборот вокруг  ${}^{40}\text{Ca}$ . При энергии 99 МэВ такое поведение не наблюдается, но в функции распределения все равно заметны флуктуации при углах рассеяния порядка  $30^\circ$ . Аналогичные флуктуации, представляющие собой радужное рассеяние, более заметно проявляются при меньших энергиях для гораздо большего диапазона углов.

Кроме того, представляет интерес выход из упругого канала, описываемый  $S$ -матрицей в квантовом случае и вероятностью поглощения в классическом. Эти величины представлены на рисунках 8, 10, 12. Как видно, для 28 и 30 МэВ  $|S_L|$  выходит на единицу уже для  $L \sim 25$ , а при 99 МэВ – только для  $L \sim 70$ . Отношение энергий и отношение  $L_{\text{max}}$  совпадают не идеально, но весьма близки. Классическая вероятность отсутствия поглощения хорошо согласуется с  $|S_L|$  в области, где вероятность уже близка к единице. Величина области, в которой поглощение практически полное, примерно одинакова для трех энергий и составляет 5.1 фм.

Классическое и квантовое описания дифференциального сечения также представлены на рисунках 8, 10, 12. Очевидно, квантовое описание очень хорошо согласуется с данными, поскольку именно по этому критерию три набора данных и были отобраны. Классическая кривая разумно близка к точкам лишь при углах меньше  $30^\circ$  для 28 и 30 МэВ и при углах меньше  $10^\circ$  для 99 МэВ. Такое плохое описание связано с малостью величины кулоновского барьера.

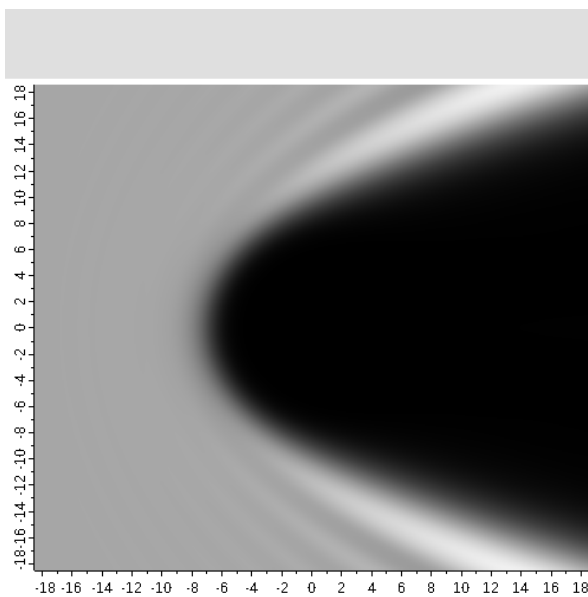
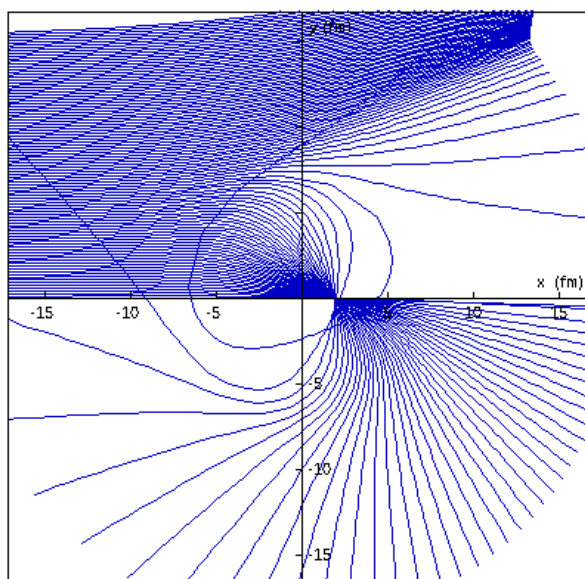
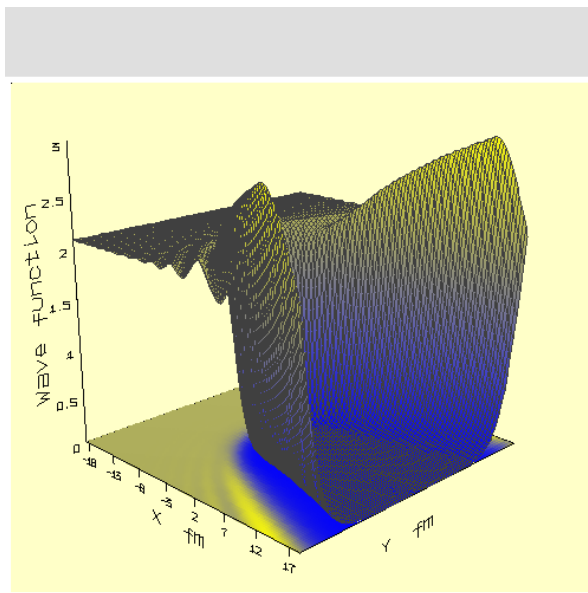
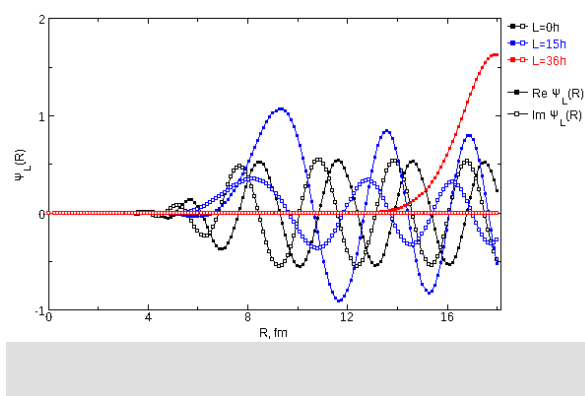


Рис. 7. Сравнение функции распределения и классических траекторий при энергии 28 МэВ. [2]

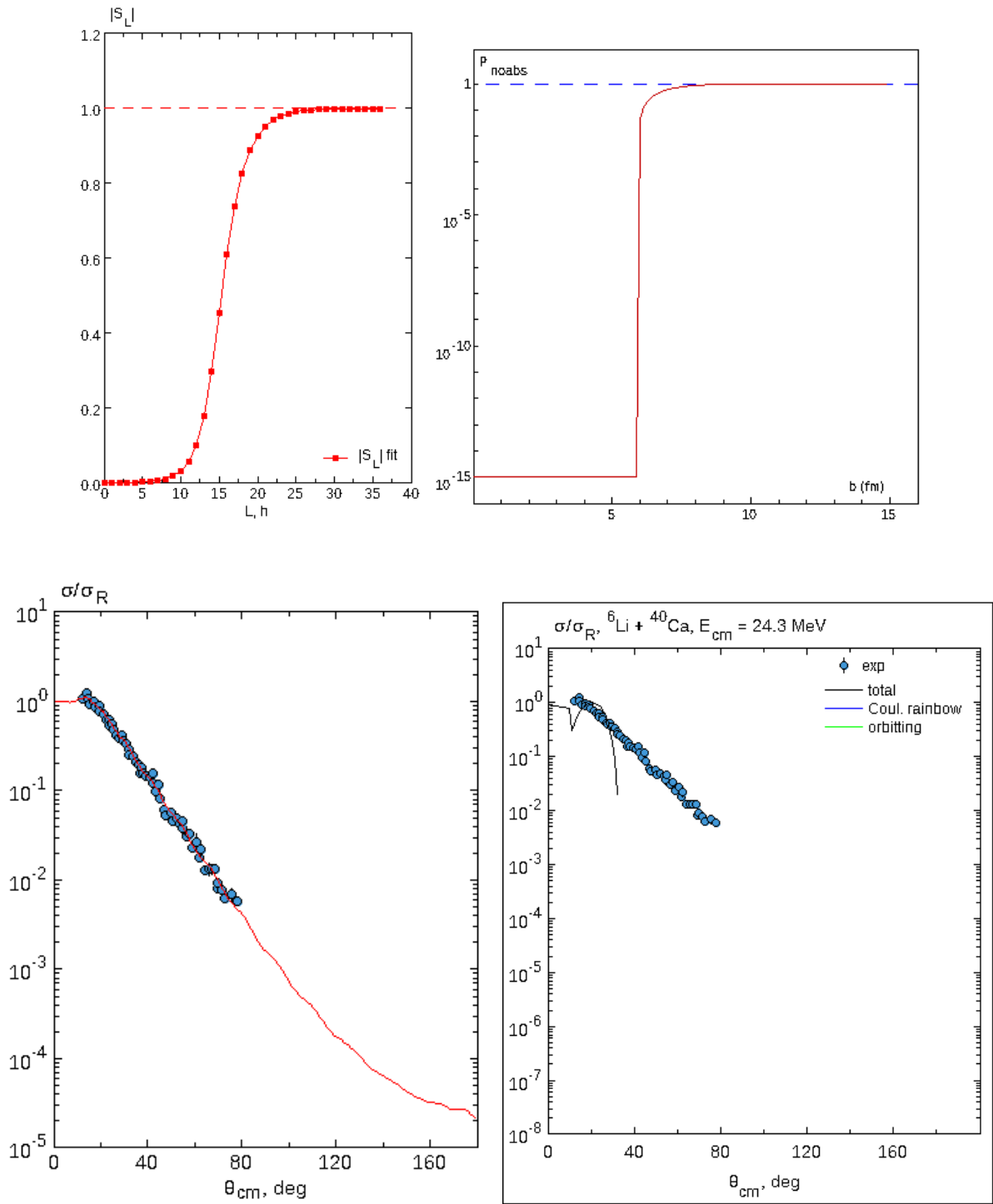


Рис. 8. Сравнение квантовых и классических вероятностей поглощения и сечений при энергии 28 МэВ. [2]

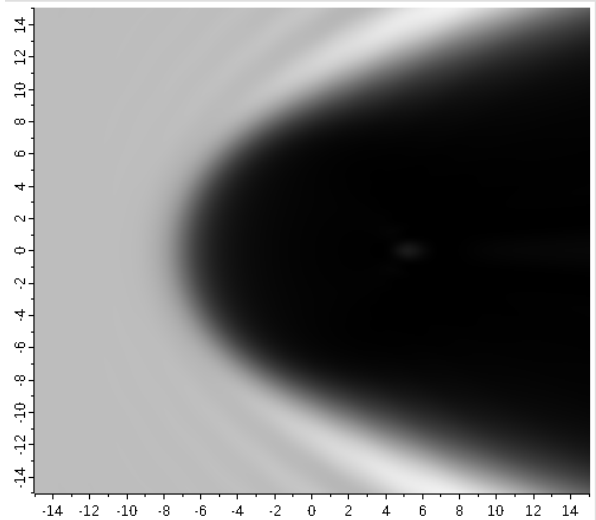
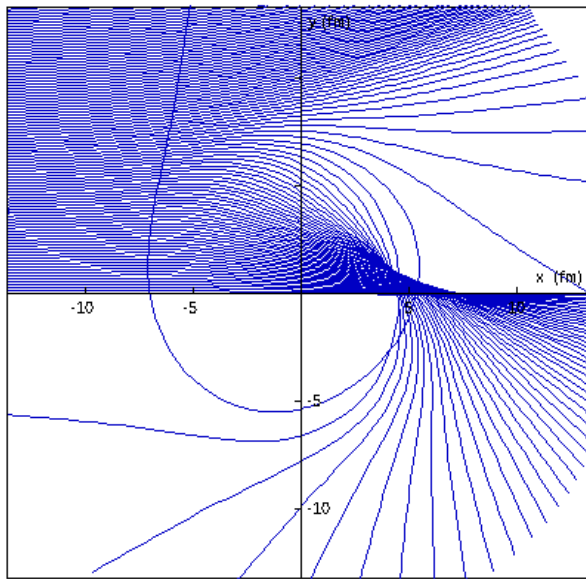
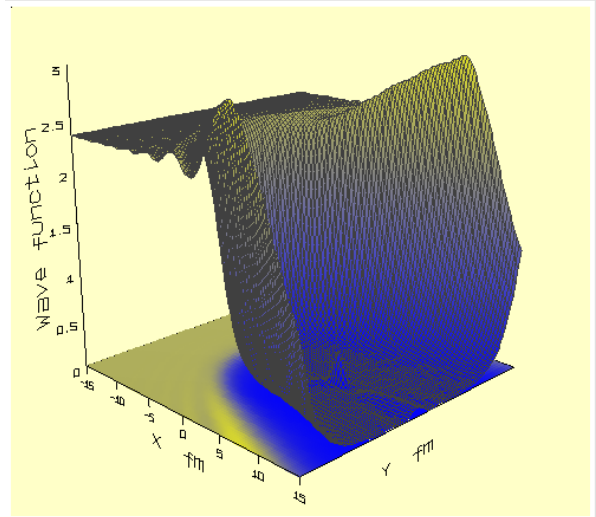
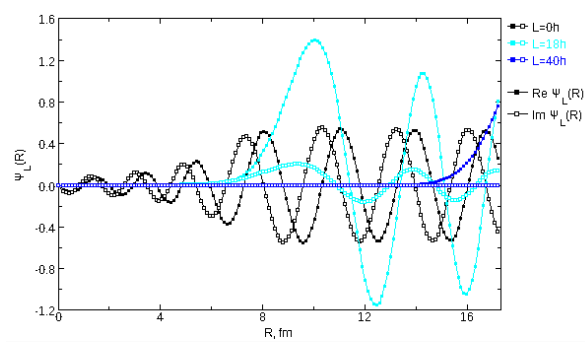


Рис. 9. Сравнение функции распределения и классических траекторий при энергии 30 МэВ. [2]

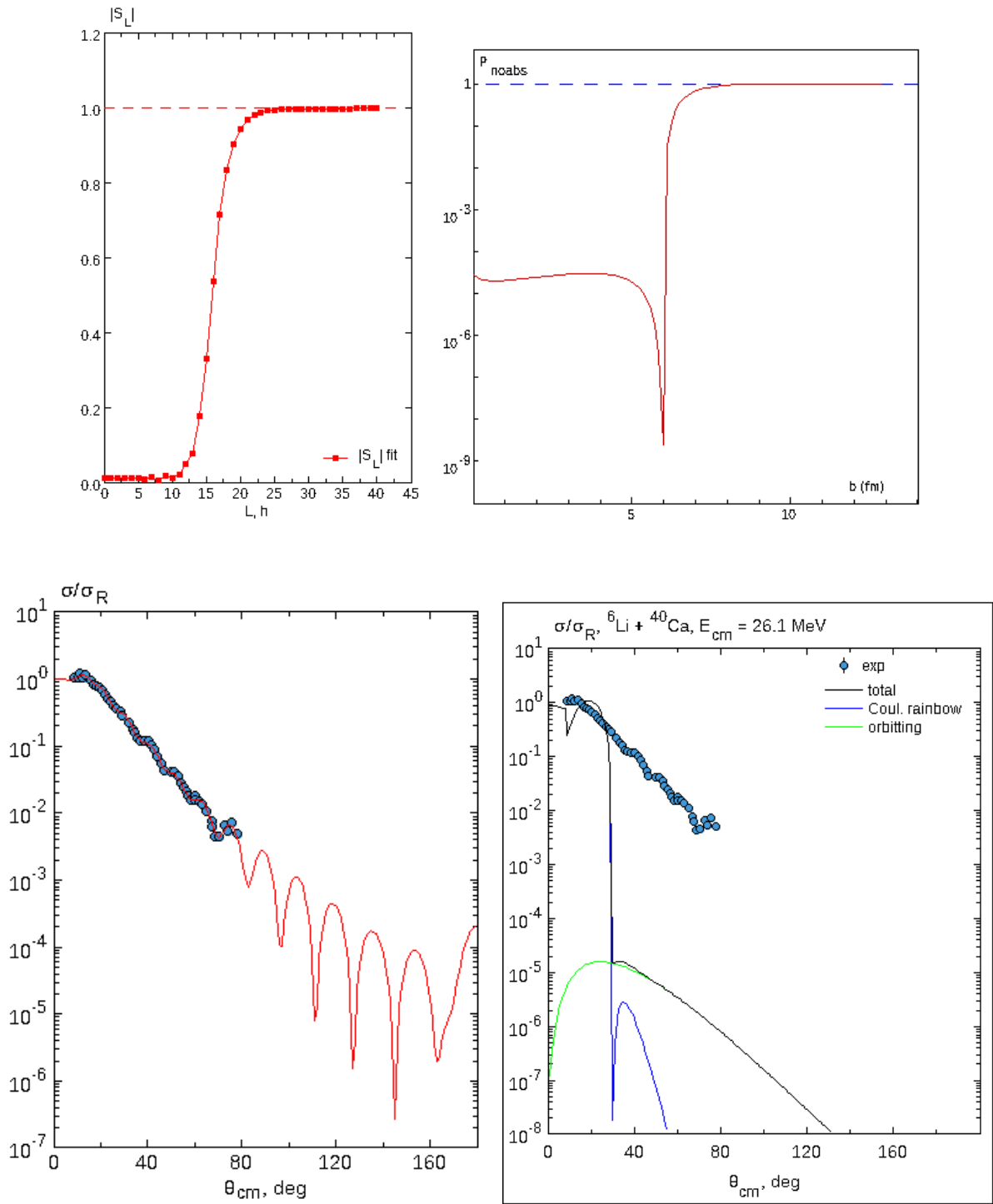


Рис. 10. Сравнение квантовых и классических вероятностей поглощения и сечений при энергии 30 МэВ. [2]

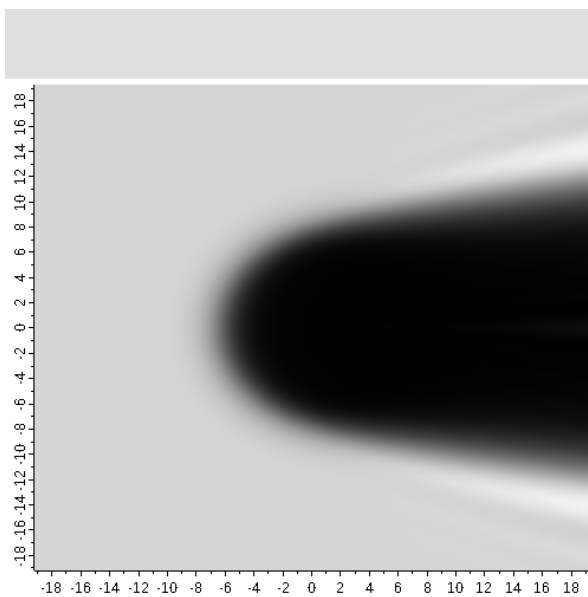
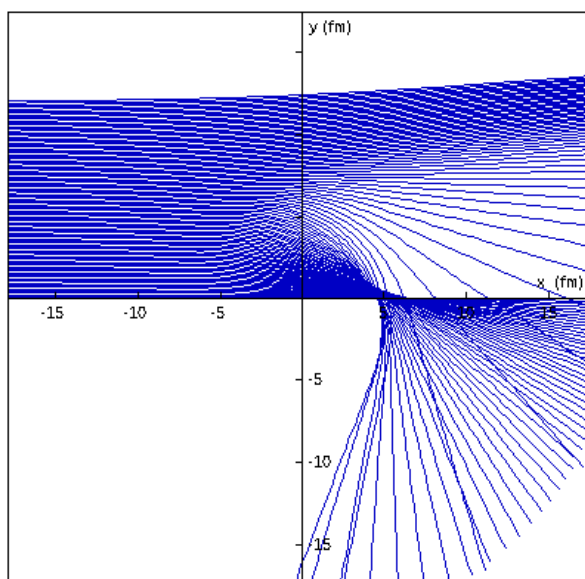
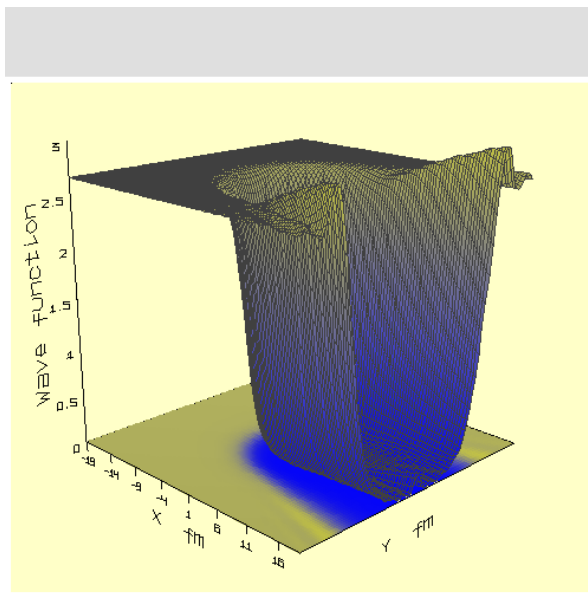
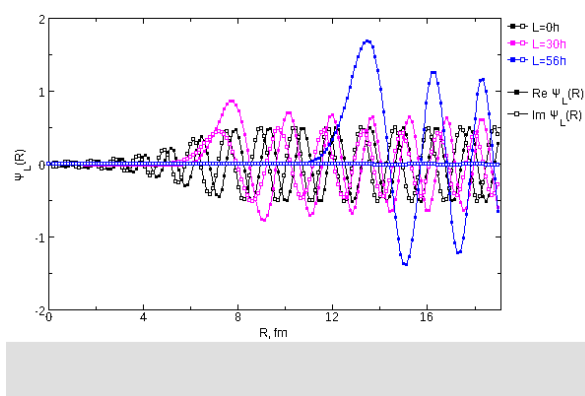


Рис. 11. Сравнение функции распределения и классических траекторий при энергии 99 МэВ. [7]

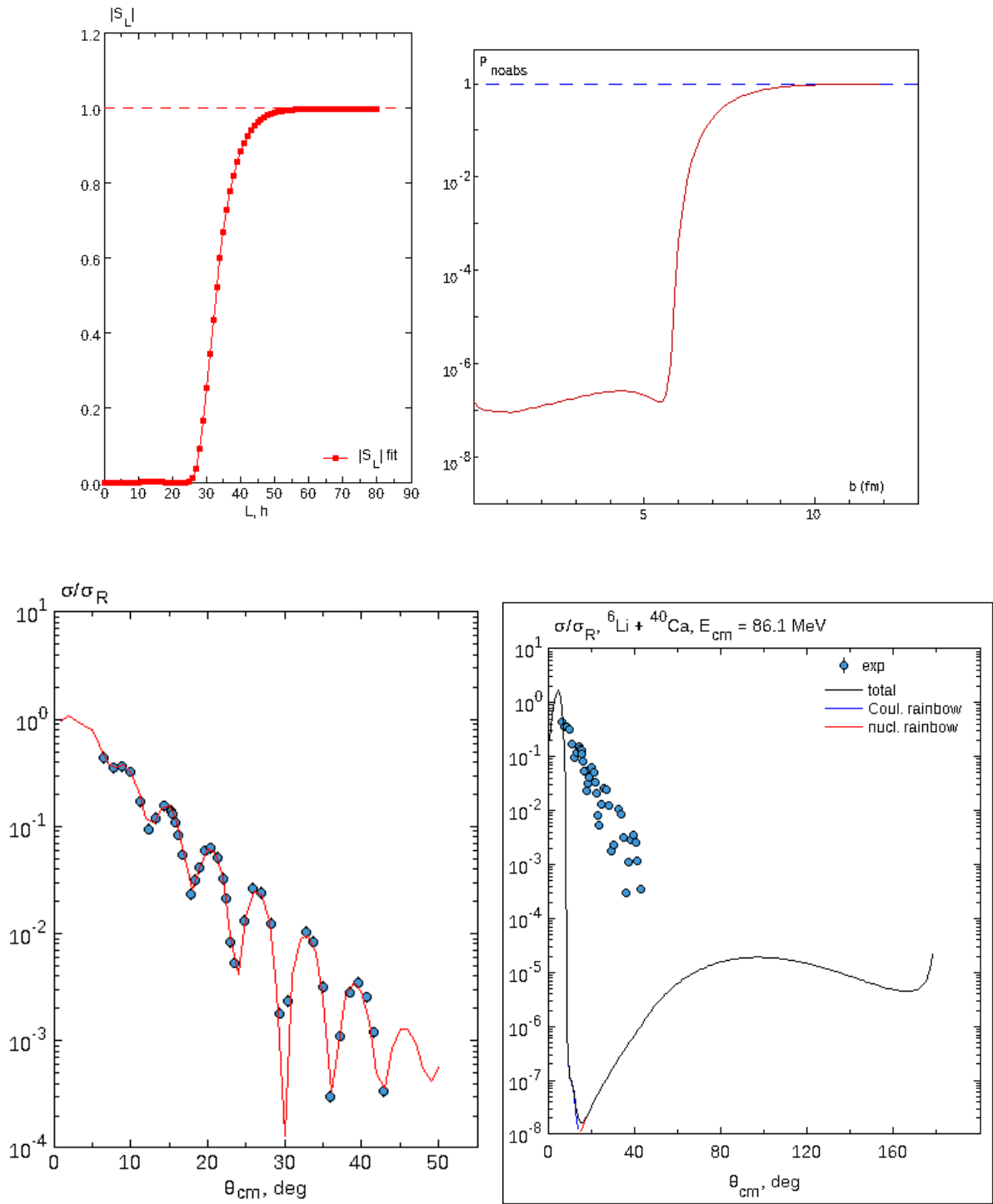


Рис. 12. Сравнение квантовых и классических вероятностей поглощения и сечений при энергии 99 МэВ. [7]



## Список литературы

- [1] K. Bethge, C. M. Fou, R. W. Zurmühle, *Elastic scattering of lithium nuclei*, *Nucl. Phys. A* **123** (1969) 521–530.
- [2] J. Cook, K. W. Kemper, M. F. Vineyard, *Description of large angle  ${}^6\text{Li} + {}^{40}\text{Ca}$  scattering from 26 to 34 MeV using double-folded and  $\alpha + d$  cluster potentials*, *Phys. Rev. C* **26** (1982) 486–492.
- [3] R. I. Cutler, M. J. Nadworny, K. W. Kemper, *28- and 34-MeV  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  elastic scattering on nuclei with  $40 \leq A \leq 91$* , *Phys. Rev. C* **15** (1977) 1318–1324.
- [4] H. Bohn *et al.*, *Back-angle anomalies in  ${}^6\text{Li}$  scattering from  ${}^{40}\text{Ca}$  and  ${}^{44}\text{Ca}$* , *Phys. Rev. C* **16** (1977) 665–672.
- [5] N. Anantaraman, H. W. Fulbright, P. M. Stwertka, *Variation of ground-state  $\alpha$ -particle strengths for sd- and fp-shell nuclei*, *Phys. Rev. C* **22** (1980) 501–506.
- [6] C. B. Fulmer *et al.*, *Elastic and inelastic scattering of 88 MeV  ${}^6\text{Li}$  ions*, *Nucl. Phys. A* **356** (1981) 235–259.
- [7] P. Schwandt *et al.*, *Optical potential for  ${}^6\text{Li}$  elastic scattering at 99 MeV*, *Phys. Rev. C* **24** (1981) 1522–1528.
- [8] J. Cook *et al.*, *Optical model studies of  ${}^6\text{Li}$  elastic scattering at 156 MeV*, *Nucl. Phys. A* **388** (1982) 173–186.
- [9] A. Nadasen *et al.*, *Unique  ${}^6\text{nucleus}$  optical potentials from elastic scattering of 210 MeV  ${}^6\text{Li}$  ions by  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{90}\text{Zr}$ , and  ${}^{208}\text{Pb}$* , *Phys. Rev. C* **39** (1989) 536–545.
- [10] Krishichayan *et al.*, *Elastic and inelastic scattering of 240-MeV  ${}^6\text{Li}$  ions from  ${}^{40}\text{Ca}$  and  ${}^{48}\text{Ca}$  and tests of a systematic optical potential*, *Phys. Rev. C* **81** (2010) 044612.
- [11] <http://nrv.jinr.ru/nrv/>
- [12] А. С. Деникин, М. А. Науменко, В. В. Самарин, *Оптическая модель упругого рассеяния в базе знаний Nuclear Reaction Video (NRV)*, Дубна, 2016.
- [13] J. Cook, *Global optical-model potentials for the elastic scattering of  ${}^6, {}^7\text{Li}$  projectiles*, *Nucl. Phys. A* **388** (1982) 153–172.
- [14] R. Kalpakchieva, *et al.* *Elastic and inelastic scattering of  ${}^6\text{Li}$  on  ${}^{12}\text{C}$  at 63 MeV*, JINR Preprint JINR-P7-2003-132.

- [15] R. O. Akyuz and A. Winther, *Parameterization of the nucleus-nucleus potential*, Proc. Enrico Fermi Int. School of Physics, 1979, “Nuclear structure and heavy-ion reactions”, ed. R. A. Broglia, C. H. Dasso and R. Ricci (North-Holland, Amsterdam, 1981) p. 491.