دانشگاه الزهرا (س)
دانشکده علوم ریاضی

رساله دکتری
رشته ریاضی محض گرایش آنالیز ریاضی

عنوان رساله

نوشتن پروژه، پایان‌نامه و رساله با استفاده از کلاس AlzahraThesis

Writing projects, theses and dissertations using Alzahra_thesis Class

دانشجو
احسان منبتی

استادان راهنما
فرید بهروزی
ابولقاسم لاله

فروردین‌ماه ۱۳۹۵

چکیده

توضیح: چکیده میتواند ۲۵۰ تا ۳۰۰ واژه داشته باشد و باید در یک صفحه گنجانده شود. در نگارش چکیده جمله‌های کامل (فعل‌دار) به‌کار می‌روند. چکیده شامل هدف، روششناسی پژوهش، یافتهها، نتیجه‌گیری وکلیدواژهها است. در چکیده، بیشتر جمله‌های معلوم به‌جای جمله‌های مجهول می‌آیند. در چکیده فرمولی نوشته نمی‌شود ولی اگر نیاز باشد باید واژه‌های فارسی برای نوشتن آن به‌کار روند. در متن چکیده، از ارجاع به منابع و اشاره به جداول و نمودارها اجتناب شود. در پایان‌نامه/ رسالههایی که متن اصلی آن‌ها به زبان فارسی است، نخست چکیده فارسی و در پایان نیز چکیده به زبان انگلیسی می‌آید، پایاننامه/ رسالههایی که به سایر زبانها (عربی، فرانسه و...) نوشته می‌شوند، چکیده باید به سه زبان، ۱ـ زبان فارسی (برای خواننده‌های فارسی‌زبان)، ۲ـ سایر زبان‌های عربی و فرانسه و ... (برای خواننده‌های عربی زبان، فرانسه زبان و ...)، ۳ـ زبان انگلیسی نوشته شود. همچنین ترتیب قرارگیری چکیده‌ها در پایان‌نامه/ رساله‌هایی که متن اصلی آن‌ها به سایر زبان‌ها (عربی و فرانسه و ..) است به‌صورت زیر می‌باشد: ۱ـ چکیده به سایر زبان‌ها (عربی و فرانسه و ...)، ۲ـ چکیده به زبان فارسی در ابتدای پایاننامه، ۳ـ چکیده به زبان انگلیسی در انتهای پایان‌نامه/ رساله. متنی برای امتحان (Test)

واژه‌های کلیدی: ارزیابی، دامنه‌توانی احتمالی، فضای فشرده پایدار

فهرست مطالب

فهرست نمادها و کوتاه‌نویس‌ها ۵

فهرست جداول ۷

فهرست تصاویر ۹

پیشگفتار ۱۱

۱ عنوان فصل اول ۱۳

۱.۱. مقدمه ۱۳

۲.۱. عنوان بخش دوم ۱۳

۳.۱. روش حل ۱۶

۱.۳.۱. روش حل اول ۱۶

آ فضاهای اندازه‌ها ۱۹

آ.۱. مقدمه ۱۹

ب نامتناهی فضاهای اندازه‌ها ۲۱

پیوست ۱۹

نمایه ۲۲

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی ۲۳

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۲۴

فهرست نمادها و کوتاه‌نویس‌ها

S_X	کره واحد X
B_X	گوی واحد X
δ_x	اندازه دیراک در نقطه x
$\mathbb{B}(X)$	سیگما جبر مجموعه های بورل X
OR	Operations Research

فهرست جداول

فهرست تصاویر

۱.۱ متنی برای عنوان شکل ۱۶
۲.۱ متنی برای عنوان شکل ۱۸

پیشگفتار

در این رساله می‌خواهیم در مورد موضوعات مهمی صحبت کنیم.

۱ عنوان فصل اول

۱.۱. مقدمه

این فصل فصل[1] شامل برخی از پیشنیازهای مورد نیاز برای تهیه‌ی یک رساله[2] است.

۲.۱. عنوان بخش دوم

در این فصل فون نیومان [3] در منبع [؟] و [؟] برای این که ببینم پرانتز درست کار می‌کند یا نه (متنی در پرانتز) حالا یک متن انگلیسی در پرانتز (Test) یک شرکت تولیدی می‌خواهد برای برآورده کردن نیاز خرده‌فروش‌ها انبارهایی در سطح شهر بسازد. از قبل محل‌هایی که امکان برپایی انبار در آن‌ها وجود دارد، پیش‌بینی شده‌اند. تاسیس هر انبار هزینه‌ای ثابت را برای شرکت درپی دارد. فرض کنید که شرکت می‌تواند با پرداخت هزینه‌ی ثابت اولیه، برای برخی از مشتریان خاص، کالاها را به طور مستقیم (بدون استفاده از انبار) ارسال کند. بنابراین، این دسته از مشتریان می‌توانند تقاضای خود را بدون پرداخت هزینه‌ی جابجایی از انبار، به طور مستقیم از شرکت دریافت کنند. هدف نهایی این است که توزیع کالا به گونه‌ای انجام شود که مجموع هزینه‌ی ثابت برپایی، هزینه‌ی ثابت انتقال کالا به مشتریان خاص و هزینه‌ی ارسال کالا از انبارها به خرده‌فروش‌ها کمینه شود. این مسأله را مکان‌یابی تسهیلات با نقاط تقاضای خودخدمت‌گزار[4] (UFLP-SS) می‌نامیم. از این دیدگاه نیز می‌توان مسأله را طرح کرد که برخی از نقاط تقاضا این امکان را دارند که مرکز خدمت‌گزار هم باشند. به چنین مراکز خدمت‌گزاری، مرکز طرف تقاضا[5] و به نقاط تقاضایی که این امکان برای آن‌ها وجود دارد نقطه‌ی تقاضای خودخدمت‌گزار می‌گوییم.

مدل‌سازی ریاضی این مسأله مشابه مسأله‌ی مکان‌یابی تسهیلات است. فرض کنید $I = \{۱, \cdots, m\}$ مجموعه‌ی نقاط تقاضا، $J = \{۱, \cdots, n\}$ مجموعه‌ی مراکز خدمت‌گزار و $K \subseteq I$ مجموعه‌ی نقاط تقاضای خودخدمت‌گزار و L سایر نقاط تقاضا هستند. نقاط تقاضای خودخدمت‌گزار باید همه‌ی نیاز خود را یا از طریق مرکز تاسیس شده در مکان خود یا سایر مراکز دریافت کنند. از این رو،

[1] Chapter
[2] Dissertation
[3] von Neumann
[4] self-serving
[5] client side

برای هر نقطه‌ی تقاضای خودخدمت‌گزار $k \in K$، z_k را متغیر دودویی تعریف می‌کنیم که یک بودن آن نشان دهنده‌ی این است که نقطه‌ی تقاضای k از مرکز طرف تقاضای خود سرویس‌دهی می‌شود؛ برای هر $i \in I$ و $j \in J$، متغیر x_{ij} تنها هنگامی برابر یک است که تقاضای نقطه‌ی i توسط مرکز j برآورده شود؛ برای $j \in J$، متغیر دودویی y_j برابر یک است هرگاه در مکان j یک مرکز خدمت‌رسان تاسیس شود. در نتیجه، مدل بهینه‌سازی خطی با اعداد صحیح برای مسأله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\min \quad \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in J} f_j y_j + \sum_{k\in K} g_k z_k \tag{۱.۱}$$

$$s.t. \quad \sum_{j\in J} x_{kj} + z_k = ۱,\ k \in K, \tag{۲.۱}$$

$$\sum_{j\in J} x_{lj} = ۱,\ l \in L, \tag{۳.۱}$$

$$x_{ij} - y_j \leq ۰,\ i \in I,\ j \in J, \tag{۴.۱}$$

$$z_k, y_j, x_{ij} \in \mathbb{B},\ i \in I, j \in J, k \in K, \tag{۵.۱}$$

که در آن، g_k هزینه‌ی ثابت تاسیس مرکز طرف تقاضا، f_j هزینه‌ی ثابت تاسیس یک مرکز و c_{ij} هزینه‌ی سرویس‌دهی نقطه‌ی تقاضای i توسط مرکز j است. قیدهای (۲.۱) و (۳.۱) برای اطمینان از تامین نیازهای نقاط تقاضا هستند. قیدهای (۴.۱) باعث می‌شوند که اگر مرکزی در نقطه‌ی j تاسیس نشود، آن‌گاه هیچ نقطه‌ی تقاضایی از آن خدمات دریافت نکند.

اگر $K = \emptyset$، آن‌گاه مسأله به یک UFLP تبدیل می‌شود. بنابراین UFLP-SS تعمیمی ساده از مسأله‌ی مکان‌یابی تسهیلات و در نتیجه NP_سخت است.

واسکو[6] و همکاران **[؟]** مسأله‌ی مکان‌یابی تسهیلات با پوشش جزیی[7] را معرفی کردند که دارای یک مدل بهینه‌سازی با اعداد صحیح مشابه با UFLP-SS است. آن‌ها با تبدیل مسأله به یک UFLP آن را با روش فراز دوگان ارلنکاتر حل کردند. مسأله‌ی آن‌ها همان مکان‌یابی تسهیلات است با این فرض اضافی که می‌توان با پرداخت جریمه، نیاز یک نقطه‌ی تقاضا را برآورده نکرد. در واقع، مراکز تقاضایی که برای آن‌ها جریمه پرداخت می‌شوند، معادل مراکز خودخدمت‌گزار در UFLP-SS هستند.

چاریکار[8] و همکاران **[؟]** مسأله‌ای با عنوان مکان‌یابی با مراکز دورافتاده را بررسی و الگوریتم‌های

[6]Vasko
[7]partial coverage
[8]Charikar

تقریبی برای آن ارایه کردند که مدل بهینه‌سازی با اعداد صحیح آن مشابه با UFLP-SS است. آن‌ها بیان می‌کنند که در برخی از کاربردهای مسایل مکان‌یابی، وجود مراکزی که فاصله‌ی معنی‌داری با سایرین دارند، موجب کاهش کیفیت جواب می‌شود. در نتیجه، اجازه می‌دهند که با پرداخت جریمه‌ای نیاز این نقاط دورافتاده برآورده نشود. این مسأله با عنوان مکان‌یابی با جریمه[۹] نیز شناخته می‌شود [؟].

بایو[۱۰] و باراهونا[۱۱] [؟] فضای شدنی این مسأله را در حالتی که قیود تساوی با نامساوی جایگزین شوند، بر روی یک گراف جهت‌دار بررسی کردند. آن‌ها بیان کردند که تحت چه شرایطی این مجموعه دارای نقاط رأسی با اعداد صحیح است.

برخی از حالت‌های خاص مسأله‌ی مکان‌یابی تسهیلات را نیز می‌توان به UFLP-SS تبدیل کرد. به عنوان مثال، در مسأله‌ی مکان‌یابی تسهیلات فرض کنید که مکان‌های بعضی از مراکز خدمت‌گزار از پیش معلوم هستند و قرار است که چند مرکز جدید به مراکز پیشین اضافه شوند. برای بیان دقیق‌تر، فرض کنید که I مجموعه‌ی نقاط تقاضا، J مجموعه‌ی مکان‌های ممکن برای تاسیس مراکز جدید و J^P مجموعه‌ی مراکزی باشد که مکان‌هایشان از پیش معلوم شده‌اند. قید مربوط به تامین تقاضاها در این حالت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum_{j\in J} x_{ij} + \sum_{j\in J^P} x_{ij} = \sum_{j\in J} x_{ij} + z_i = ۱,$$

که در آن، z_i یک متغیر دودویی برابر با مجموع $\sum_{j\in J^P} x_{ij}$ است. z_i وقتی برابر یک است که نقطه‌ی تقاضای i توسط مراکز از پیش ساخته شده تامین شود. در این حالت، مرکزی انتخاب می‌شود که کم‌ترین هزینه $\min_{j\in J^P} c_{ij}$ را داشته باشد. در نتیجه، می‌توان هزینه‌ی جابه‌جایی خدمات به نقطه‌ی تقاضا را بدین صورت زیر اصلاح کرد: $\sum_{j\in J} c_{ij}x_{ij} + z_i g_i$ که در آن، $g_i = \min_{j\in J^P} c_{ij}$. این نشان می‌دهد که مسأله‌ی اخیر با UFLP-SS معادل است.

UFLP-SS در برخی از روش‌ها به عنوان یک زیرمسأله ظاهر می‌شود. در مدل بهینه‌سازی با اعداد صحیح UFLP-SS فرض کنید $K = I$. اگر متغیر z_i را به عنوان یک متغیر کمبود در نظر

[9] penalty
[10] Baïou
[11] Barahona

شکل ۱.۱ متنی برای عنوان شکل

بگیریم، آن‌گاه مدل بهینه‌سازی با اعداد صحیح به صورت زیر در می‌آید:

$$\min \quad \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in J} f_j y_j + \sum_{k\in K} g_k \left(1 - \sum_{j\in J} x_{kj}\right) \tag{۶.۱}$$

$$s.t. \quad \sum_{j\in J} x_{ij} \leq 1,\ i\in I, \tag{۷.۱}$$

$$x_{ij} - y_j \leq 0,\ i\in I,\ j\in J, \tag{۸.۱}$$

$$y_j, x_{ij} \in \mathbb{B},\ i\in I,\ j\in J. \tag{۹.۱}$$

این مسأله‌ای است که بلترن‌ـ رویو[12] و همکاران در [؟] از آن در روش خود به عنوان زیرمسأله برای حل UFLP استفاده می‌کنند.

۳.۱ روش حل

در این بخش یک روش فراز دوگان و یک روش تنظیم دوگان مانند آنچه توسط ارلنکاتر در [؟] آمده است، ارایه می‌کنیم. هدف اصلی در این روش، حل مسأله‌ی رهاسازی برنامه‌ریزی خطی است.

۱.۳.۱ روش حل اول

با رهاسازی صفر و یک بودن متغیرهای x_{ij}، z_k و y_j، رهاسازی برنامه‌ریزی خطی مسأله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\min \quad z_p(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in J} f_j y_j + \sum_{k\in K} g_k z_k \tag{۱۰.۱}$$

$$s.t. \quad \sum_{j\in J} x_{kj} + z_k = 1, \quad k\in K, \tag{۱۱.۱}$$

$$\sum_{j\in J} x_{lj} = 1, \quad l\in L, \tag{۱۲.۱}$$

$$-x_{ij} + y_j \geq 0, \quad i\in I, j\in J, \tag{۱۳.۱}$$

$$z_k, y_j, x_{ij} \geq 0, \quad i\in I, j\in J, k\in K. \tag{۱۴.۱}$$

[12] Beltran-Royo

دوگان این مسأله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max \quad \sum_{k\in K} u_k + \sum_{l\in L} v_l \tag{۱۵.۱}$$

$$s.t. \quad u_k - w_{kj} \le c_{kj}, \quad k \in K, j \in J, \tag{۱۶.۱}$$

$$v_l - w_{lj} \le c_{lj}, \quad l \in L, j \in J, \tag{۱۷.۱}$$

$$u_k \le g_k, \quad k \in K, \tag{۱۸.۱}$$

$$\sum_{i\in I} w_{ij} \le f_j, \quad j \in J, \tag{۱۹.۱}$$

$$w_{ij} \ge \circ, \quad i \in I, j \in J. \tag{۲۰.۱}$$

با توجه به قیود (۱۶.۱)، (۱۷.۱) و (۲۰.۱) داریم:

$$w_{kj} \ge (u_k - c_{kj})^+, \quad k \in K, j \in J, \tag{۲۱.۱}$$

$$w_{lj} \ge (v_l - c_{lj})^+, \quad l \in L, j \in J, \tag{۲۲.۱}$$

که در آن، $(a)^+ = \max\{\circ, a\}$. از آن‌جا که متغیرهای w_{ij} در تابع هدف ظاهر نمی‌شوند، پس می‌توان فرض کرد که در جواب بهینه، رابطه‌های (۲۱.۱) و (۲۲.۱) به صورت تساوی برقرارند، یعنی $w_{kj} = (u_k - c_{kj})^+$، برای هر $k \in K$، و $j \in J$، و $w_{lj} = (v_l - c_{lj})^+$، برای هر $l \in L$ و $j \in J$. با جایگذاری متغیرهای w_{ij} در قیدها، مسأله‌ی زیر بدست می‌آید که مشابه با فرم خلاصه‌شده‌ی دوگان برای UFLP است

$$\max \quad z_d(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \sum_{k\in K} u_k + \sum_{l\in L} v_l \tag{۲۳.۱}$$

$$s.t. \quad \rho_j(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \le \circ, \quad j \in J, \tag{۲۴.۱}$$

$$u_k \le g_k, \quad k \in K, \tag{۲۵.۱}$$

که در آن،

$$\rho_j(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \sum_{k\in K} (u_k - c_{kj})^+ + \sum_{l\in L} (v_l - c_{lj})^+ - f_j.$$

شکل ۲.۱ متنی برای عنوان شکل

جفت جواب شدنی اولیه ـ دوگان به صورت $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, z)$ و $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ بهینه است، هرگاه در شرایط کمبود تکمیلی صدق کند، یعنی داشته باشیم:

$$x_{kj}(u_k - c_{kj})^- = \circ, \ \ k \in K, j \in J, \tag{۲۶.۱}$$

$$x_{lj}(v_l - c_{lj})^- = \circ, \ \ l \in L, j \in J, \tag{۲۷.۱}$$

$$z_k(u_k - g_k) = \circ, \ \ k \in K, \tag{۲۸.۱}$$

$$y_j \rho_j(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) = \circ, \ \ j \in J, \tag{۲۹.۱}$$

$$(u_k - c_{kj})^+(y_j - x_{kj}) = \circ, \ \ k \in K, j \in J, \tag{۳۰.۱}$$

$$(v_l - c_{lj})^+(y_j - x_{lj}) = \circ, \ \ l \in L, j \in J, \tag{۳۱.۱}$$

که در آن، $(a)^- = \min\{\circ, a\}$. رابطه‌های (۲۶.۱) و (۲۷.۱) با توجه به $a-(a)^+ = (a)^-$ بدست آمده‌اند. اینک، با در دست داشتن یک جواب شدنی دوگان مانند $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$، می‌توان یک جواب اولیه شدنی مانند $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, z)$ با درایه‌های عدد صحیح تولید کرد که در شرایط کمبود تکمیلی (۲۶.۱) تا (۲۹.۱) صدق کند. بدین منظور، دو مجموعه‌ی $\bar{J}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ و $\bar{K}(\boldsymbol{u})$ را به صورت زیر تعریف کنید:

آ فضاهای اندازه‌ها

آ.۱. مقدمه

ب نامتناهی فضاهای اندازه‌ها

فهرست مقاله‌های مستخرج از پایان‌نامه/رساله

Abstract

This thesis is about typsetting using LaTex

Keywords: Probabilistic powerdomain; Stably compact space; Valuation