بنابراین برای حل تشابهی معادلات لایه مرزی تغییر متغیرهای تشابهی زیر انتخاب می‌شود

$$u/U = K(\eta), \quad \eta = \frac{y}{g(x)} = y\left(\frac{U}{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (۲۲.۵) \qquad g = \left(\frac{\nu x}{U}\right)^{\frac{1}{2}}$$

برای تبدیل دو معادله دیفرانسیل به یک معادله از مفهوم تابع جریان استفاده می‌کنیم (جریان پایا و دوبعدی)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = \nu \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{cases} \oplus \quad \begin{array}{l} y = 0 : u = v = 0 \\ y \to \infty : u \to U \end{array} \qquad (۲۱.۵)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u \longrightarrow \psi = \int_{x=cte} u\,dy = U\int_{x=cte} \underbrace{u/U}_{K(\eta)}\, \underbrace{dy}_{g\,d\eta} = Ug \int_{x=cte} \underbrace{K(\eta)\,d\eta}_{f(\eta)} \to K(\eta) = f'(\eta)$$

$$\to \psi = Ugf = \sqrt{\nu x U}\, f(\eta) \quad \text{or} \quad f(\eta) = \frac{\psi}{\sqrt{\nu x U}}, \quad u/U = K(\eta) = f' \quad (۲۲.۵)'$$

بنابراین در واقع $f(\eta)$ تابع جریان می‌باشد. نتیجه فرض تشابه برای مولفه $v$ بصورت زیر است

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\left(Ug'f + Ug \underbrace{\frac{df}{d\eta}}_{f'} \underbrace{\frac{\partial \eta}{\partial x}}_{-\frac{g'}{g}\eta}\right) = +Ug'\left(\eta f' - f\right) \qquad (۲۳.۵)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{g'}{g^2}y = -\frac{g'}{g}\eta$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{g}$$

سایر جملات موجود در معادله (۲۱.۵) شامل $\frac{\partial u}{\partial x}$، $\frac{\partial u}{\partial y}$، $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ که برحسب $f(\eta)$ یا $K(\eta) = f'$ قابل محاسبه هستند زیرا

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \overbrace{\frac{\partial u}{\partial \eta}}^{Uf''} \underbrace{\frac{\partial \eta}{\partial x}}_{-\frac{g'}{g}\eta} = -\frac{g'}{g}\eta U f''$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{g} U f'' \qquad (۲۴.۵)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{g} U f''\right) = \frac{U}{g}\frac{\partial f''}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{U}{g^2} f'''$$

با جایگذاری از (۲۳.۵) و (۲۲.۵) و (۲۴.۵) در (۲۱.۵) معادله مومنتوم بشکل زیر نوشته می‌شود

$$Uf'\left(\cancel{-\frac{g'}{g}\eta U f''}\right) + Ug'(\cancel{\eta f'} - f)\frac{1}{g} U f'' = \nu \frac{U}{g^2} f'''$$

$$\rightarrow U^2 \frac{g'}{g} f f'' + \nu \frac{U}{g^2} f''' = 0 \longrightarrow f''' + \underbrace{\frac{U g g'}{\nu}}_{?} f f'' = 0$$

$$\frac{U g g'}{\nu} = \frac{U\left(\frac{\nu}{4xU}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu x}{U}\right)^{\frac{1}{2}}}{\nu} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \longrightarrow \boxed{2f''' + f f'' = 0} \qquad (۲۵.۵)$$

شرایط مرزی نیز بصورت زیر هستند

$$x = cte,\ y = 0\ (\eta = 0) \longrightarrow u = v = 0\ (f' = 0,\ f = 0)$$

$$x = cte,\ y \to \infty\ (\eta \to \infty) \longrightarrow u \to U\ (f' \to 1)$$

بنابراین

$$\boxed{\begin{array}{l} f(\eta = 0) = f'(\eta = 0) = 0 \\ f'(\eta \to \infty) \to 1 \end{array}} \qquad (۲۶.۵)$$