دفترچهٔ پاسخ
آزمون هدف‌گذاری
۲۳ آذر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

	نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
اختصاصی	حسابان ۲	سهیل تقی‌زاده- عادل حسینی- طاهر دادستانی- سعید علم‌پور
	هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب- مهبد خالتی- کیوان دارابی- رضا عباسی‌اصل- نوید مجیدی- محسن محمدکریمی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب- علی ایمانی- مهبد خالتی- علیرضا شریف‌خطیبی- مبشره ضرابیه- حمید گروسی- امیر وفائی
	فیزیک ۳	کامران ابراهیمی- عبدالرضا امینی‌نسب- علی برزگر- محمد راست‌پیمان- سیدمحمدرضا روحانی
	شیمی ۳	رئوف اسلام‌دوست- امیر حاتمیان- ارژنگ خانلری- مرتضی رضائی‌زاده- روزبه رضوانی- حمید ذبحی- محمد فائزنیا

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	دانیال راستی	ماهان زواری
گروه ویراستاری	عادل حسینی	عادل حسینی	نیما امینی	احسان پنجه‌شاهی امیررضا حکمت‌نیا
مسئول درس	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	دانیال راستی	ماهان زواری
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	عادل حسینی	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح‌الله زاده	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2+\sqrt{3x^4+\sqrt{x^8}}}}{|2-x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2+\sqrt{3x^4+x^4}}}{|2-x|}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2+\sqrt{4x^4}}}{|2-x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2+2x^2}}{|2-x|}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2}}{|2-x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2|x|}{|2-x|}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x-2}=2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۲- **گزینهٔ «۳»** (کتاب آبی)

با توجه به نمودار، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$ است، پس داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{\sqrt{x^2+bx+4}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{\left|x+\frac{b}{2}\right|}=-a=2\Rightarrow a=-2$$

از طرفی تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است، پس مخرج فاقد ریشه است، لذا:

$$x^2+bx+4=0\xrightarrow{\Delta<0}b^2-16<0\to-4<b<4$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ «۳» درست است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۳- **گزینهٔ «۲»** (کتاب آبی)

از آن‌جایی‌که $3<n$، پس $1<2-n$، لذا جمله با توان بزرگ‌تر مخرج mx^{n-2} است و از آن‌جایی‌که حد تابع عددی غیرصفر شده است، در صورت کسر جمله با توان بزرگ‌تر x^{m+3} خواهد بود، زیرا درجه‌ی آن باید از ۱ بیش‌تر باشد، بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^{m+3}+nx+m}{mx^{n-2}-mx+n-1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^{m+3}}{mx^{n-2}}=-2$$

با توجه به حد تابع باید:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{m}=-2\Rightarrow m=\dfrac{-1}{2}\\ m+3=n-2\xrightarrow{m=\frac{-1}{2}}\dfrac{-1}{2}+3=n-2\Rightarrow n=\dfrac{9}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow m+n=\frac{-1}{2}+\frac{9}{2}=4$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴- **گزینهٔ «۴»** (کتاب آبی)

ابتدا $\sqrt{x}$ را در داخل پرانتز ضرب کرده و سپس حد را می‌یابیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}}-\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^2+1}}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}\right)}-\sqrt{x\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^2+1}\right)}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\frac{x}{x+1}+1}-\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2+1}}\right)$$

$$=\sqrt{1+1}-\sqrt{0-0}=\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۵- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

$$f(x)=\frac{x-3}{x+1}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-x-3}{x-1}=-\frac{x+3}{x-1}$$

$$g(x)=\frac{x}{2x-1}$$

$$\Rightarrow(f^{-1}og)(x)=f^{-1}(g(x))=-\frac{g(x)+3}{g(x)-1}=-\frac{\frac{x}{2x-1}+3}{\frac{x}{2x-1}-1}$$

$$\Rightarrow(f^{-1}og)(x)=\frac{7x-3}{x-1}\ ;D_{f^{-1}og}=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2},1\right\}$$

ریشهٔ مخرج: $x=1$ (مجانب قائم)

$$\lim_{x\to\pm\infty}(f^{-1}og)(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{7x-3}{x-1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{7x}{x}=7$$

$\Rightarrow y=7$ (مجانب افقی)

بنابراین محل تلاقی مجانب‌ها نقطهٔ $(1,7)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۶- **گزینهٔ «۴»** (سعید علم‌پور)

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-a(x+1)+7}{x-4x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2-a)x+7-a}{-3x+3}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2-a)x}{-3x}=\frac{2-a}{-3}=2\Rightarrow a=8$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+8(x+1)+7}{-x-4x+3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{10x}{-5x}=-2$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۷- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

دامنهٔ هر دو تابع f و g و در نتیجه دامنهٔ تابع fog برابر $\mathbb{R}$ است. تابع f اکیداً نزولی و تابع g اکیداً صعودی است، در نتیجه تابع fog اکیداً نزولی است. پس برای محاسبهٔ برد آن، کافی است حد آن را در $\pm\infty$ حساب کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty} f(g(x)) = \lim_{x\to 0} f(x) = ۱$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(g(x)) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = ۰$$

یعنی خط‌های $y=۰$ و $y=۱$ مجانب‌های افقی نمودار تابع fog هستند و برد آن بازهٔ $(۰\,,\,۱)$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(سهیل تقی‌زاده)*

از آنجا که همواره $-۱ \le \sin ۲\pi x \le ۱$، بنابراین عامل مؤثر در بی‌نهایت در صورت $۳x$ و در مخرج $۲x$ است، پس داریم:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{۳x+\sin ۲\pi x}{۲x+\sin ۲\pi x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{۳x}{۲x} = \frac{۳}{۲}$$

حال نمودار تابع را با خط $y=\frac{۳}{۲}$ قطع می‌دهیم:

$$f(x)=\frac{۳x+\sin ۲\pi x}{۲x+\sin ۲\pi x}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۶x+۳\sin ۲\pi x = ۶x+۲\sin ۲\pi x$$

$$\Rightarrow \sin ۲\pi x = ۰ \Rightarrow ۲\pi x = k\pi \Rightarrow x=\frac{k}{۲} \;;\quad k\in\mathbb{Z}$$

$$\frac{\sqrt{۱۳}}{۲} < \frac{k}{۲} < \frac{۶}{۲} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=۴\,,\,۵$$

بنابراین f مجانب افقی خود را در بازهٔ موردنظر در ۲ نقطه قطع می‌کند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دارستانی)*

$$y=\frac{(x^۲-۴)-۵x+۸}{x^۲-۴}=۱+\frac{۸-۵x}{x^۲-۴}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} y = ۱$$

اما وقتی $x\to-\infty$، $y>۱$ و وقتی $x\to+\infty$، $y<۱$ است که تنها شکل نمودار گزینهٔ «۲» این ویژگی را دارد.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی)*

مقدار a هرچه باشد، نمودار f یک مجانب افقی دارد، زیرا:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^۳-۵x+۴}{(x-a)(۴x^۲-۴x+۱)}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^۳}{(x)(۴x^۲)} = \frac{۱}{۴}$$

پس $y=\frac{۱}{۴}$ مجانب افقی نمودار تابع f است و تابع باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد. از طرفی $۴x^۲-۴x+۱=(۲x-۱)^۲$ و عبارت $x^۳-۵x+۴$ نقطه به ازای $x=۱$ برابر با صفر می‌شود، پس بر $(x-۱)$ بخش‌پذیر است. با استفاده از تقسیم یا تجزیه، عامل $(x-۱)$ را در آن ایجاد می‌کنیم:

$$x^۳-۵x+۴=(x^۳-x)-(۴x-۴)=x(x^۲-۱)-۴(x-۱)$$

$$=(x-۱)(x(x+۱)-۴)=(x-۱)(x^۲+x-۴)$$

بنابراین داریم:

$$f(x)=\frac{(x-۱)(x^۲+x-۴)}{(x-a)(۲x-۱)^۲}$$

برای آنکه نمودار تابع f تنها یک مجانب قائم داشته باشد، سه حالت امکان‌پذیر است:

حالت اول: $a=\frac{۱}{۲}$ که در این صورت مخرج فقط یک ریشهٔ $x=\frac{۱}{۲}$ دارد که معادلهٔ مجانب قائم نمودار f است.

حالت دوم: $a=۱$ که در این صورت $(x-۱)$ از صورت و مخرج حذف می‌شود و باز هم $x=\frac{۱}{۲}$ معادلهٔ مجانب قائم نمودار تابع f است.

حالت سوم: $x=a$ ریشهٔ معادلهٔ $x^۲+x-۴=۰$ باشد که در این صورت عامل $x-a$ از صورت و مخرج حذف می‌شود و باز هم $x=\frac{۱}{۲}$ تنها مجانب قائم نمودار f است. اگر $x=a$ ریشهٔ $x^۲+x-۴=۰$ باشد، داریم:

$$a^۲+a-۴=۰ \Rightarrow a \text{ مجموع مقادیر } = S = \frac{-۱}{۱} = -۱$$

بنابراین مجموع همهٔ مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}+۱+(-۱)=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

هندسه ۳

۱۱- گزینهٔ «۴» *(نوید مجیدی)*

معادلهٔ $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ درصورتی متعلق به یک دایره است که رابطهٔ $a^۲+b^۲-۴c>۰$ برقرار باشد. برای هر یک از گزینه‌ها درستی این رابطه را امتحان می‌کنیم. (در مواردی که ضریب $x^۲$ و $y^۲$ عددی غیر یک باشد، ابتدا معادله را به آن عدد تقسیم می‌کنیم.)

گزینهٔ «۱»:

$$x^۲+y^۲+۲x+۳y+۴=۰ \Rightarrow a^۲+b^۲-۴c=۴+۹-۱۶=-۳<۰$$

گزینهٔ «۲»:

$$x^۲+y^۲+۲x+۲y+۲=۰ \Rightarrow a^۲+b^۲-۴c=۴+۴-۸=۰$$

گزینهٔ «۳»:

$$x^۲+y^۲+\frac{۲}{۳}x+\frac{۲}{۳}y+\frac{۱}{۳}=۰ \Rightarrow a^۲+b^۲-۴c=\frac{۴}{۹}+\frac{۴}{۹}-\frac{۴}{۳}=-\frac{۴}{۹}<۰$$

گزینهٔ «۴»:

$$x^۲+y^۲+\frac{۳}{۲}x+\frac{۳}{۲}y+۱=۰ \Rightarrow a^۲+b^۲-۴c=\frac{۹}{۴}+\frac{۹}{۴}-۴=\frac{۱}{۲}>۰$$

(هندسه ۳ – آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحهٔ ۴۲)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(مهبد خالتی)*

چون خط $y=x-۱$ شامل قطری از دایره است، پس مرکز دایره روی این خط قرار دارد در نتیجه مختصات مرکز این دایره به صورت $(\alpha,\alpha-۱)$ است. پس داریم:

$$OA=OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha-۲)^۲+(\alpha-۵)^۲}=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+(\alpha-۶)^۲}$$

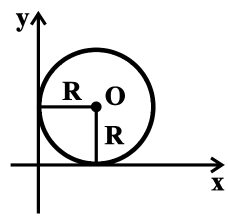
$$۴۵-۱۸\alpha=۲۹-۱۴\alpha \Rightarrow ۱۶=۴\alpha \Rightarrow \alpha=۴$$

$$\Rightarrow OA=R \Rightarrow \sqrt{(۴-۲)^۲+(۴-۵)^۲}=R=\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۳- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل مختصات مرکز دایره‌ای به شعاع R که در ربع اول بر هر دو محور مختصات مماس باشد، به‌صورت $O(R,R)$ است. بنابراین:



$$\text{معادلهٔ دایره}: (x-R)^۲+(y-R)^۲=R^۲$$

$$\xrightarrow{(۴,۸)}(۴-R)^۲+(۸-R)^۲=R^۲$$

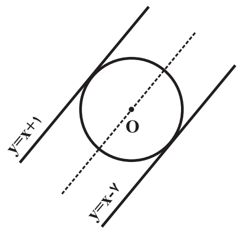
$$\Rightarrow ۱۶-۸R+R^۲+۶۴-۱۶R+R^۲=R^۲$$

$$\Rightarrow R^۲-۲۴R+۸۰=۰ \Rightarrow (R-۴)(R-۲۰)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R=۴ \\ R=۲۰ \end{cases}$$

(هندسه ۳ – آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(محسن محمدکریمی)*



معادلهٔ خطی که موازی دو خط داده شده و به یک فاصله از آنها قرار دارد عبارت است از $y=x-۳$. پس مرکز دایره روی این خط قرار دارد.

$$\text{مرکز دایره}: O\left(۲,\frac{-m}{۲}\right) \Rightarrow -\frac{m}{۲}=۲-۳ \Rightarrow m=۲$$

$$\text{فاصلهٔ دو خط موازی}=\frac{|۱-(-۷)|}{\sqrt{۱+۱}}=۴\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع دایره}: R=۲\sqrt{۲}$$

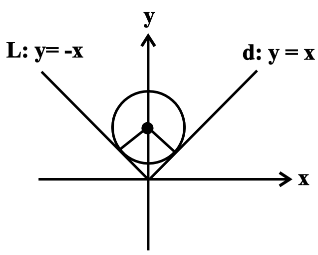
$$R=\frac{\sqrt{۱۶+۴-۴n}}{۲}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۱۶+۴-۴n=۳۲ \Rightarrow n=-۳$$

بنابراین حاصل $m+n$ برابر $۲-۳=-۱$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(مهبد خالتی)*

چون دایره هم به خط $y=x$ و هم خط $y=-x$ مماس است پس مرکز آن باید روی نیمساز زاویه تشکیل شده از برخورد دو نیم‌خط L و d باشد یعنی باید روی محور yها قرار داشته باشد. پس مختصات آن $(۰,۶)$ است. پس شعاع آن برابر است با فاصلهٔ این نقطه از خط $y=x$ که برابر است با:



$$R=\frac{|x-y|}{\sqrt{۲}}=\frac{۶}{\sqrt{۲}}=۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحهٔ ۴۳)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** (مهبد خالتی)

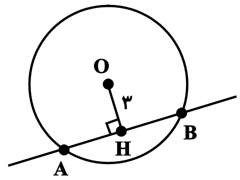
فرض کنید $C(x, y)=۰$، معادلهٔ یک دایره باشد. در این صورت اگر $M=(x_۰ , y_۰)$ نقطه‌ای خارج این دایره باشد، آن‌گاه $C(x_۰ , y_۰)>۰$ است. در نتیجه داریم:

$$(k+۱)^۲+(k-۳)^۲-۲۶>۰$$
$$\Rightarrow k^۲+۲k+۱+k^۲-۶k+۹-۲۶>۰$$
$$\Rightarrow ۲k^۲-۴k-۱۶>۰ \Rightarrow k^۲-۲k-۸>۰$$
$$\Rightarrow (k-۴)(k+۲)>۰ \Rightarrow k>۴ \quad \text{یا} \quad k<-۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (مهبد خالتی)

$$C: x^۲+y^۲-۶x-۴y+۴=۰ \Rightarrow O(۳ , ۲) \quad , \quad R=۳$$



$$OH=\frac{|۵\times۳-۱۲\times۲-۴|}{۱۳}=۱$$
$$\Rightarrow BH^۲=OB^۲-OH^۲ \Rightarrow BH=\sqrt{۸}=۲\sqrt{۲}$$
$$AH=BH \Rightarrow AB=۲BH \Rightarrow AB=۴\sqrt{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (کیوان دارابی)

نقاط $A(۲,۰)$ و $B(۰,۴)$ دو نقطه از دایره هستند. بنابراین مرکز این دایره روی عمودمنصف AB (خط Δ) واقع است. معادلهٔ عمودمنصف AB را می‌نویسیم:

$$M=\frac{A+B}{۲}=(۱,۲) \quad \text{(وسط A و B)}$$

$$m_{AB}=\frac{۴-۰}{۰-۲}=-۲ \Rightarrow m_\Delta=\frac{-۱}{m_{AB}}=\frac{۱}{۲}$$

معادلهٔ عمودمنصف AB: $y-۲=\frac{۱}{۲}(x-۱) \Rightarrow ۲y-۴=x-۱$

$$\Rightarrow x=۲y-۳$$

از طرفی مرکز دایره روی نیمساز ناحیهٔ اوّل نیز قرار دارد، بنابراین مرکز دایره از تلاقی معادلهٔ خط به‌دست آمده با خط $y=x$ بدست می‌آید:

$$\left.\begin{matrix} x=۲y-۳ \\ y=x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x=۲x-۳ \Rightarrow x=۳ , y=۳$$

پس مرکز دایره، نقطهٔ $O(۳,۳)$ است و داریم:

شعاع دایره: $R=OA=\sqrt{(۲-۳)^۲+(۰-۳)^۲}=\sqrt{۱۰}$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (رضا عباسی‌اصل)

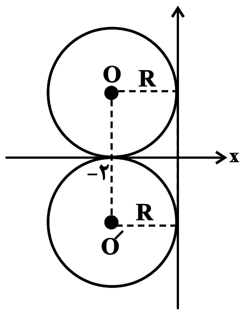
$$x^۲+y^۲+۴x+my+۴=۰$$
$$\Rightarrow (x^۲+۴x+۴)+(y^۲+my+\frac{m^۲}{۴})-\frac{m^۲}{۴}=۰$$
$$\Rightarrow (x+۲)^۲+(y+\frac{m}{۲})^۲=(\frac{m}{۲})^۲$$

مرکز دایره: $\Rightarrow O(-۲,-\frac{m}{۲})$

شعاع دایره: $R=\left|\frac{m}{۲}\right|$

چون دایره بر محور yها مماس است، پس شعاع دایره برابر قدرمطلق طول مرکز دایره است و در نتیجه داریم:

$$\left|\frac{m}{۲}\right|=۲ \Rightarrow m=\pm۴$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

فرض کنید معادلهٔ دایرهٔ C به‌صورت $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ باشد. برای یافتن معادلهٔ وتر مشترک دو دایره، معادلات دو دایره را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$x^۲+y^۲+ax+by+c=x^۲+y^۲-۱۷ \Rightarrow ax+by=-c-۱۷$$

وتر مشترک دو دایره بر خط $۲x-y=۳$ منطبق است، پس داریم:

$$\frac{a}{۲}=\frac{b}{-۱}=\frac{-c-۱۷}{۳} \Rightarrow \begin{cases} a=-۲b \\ c=۳b-۱۷ \end{cases}$$

نقطهٔ $(۶,-۱)$ روی دایره است، پس مختصات آن در معادلهٔ دایره صدق می‌کند:

$$x^۲+y^۲-۲bx+by+۳b-۱۷=۰$$
$$\xrightarrow{(۶,-۱)} ۳۶+۱-۱۲b-b+۳b-۱۷=۰$$
$$\Rightarrow ۱۰b=۲۰ \Rightarrow b=۲ \Rightarrow \begin{cases} a=-۴ \\ c=-۱۱ \end{cases}$$

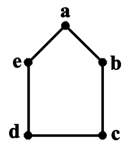
شعاع دایره: $R=\frac{\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}}{۲}=\frac{\sqrt{۱۶+۴+۴۴}}{۲}=\frac{\sqrt{۶۴}}{۲}=۴$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

ریاضیات گسسته

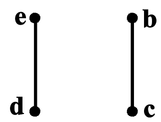
۲۱- گزینهٔ «۴» (امیر وفائی)

گراف G را مطابق شکل در نظر بگیرید.



با توجه به اینکه گراف فرد ـ منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس زیرگراف ۱- منتظم فقط می‌تواند از مرتبه‌های ۲ و ۴ باشد. هر یال گراف G، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ است، پس ۵ زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ وجود دارد. از طرفی با حذف هر رأس گراف و یال مقابل به آن، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۴ حاصل می‌شود.

به عنوان مثال با حذف رأس a و یال cd داریم:



بنابراین ۵ زیرگراف ۱- منتظم نیز از مرتبهٔ ۴ در گراف G موجود است و در مجموع این گراف دارای ۱۰ زیرگراف ۱- منتظم است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۲۲- گزینهٔ «۲» (علیرضا شریف خطیبی)

اگر u و v دو رأس از گراف G باشند، یک مسیر از u به v در گراف G، دنباله‌ای است از رأس‌های دو به دو متمایز گراف G که از u شروع و به v ختم می‌شود به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در گراف G مجاور هستند. مسیرهای به‌طول مختلف از a به b در گراف مفروض عبارت‌اند از:

$ab \rightarrow$ ۱ مسیر به طول

$adcb \rightarrow$ ۳ مسیر به طول

$aecb \rightarrow$ ۳ مسیر به طول

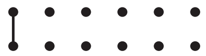
$adecb \rightarrow$ ۴ مسیر به طول

$aedcb \rightarrow$ ۴ مسیر به طول

(ریاضیات گسسته — گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۸)

۲۳- گزینهٔ «۴» (مبشره ضرابیه)

حالت‌های ممکن برای چنین گرافی عبارت‌اند از:



۱) $p = ۱۲\ ,\ q = ۱$

مطابق شکل، تنها یک گراف با این مشخصات قابل رسم است.

۲) $p = ۶\ ,\ q = ۲$

مطابق شکل، دو گراف با این مشخصات قابل رسم است.

۳) $p = ۴ , q = ۳$

مطابق شکل، سه گراف با این مشخصات قابل رسم است.

بنابراین در مجموع ۶ گراف وجود دارد که حاصل ضرب مرتبه و اندازهٔ آنها برابر ۱۲ باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۲۴- گزینهٔ «۱» (مهبد خالتی)

می‌دانیم که گراف فرد منتظم مرتبهٔ فرد وجود ندارد. از طرفی گراف کامل نیست پس $n \neq ۸$ است، پس بیشترین تعداد یال را زمانی داریم که $n = ۶$ در این صورت داریم:

$$۲q = ۹ \times ۶ \Rightarrow q = ۲۷$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

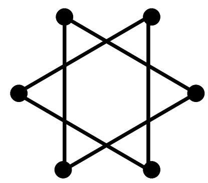
۲۵- گزینهٔ «۱» (مبشره ضرابیه)

$N_G[x]$ همسایگی بستهٔ رأس x است، بنابراین شامل رأس x می‌باشد، یعنی x باید به مجموعهٔ $\{a,b,c,d\}$ تعلق داشته باشد. ولی با توجه به نمودار گراف، تمام رئوس a، b، c و d با رأس e مجاور هستند و مجموعهٔ همسایگی بستهٔ آنها لزوماً شامل رأس e نیز خواهد بود، پس به ازای هیچ رأس x، همسایگی بستهٔ این رأس برابر $\{a,b,c,d\}$ نیست.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحهٔ ۳۶)

۲۶- گزینهٔ «۱» (امیرحسین ابومحبوب)

مکمل گراف G که آن را با $\overline{G}$ نمایش می‌دهیم، گرافی است که مجموعهٔ رئوس آن همان مجموعهٔ رئوس گراف G است و بین هر دو رأس از $\overline{G}$ یک یال وجود دارد اگر و تنها اگر بین همان دو رأس در گراف G یالی وجود نداشته باشد. با توجه به این تعریف گراف $\overline{G}$ به‌صورت زیر است:



این گراف از دو مثلث جدا از هم تشکیل شده و معادل گراف گزینهٔ «۱» است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۷)

۲۷- گزینهٔ «۱» (مهبد خالتی)

$$\frac{۳p}{۲}+۴۸=\frac{p(p-۱)}{۲}\Rightarrow ۳p+۹۶=p(p-۱)$$

$$p^۲-۴p-۹۶=۰\Rightarrow (p-۱۲)(p+۸)=۰\Rightarrow p=۱۲$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۲۸- گزینهٔ «۴» (علی ایمانی)

این گراف شامل دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است، ولی دوری به طول ۸ ندارد. به‌عنوان مثال داریم:

دور به طول ۵ : $v_۱v_۲v_۳v_۴v_۵v_۱$

دور به طول ۶ : $v_۱v_۵v_۶v_۷v_۸v_۹v_۱$

دور به طول ۷ : $v_۱v_۲v_۳v_۸v_۷v_۶v_۵v_۱$

دور به طول ۹ : $v_۱v_۲v_۳v_۴v_۵v_۶v_۷v_۸v_۹v_۱$

(ریاضیات گسسته — گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۴۲)

۲۹- گزینهٔ «۲» (مهبد خالتی)

یک زیرگراف از G، گرافی است که مجموعهٔ رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعهٔ رئوس گراف G و مجموعهٔ یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌های G است. این گراف ۶ رأس دارد و زیرگراف خواسته شده نیز از مرتبهٔ ۶ است. پس تمام رئوس این گراف باید در زیرگراف مذکور باشند. حال توجه کنید که هر کدام از ۶ یال گراف می‌تواند در زیرگراف باشد یا خیر. پس $۶۴=۲^۶$ زیرگراف با ویژگی خواسته شده داریم.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۷)

۳۰- گزینهٔ «۱» (حمید کروسی)

می‌دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با A و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با B نمایش دهیم، داریم:

$$۲q=A+B\Rightarrow ۶۴=۵۴+B\Rightarrow B=۱۰$$

با توجه به این که $\Delta=۴$ است، پس این گراف نمی‌تواند رأسی با درجهٔ بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد، بنابراین رئوس فرد گراف فقط می‌توانند از درجهٔ ۱ یا ۳ باشند؛ زیرا در هیچ‌یک از حالت‌های وجود ۲ رأس از درجهٔ ۱، یک رأس درجه ۱ و یک رأس درجهٔ ۳ و یا ۲ رأس درجه ۳، مجموع درجات رئوس فرد برابر ۱۰ نمی‌شود.

اعداد گزینه‌های دیگر بر اساس حالت‌های زیر امکان‌پذیر هستند:

گزینهٔ «۲»: گراف سه رأس درجهٔ ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینهٔ «۳»: گراف دو رأس درجهٔ ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینهٔ «۴»: گراف یک رأس درجهٔ ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ مشابه فعالیت صفحهٔ ۳۵)

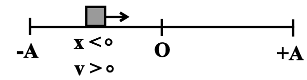
فیزیک۳

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بررسی موارد:

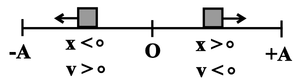
الف) نادرست؛ هرگاه نوسانگری به مرکز نوسان نزدیک شود، دارای حرکت تندشونده است.

ب) نادرست؛ در مکان‌های منفی، ممکن است سرعت نوسانگر، مثبت و یا منفی باشد.

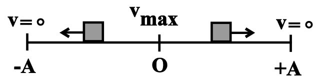


ج) درست؛ چون اندازه و جهت شتاب در حال تغییر است.

د) درست؛ هرگاه مکان و سرعت نوسانگر مختلف‌العلامه باشند، نوسانگر به سمت مرکز نوسان در حرکت است و حرکت تندشونده است.



هـ) درست؛ هرگاه نوسانگر به سمت نقاط بازگشت حرکت کند، سرعت متحرک در حال کم شدن است. بنابراین انرژی جنبشی نوسانگر نیز کاهش می‌یابد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(کامران ابراهیمی)*

طبق رابطهٔ $T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسان}}$ برای آونگ A می‌توان نوشت:

$$T_A = \frac{120s}{120} = 1s \qquad N_A = 120$$

از طرفی با توجه به فرمول $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ چون g برای هر دو آونگ یکسان است فرمول مقایسه‌ای به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \Rightarrow \frac{T_B}{1} = \sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10} \Rightarrow T_B = 0/6s$$

حال با توجه به رابطهٔ $T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسان}}$ می‌توانیم تعداد نوسان‌های آونگ B را در مدت ۲ دقیقه به دست آوریم:

تعداد نوسان‌های آونگ B در ۲ دقیقه $0/6 = \frac{120s}{N_B} \Rightarrow N_B = 200$

$$N - N_A = 200 - 120 = 80$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(علی برزگر)*

ابتدا باید دورهٔ تناوب اولیهٔ جسم را به دست آوریم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=10]{t=60s} T_1 = 2s$$

سپس با توجه به فرمول دورهٔ تناوب $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{L_2 = 9L_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9L_1}{L_1}} = 3$$

$$\xrightarrow{T_1 = 2s} T_2 = 18s$$

لذا می‌توان نتیجه گرفت دورهٔ تناوب ۱۲ ثانیه افزایش یافته است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد راست‌پیمان)*

دورهٔ وزنه- فنر به دامنه بستگی ندارد. $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

بنابراین با نوسانات کم دامنه دورهٔ فنر به دامنه بستگی ندارد. اما انرژی نوسان‌کننده به دامنه بستگی دارد. $E = \frac{1}{2}KA^2$

بنابراین چون $A_2 > A_1$ پس $E_2 > E_1$ و گزینهٔ «۲» صحیح است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با مقایسهٔ معادلهٔ مکان- زمان با رابطهٔ $x = A\cos(\omega t)$ ملاحظه می‌شود که دامنهٔ نوسان $0/04m$ و $\omega = 50\frac{rad}{s}$ می‌باشد. از طرفی هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان عبور کند، انرژی جنبشی آن بیشینه است و داریم:

$$K_{max} = E = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow 120 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times K \times (\frac{4}{100})^2$$

$$\Rightarrow 12\times10^{-2} = 8\times10^{-4}K$$

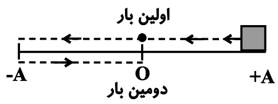
$$\Rightarrow K = \frac{12\times10^{-2}}{8\times10^{-4}} = 1/5\times10^{2} = 150\frac{N}{m}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۳۶- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

انرژی جنبشی نوسانگر، مانند سرعت نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه می‌شود.

بنابراین مطابق شکل زیر، نوسانگر پس از $\frac{3T}{4}$ انرژی جنبشی آن برای دومین بار بیشینه می‌شود.



$$\frac{3T}{4} = ?$$

$$\omega = 20\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{10}s \Rightarrow \frac{3T}{4} = \frac{3}{40}s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۳۷- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به نمودار مکان- زمان دو نوسانگر داریم:

$$T_A = 2T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = 2 \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{1}{2}$$

از طرفی طبق رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ داریم:

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \sqrt{\frac{K_B}{K_A}\times\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{K_B}{K_A}\times\frac{1}{16}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{1}{16}\frac{K_B}{K_A} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 64$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۳۸- گزینهٔ «۱» *(کامران ابراهیمی)*

طبق روابط $E = U + K$ و $E = 2\pi^2 mA^2f^2$ برای انرژی مکانیکی نوسانگر ساده داریم:

$$E = U + k = 0/04 + 0/06 = 0/1J$$

$$E = 2\pi^2 mA^2f^2 \Rightarrow 0/1 = 2\times10\times0/02KJ\times(0/1m)^2f^2$$

$$\Rightarrow f^2 = \frac{0/1}{0/004} = 25 \Rightarrow f = 5Hz$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۳۹- گزینهٔ «۳» *(کامران ابراهیمی)*

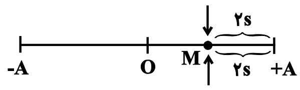
همان‌طور که می‌دانیم طول پاره‌خط نوسان در برابر دامنه نوسان است. پس داریم:

$$2A = 24cm \Rightarrow A = 12cm$$

از طرفی طبق رابطهٔ $v_{max} = A\omega$ خواهیم داشت:

$$\frac{\pi}{50} = \frac{12}{100}\times\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 12s$$

با توجه به این‌که هر چه به نقاط بازگشتی نزدیک می‌شویم تندی کاهش می‌یابد، نتیجه می‌گیریم برای این که در مدت $4s$ کمترین مسافت طی شود باید این ۴ ثانیه متحرک اطراف نقاط بازگشتی باشد که می‌توانیم به شکل زیر در نظر بگیریم: (کمترین مسافت در مدت ۴ ثانیه در شکل زیر طی شده است.)



$$x = A\cos(\frac{2\pi}{T}t) \Rightarrow x_M = (12cm)\cos(\frac{2\pi}{12}\times2)$$

$$= (12cm)\times\frac{1}{2} = 6cm$$

پس کمترین مسافت طی شده در مدت ۴ ثانیه برابر است با:

$$6 + 6 = 12cm$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۷)

۴۰- گزینهٔ «۲» *(سیدمحمدرضا روحانی)*

$$K_{max} = E = 8/6J$$

$$E = K + U \Rightarrow 8/6 = 0/5 + U \Rightarrow U = 8/1J$$

$$U = \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow 8/1 = \frac{1}{2}\times20\times x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{81}{100} x = 0/9m = 90cm$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

شیمی ۳

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

واکنش انجام شده به صورت زیر است و نشان می‌دهد که به ازای مصرف ۴ گرم هیدروژن ۳۲ گرم اکسیژن مصرف می‌شود پس جرم اکسیژن مصرفی ۸ برابر هیدروژن مصرفی است.

$$O_2 + 2H_2 \rightarrow 2H_2O$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

گزینهٔ «۲»: E° واکنش انجام شده در آند برابر صفر است.

نیم‌واکنش کاتدی: $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O \quad E^\circ = 1/2V$

نیم‌واکنش آندی: $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^- \quad E^\circ = 0/0V$

گزینهٔ «۳»: سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز بازدهی نزدیک به ٪۲۰ دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر (٪۶۰) افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در سلول‌های سوختی گاز اکسیژن وارد بخش کاتدی شده و کاهش می‌یابد و سوخت استفاده شده وارد بخش آندی شده و اکسایش می‌یابد.

ب) افزایش فشار گازها موجب افزایش غلظت و در نتیجه افزایش سرعت نیم‌واکنش‌ها می‌گردد. با افزایش سرعت نیم‌واکنش‌ها سرعت تولید جریان الکتریکی بیشتر و ولتاژ سلول افزایش می‌یابد.

پ) واکنش کلی انجام شده به صورت زیر است:

$$2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 4CO_2 + 6H_2O$$

$$\frac{\text{جرم } O_2}{\text{جرم } C_2H_6} = \frac{7\times 32}{2\times 30} \simeq 3/73$$

ت) در سلول‌های سوختی H^+ در غشاء مبادله کنندهٔ یون هیدرونیوم از قسمت آندی به قسمت کاتدی منتقل می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(ارژنگ خانلری)*

$$H_2\underbrace{C}_{0}O \rightarrow \underbrace{C}_{+4}O_2 + \underset{a=4}{\underset{\downarrow}{a}}e^-$$

$$\underbrace{Pb}_{+4}O_2 + \underset{b=2e}{\underset{\downarrow}{b}}e^- \rightarrow \underbrace{Pb}_{+2}SO_4$$

$$K\underbrace{Cl}_{+5}O_3 + \underset{c=6}{\underset{\downarrow}{c}}e^- \rightarrow K\underbrace{Cl}_{-1}$$

$$K\underbrace{Mn}_{+7}O_4 + \underset{d=5}{\underset{\downarrow}{d}}e^- \rightarrow \underbrace{Mn}_{+2}SO_4$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

موارد (آ) و (ت) درست و (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی موارد:

آ) در هر دو نوع سلول الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش کاهش در کاتد و نیم‌واکنش اکسایش در آند انجام می‌شود.

ب) در سلول الکترولیتی همانند گالوانی جهت جریان الکترون‌ها از آند به کاتد است، اما در سلول الکترولیتی برخلاف سلول گالوانی، آند الکترود مثبت و کاتد الکترود منفی است.

پ) فلزهای سدیم و منیزیم فلزهایی فعال بوده و کاهنده‌هایی قوی به شمار می‌روند نه اکسنده.

ت) در سلول گالوانی بین دو الکترولیت دیوارهٔ متخلخل وجود دارد و الکترولیت مربوط به نیم‌سلول‌ها متفاوت است اما در سلول الکترولیتی هر دو الکترود درون یک الکترولیت (محلول یا مذاب) قرار می‌گیرند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(حمید ذبحی)*

بررسی موارد:

آ) نادرست؛ در سلول‌های الکترولیتی، دیوارهٔ متخلخل وجود ندارد.

ب) نادرست؛ گاز هیدروژن در کاتد و گاز اکسیژن در آند تولید می‌شود.

پ) درست؛ $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$

ت) نادرست؛ در قطب منفی (کاتد)، یون‌های هیدروکسید تولید می‌شود و محلول اطراف کاتد خاصیت بازی دارد، پس رنگ کاغذ pH در تماس با آن آبی رنگ می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۵)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ تیغه‌ای که به قطب منفی باتری متصل می‌شود تیغهٔ کاتد است.

ب) نادرست؛ اطراف قطب مثبت سلول (آند) گاز کلر آزاد می‌شود.

پ) درست؛ اندازهٔ تغییرات عدد اکسایش دو گونهٔ اکسنده و کاهنده برابر می‌باشد.

۲ ↑ افزایش

$$\overbrace{۲Na^{+} + ۲Cl^{-}}^{۲NaCl} \rightarrow ۲\overset{\circ}{Na} + \overset{\circ}{Cl_۲}$$

۲ ↓ کاهش

ت) نادرست؛ در برقکافت $NaCl(aq)$ یون Na^{+} کاهش نمی‌یابد، چرا که در حالت محلول، $H_۲O$ به جای یون Na^{+} کاهش می‌یابد.

ث) درست

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی رضائی‌زاده)*

در سلول الکترولیتی آبکاری قاشق فولادی با نقره، محلول الکترولیت حاوی یون‌های فلز پوشاننده یعنی $Ag^{+}(aq)$ است به طوری‌که طی فرایند آبکاری $[Ag^{+}]$ ثابت می‌ماند و تغییر نمی‌کند و نیم‌واکنش اکسایش در آند و کاهش در کاتد به صورت زیر است:

نیم‌واکنش کاهش در کاتد: $Ag^{+}(aq) + e^{-} \rightarrow Ag(s)$

نیم‌واکنش اکسایش در آند: $Ag(s) \rightarrow Ag^{+}(aq) + e^{-}$

و به هیچ‌وجه یون $Fe^{۲+}$ در محلول وجود ندارد.

در آبکاری فلزات، هم اکسایش و هم کاهش مربوط به فلز پوشاننده است و تا پایان فرایند آبکاری غلظت یون پوشاننده در محلول الکترولیت ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی جامع شیمی)*

$$MgCl_۲(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_۲(g)$$

$$?LCl_۲ = ۹۶gMg \times \frac{۱molMg}{۲۴gMg} \times \frac{۱molCl_۲}{۱molMg} \times \frac{۲۲/۴LCl_۲}{۱molCl_۲} =$$

$$۸۹/۶LCl_۲$$

(شیمی ۳- صفحهٔ ۵۶)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(رئوف اسلام‌دوست)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست؛ با توجه به معادلهٔ کلی واکنش (فرایند هال) داریم:

$$۲\underset{+۳}{Al_۲}O_۳(l) + ۳C(s) \rightarrow ۴\underset{\text{صفر}}{Al}(l) + ۳CO_۲(g)$$

$۳ \times ۴ \sim ۱۲mol\ e^{-}$ درجه کاهش

$$mol\ e^{-}\ ? = ۲/۲g\ CO_۲ \times \frac{۱mol\ CO_۲}{۴۴g\ CO_۲} \times \frac{۱۲mol\ e^{-}}{۳mol\ CO_۲}$$

$$= ۰/۲mol\ e^{-}$$

گزینهٔ «۲»: درست؛ چگالی Al مذاب تولید شده در دستگاه؛ از چگالی الکترولیت مذاب به کار رفته بیشتر است. به همین دلیل $Al(l)$ از طریق لولهٔ قرار گرفته در بخش پایینی دستگاه خارج می‌شود.

گزینهٔ «۳»: درست؛ در اطراف الکترودهای استوانه‌ای شکل (دستگاه برقکافت) به ترتیب نیم‌واکنش اکسایشی و واکنش زیر انجام می‌شود:

$$O_۲(g) + C(s) \rightarrow CO_۲(g) \quad \text{و} \quad ۲O_۲^{۲-}(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴e^{-}$$

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ در صورت حضور آب در دستگاه برقکافت (مربوط به فرایند هال)، نیم‌واکنش کاهشی به صورت $۲H_۲O(l) + ۲e^{-} \rightarrow H_۲(g) + ۲OH^{-}(aq)$ انجام می‌شود و امکان استخراج فلز آلومینیم در این دستگاه از بین می‌رود.

مولکول‌های آب در رقابت کاتدی با کاتیون‌های گروه‌های ۱ و ۲ و نیز $Al^{۳+}$ همواره برنده می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحهٔ ۶۱)

۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمد فائزنیا)*

نخست با توجه به عدد اکسایش اتم مرکزی، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت و شماره گروه اتم مرکزی را به دست می‌آوریم:

تعداد الکترون‌های ظرفیتی هر اتم = عدد اکسایش هر اتم

مجموع تعداد الکترون‌های شمرده شده برای هر اتم −

۱− تعداد الکترون‌های ظرفیتی = ۵+

⇐ ۶ = تعداد الکترون‌های ظرفیتی

حال عدد اکسایش اتم X کناری را به دست می‌آوریم:

۱− = ۷ − ۶ = عدد اکسایش اتم X کناری

از طرفی می‌دانیم مجموع اعداد اکسایش تمام اتم‌های یک یون برابر است با بار یون، لذا مقدار q برابر است با: $۳ \times (-۲) + (+۵) + (-۱) = -۲$

بنابراین فرمول شیمیایی ترکیب یون $X_۲O_۳^{۲-}$ با یون $Mg^{۲+}$ به صورت مقابل است: $MgX_۲O_۳$

(شیمی ۳- صفحهٔ ۶۳)