

פרויקט

67731 - אופטימיזציה קמורה

1 הגדרת הבעיה

בהינתן $y \in \mathbb{R}^m$ ומטריצה $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$, מטרתנו היא לפתור את הבעיה הבאה:

$$\begin{aligned} x^* = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad & \|y - Hx\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & \bar{1}^T x = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

1.1 דוגמה לעולם התוכן של הבעיה

כאשר אנו מצלמים תמונה, האור הפוגע בעצמים שונים בעולם נכנס לתוך עינית המצלמה ונקלט ע"י מספר קולטנים אשר יחדיו מייצגים פיקסל. למשל במצלמות בהן אנו משתמשים ביומיום נקלט האור המוחזר מהאובייקט ע"י 3 קולטנים - אדום, ירוק וכחול. לדוגמה, פיסת דשא שצבעה ירוק מקבל את ערך הפיקסל $(0, 103, 0)$ (הפיקסל האמצעי מתאים לאורך הגל של הצבע הירוק). כל חומר מחזיר כמות אחרת של אורך גל, וכאשר נקלטים במצלמה מספר חומרים באותו הפיקסל, סה"כ כמות האור הנקלטת בחיישן היא סכום משוקלל שלהם. לדוגמה אם פרט לפיסת הדשא יש כדור אדום המהווה 40% מהפיקסל, ערך הגלים שנקלטו יהיה:

$$0.6 \cdot (0, 103, 0) + 0.4 \cdot (255, 0, 0) = (102, 61.8, 0)$$

אם נתמקד במצלמות Hyper-spectral בהן כמות הקולטנים עבור כל פיקסל היא m (מספר טבעי חיובי), אז בהינתן פיקסל $y \in \mathbb{R}^m$ ומטריצת מעבר של חומר לתדר $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ (עבור n חומרים), מטרתנו היא למצוא בכל פיקסל כמה אחוז מהווה כל חומר באותו הפיקסל:

$$\begin{aligned} x^* = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \quad & \|y - Hx\|_2 \\ \text{s.t.} \quad & \bar{1}^T x = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

2 הנחיות

1. ניתן להשתמש בכל אלגוריתם שתרצו, בין אם ראינו אותו בכיתה או שהוא מוזכר בגורם חיצוני. כמו כן הרגישו חופשיים וחופשיות לשנות את בעיית האופטימיזציה לכל בעיה שקולה אחרת, בתנאי שתצדיקו זאת (עדיף ע"י הוכחה, אך אין הכרח).

2. על חתימת הפונקציה להיות:

```
import numpy as np
```

```
def solve(H : np.ndarray, y : np.ndarray) -> np.ndarray:  
    pass
```

ועליה להחזיר את x .

3. יהי \hat{x} הפתרון המוחזר מהאלגוריתם. אנו נמדוד את הקבוצות האחת ביחס לשנייה ע"י שני פרמטרים:

- עבור \hat{x} בסימפלקס, קבלת ערך כמה שיותר נמוך של פונקציית המטרה $f(\hat{x}) = \|y - Hx\|_2$. שימו לב: פתרון שאינו חוקי לא ייחשב.

- פתרון של כמה שיותר מהדוגמאות תוך 10 דק'.

4. ניתן להשתמש בחבילה Numpy הזמינה במחשבי CS. שימוש בחבילה אחרת דורש אישור.

3 הגשה

1. ניתן להגיש בשלשות או בזוגות.

2. יש להגיש בדיוק שני קבצים בפורמט הבא:

$\langle name1 \rangle - \langle id1 \rangle - \langle name2 \rangle - \langle id2 \rangle - \langle name3 \rangle - \langle id3 \rangle .py$
 $\langle name1 \rangle - \langle id1 \rangle - \langle name2 \rangle - \langle id2 \rangle - \langle name3 \rangle - \langle id3 \rangle .pdf$

3. ניתן להשתמש ב-Python3 בלבד.

4 דיווח

מלבד הקוד, כל הגשה צריכה לכלול דיווח (קובץ pdf). על הדיווח להיווצר ב-Latex או דומיו. הדיווח יכלול את המידע הבא:

1. מידע אישי:

א. שם.

ב. ת.ז.

ג. האם אתם לומדים לימודי מוסמך או מתקדמים.

2. במידה ובחרתם/ן לנסח את השאלה בצורה שקולה, כיצד ביצעתם/ן זאת ומדוע? הוכיחו את השקילות. (במידה ומבצעים רלקסציה, הוכיחו שהפתרון שקיבלתם חוקי או שהקירוב אינו רחוק מדי).

3. באיזה אלגוריתם בחרתם/ן לפתור את הבעיה? מדוע?
4. כיצד התאמתם/ם את האלגוריתם בשביל לשפר את הביצועים?
5. האם האלגוריתם מתחשב במימד של מטריצה H ?
6. מתי האלגוריתם עוצר ומחזיר תשובה?

5 ניקוד

בשבועות שלאחר הגשת הפרויקט אנו נבצע ראיונות המהווים 30 נקודות מהציון הסופי. בראיון אנו נוודא את המימוש והתאמתו לדף דיווח המצורף, את השליטה בחומר הנוגע לביצוע (אם השתמשתם/ן באלגוריתם לא טריוויאלי אנו נשאל עליו בראיון) ואת השליטה בחומר של פרק האלגוריתמים בקורס. 10 נקודות נוספות מהציון הסופי יהיו תחרותיות וייקבעו על סמך הביצועים של האלגוריתם - אנו נשווה את איכות הפתרונות ואת כמות הדוגמאות שנפתרו בממסגרת של 10 דק'.