

# פרויקט מודרך

67731 - אופטימיזציה קמורה

## 1 הסבר

המסמך מכיל את הפרויקט של שנה שעברה. מטרתו של המסמך היא לאפשר לכם ולכן להתנסות בפתרון הפרויקט, תוך הכוונה והמלצות בשביל שתגיעו ברמת מוכנות טובה יותר לפתרון הפרויקט. ניתן להתייעץ עם צוות הקורס ואנו ממליצים להגיע לשעות קבלה בשביל להראות התקדמות ולקבל טיפים.

## 2 הגדרת הבעיה

**הגדרה (Band Matrix):** נאמר שמטריצה  $A \in M_{n \times n}$  היא מטריצת k-Band אם כל האיברים הרחוקים יותר מ- $k$  מהאלכסון (אנכית או אופקית) מתאפסים, כלומר:

$$|i - j| > k \implies A_{ij} = 0$$

**הגדרה (Bandwidth):** לערך  $k$  של מטריצה k-Band אנו קוראים Bandwidth.

בהינתן מטריצה  $S \in S_+^n$  ופרמטר  $k \in \mathbb{N}$  אנו נפתור את הבעיה הבאה:

$$\min_{K \succeq 0 : K \text{ is } k\text{-Band}} \text{Tr}(SK) - \log(|K|)$$

## 3 הנחיות

1. ניתן להשתמש בכל אלגוריתם שתמצאו, בין אם ראינו אותו בכיתה או שהוא מוזכר בגורם חיצוני. כמו כן הרגישו חופשיים וחופשיות לשנות את בעיית האופטימיזציה לכל בעיה שקולה אחרת, בתנאי שתצדיקו זאת (ע"י הוכחה).

2. על חתימת הפונקציה להיות:

```
import numpy as np
```

```
def solve(S : np.ndarray, k : int):  
    pass
```

ועליה להחזיר את  $K$  (`np.ndarray`).

3. פתרון מוגדר להיות נכון אם המרחק שלו מ- $K^*$  אופטימלי הוא לכל היותר  $\varepsilon = 1 \times 10^{-3}$ . כלומר:

$$\|K - K^*\|_{F_r} \leq \varepsilon$$

4. ניתן להשתמש בכל חבילה זמינה במחשבי CS מלבד פותרים (Solvers). למען הסר ספק גם Tensorflow נכלל בהגדרת פותר.

## 4 הכוונה

1. על אף שניתן לפתור את הבעיה בעזרת Gradient Descent, לרוב הדבר לא מומלץ. אבל במידה והיינו רוצים לעשות זאת - באיזו נקודה כדאי להתחיל?
2. הוכיחו את הטענה הבאה: תהי מטריצה  $K \succ 0$  ויהי  $K = RR^T$  פירוק צ'ולסקי המתאים. אז  $K$  היא k-Band אם  $R$  היא k-Band. (צד אחד טריוויאלי בעוד את הצד השני יש להוכיח באינדוקציה).
3. לבעיה של הפרויקט יש פתרון סגור הדורש פיתוחים מתמטיים. השתמשו בפירוק צ'ולסקי  $K = RR^T$  בשביל לשכתב את הבעיה. שימו לב: יש להוכיח מדוע מותר להשתמש בפירוק זה.
4. הגיעו לשעות קבלה בשביל להתייעץ בפתרון שקבילתם / קיבלתן. כיצד ניתן לממש אותו ביעילות?