Rechnersehen Theorieaufgaben

2. Übungsserie

Aufgabe 1:

a) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}^T$

b) $\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}^T$

c) Nicht separierbar. Da $A_c(1,1) = 0$, muss entweder D_1 oder D_2 mit $A_c = D_1 \cdot D_2^T$ in der ersten Stelle eine 0 haben, wodurch eine ganze Zeile oder Spalte von A_c 0 sein müsste.

d) $\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} \cdot \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}^T$

Aufgabe 2:
Nicht bearbeitet.

Aufgabe 3:
Bekannt aus der Vorlesung: Optimales $b_\nu = \frac{\int_{a_\nu}^{a_{\nu+1}} fp(f)\,df}{\int_{a_\nu}^{a_{\nu+1}} p(f)\,df}$, optimales $a_\nu = \frac{b_\nu + b_{\nu+1}}{2}$.

$$b_\nu = \frac{\int_{a_\nu}^{a_{\nu+1}} fp(f)\,df}{\int_{a_\nu}^{a_{\nu+1}} p(f)\,df} = \frac{\int_{a_\nu}^{a_{\nu+1}} f\,df}{a_{\nu+1} - a_\nu} = \frac{\frac{1}{2}(a_{\nu+1}^2 - a_\nu^2)}{a_{\nu+1} - a_\nu} = \frac{1}{2}(a_{\nu+1} + a_\nu)$$

$$\begin{aligned} a_\nu &= \frac{b_\nu + b_{\nu+1}}{2} = \frac{1}{4}(a_{\nu+1} + 2a_\nu + a_{\nu-1}) \\ 0 &= \frac{1}{4}a_{\nu+1} - \frac{1}{2}a_\nu + \frac{1}{4}a_{\nu-1} \\ a_\nu &= \frac{a_{\nu+1} + a_{\nu-1}}{2} \quad \square \end{aligned}$$

Aufgabe 4:
Gegeben sei das Bild f, und die Transformation T:

$$\begin{aligned} T(f) &= \int_0^f p_f(w)\,dw \\ \frac{dT(f)}{df}(f) &= p_f(f) \\ \frac{1}{p_f(f)} &= \frac{df}{dT(f)}(f) \\ 1 &= p_f(f)\left|\frac{df}{dT(f)}\right| = p_{T(f)}(T(f)) \end{aligned}$$

Also ist $h_c^{T(f)}(I) = \int_0^I p_{T(f)}(T(f))\,df = \int_0^I 1df = I. \quad \square$