Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungsserie 2

Aufgabe 3:

(A) $\binom{13}{9}$

(U) 5^9

(a) (A) 1

(U) 5!

(b) (A) $\binom{9}{5}$

(U) $9^{\underline{5}}$

Aufgabe 5:

(a) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 1^k \cdot 1^{n-k} - (n+1) = (1+1)^n - (n+1) = \underline{\underline{2^n - n - 1}}$

(b) $\sum_{n=0}^{n} 2^{-k+1} \binom{n}{k} = 2 \cdot \sum_{n=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k = \underline{\underline{2(1+\frac{1}{2})^n}}$

(c) $\sum_{n=0}^{5} \binom{12}{k}\binom{13}{5-k} \overset{\text{Vandermonde}}{=} \underline{\underline{\binom{25}{5}}}$

(d) Hilfssatz: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n}{k} \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k)} = \underline{\frac{n}{k} \cdot \binom{n-1}{k-1}}$

$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} \overset{\text{Hilfssatz}}{=} n \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} \overset{\text{shift}}{=} n \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} = \underline{\underline{n \cdot 2^{n-1}}}$

(e) $\sum_{n=10}^{19} \binom{19}{k} = \sum_{n=0}^{19} \binom{19}{k} - \sum_{n=0}^{9} \binom{19}{k} \overset{\text{Sym.}}{=} \sum_{n=0}^{19} \binom{19}{k} - \sum_{n=10}^{19} \binom{19}{k} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{19} \binom{19}{k} = \underline{\underline{2^{18}}}$

Aufgabe 6:

$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} + \frac{n!}{(k-1)! \cdot (n-k+1)!} = \frac{n! \cdot (n-k+1)}{k! \cdot (n-k+1)!} + \frac{n! \cdot k}{k! \cdot (n-k+1)!} = \frac{n! \cdot (n+1)}{k! \cdot (n+1-k)!} = \underline{\underline{\binom{n+1}{k}}}$