Automaten und Berechenbarkeit
6. Übungsserie

Aufgabe 1:

(a) Nein, Pumping Lemma: $n \in \mathbb{N},\ z = \#a^{2^n}\#$

$$uv = \#a^m, v = \begin{cases} a^r & uv^2w = \#a^{2^n+r}\#,\ r < 2^n \implies 2^n < 2^n + r < 2^{n+1} \implies \underline{\underline{uv^2w \notin L}} \\ \#a^r & uv^2w = \#a^x\#a^y\#a^z \notin L \end{cases}$$

(b) $F = \{\{\#a^m\} \mid m \in \mathbb{N}\} \cup \{\{\lambda\}\} \cup (\Sigma^* \setminus \{\{\#a^m\} \mid m \in \mathbb{N}\} \cup \{\{\lambda\}\})$, denn für $m \neq n \in \mathbb{N}$ gilt $\exists_{d\in\mathbb{N}} : \#a^{m+d}\# \in L \wedge \#a^{n+d}\# \notin L$. Da der Schnitt zweier Äquivalenzklassen leer ist und die Vereinigung aller Äquivalenzklassen Σ^* darstellt, ist F eine Zerlegung von Σ^*.

Aufgabe 2:

(a) $G = (N, T, S, P)$

$$\begin{aligned} N &= \{X\} \\ T &= \{a, b\} \\ S &= \{X\} \\ P &= \{X \to \lambda,\ X \to XX,\ X \to aXb,\ X \to bXa\} \end{aligned}$$

$L(G) \subseteq L_{2equal}$ (trivial)
$L_{2equal} \subseteq L(G)$:

IA: $n = |v| = 0,\ v \in L_{2equal}, v \in L(G)$
IV: für $n = |v|, v \in L_{2equal}$ gilt: $v \in L(G)$
IB: für $n + 2 = |uvw|, uvw \in L_{2equal}$ gilt: $uvw \in L(G)$
IS: $v \to uvw$

$$uvw = \begin{cases} abv & X \to^* v \implies X \to XX \to abX \to^* abv \\ bav & X \to^* v \implies X \to XX \to baX \to^* bav \\ vab & X \to^* v \implies X \to XX \to Xab \to^* vab \\ vba & X \to^* v \implies X \to XX \to Xba \to^* vba \\ avb & X \to^* v \implies X \to aXb \to^* avb \\ bva & X \to^* v \implies X \to bXa \to^* bva \end{cases} \implies \underline{\underline{uvw \in L(G)}}$$

$\implies L(G) = L_{2equal}$

(b) $X \to XX \to XaXb \to abaXb \to ababXab \to ababbaab$
$X \to XX \to XXXX \to abbaabba$

(c) $|F_L(L_{2equal})| = |Q|$ (Differenz der Anzahl von a und b) $= \aleph_0 \implies L_{2equal}$ ist nicht regulär

Aufgabe 3: