Automaten und Berechenbarkeit

8. Übungsserie

Aufgabe 1:

$G_4 = (N, T, S, P)$

$N = \{S, L, R\}$

$T = \{a, b, c, d\}$

$S = S$

$P = \{S \to \lambda, S \to abcd, S \to Rabcd, Ra \to aR, Rb \to bR, Rc \to cR, dL \to Ld, cL \to Lc, bL \to Lb,$
$aRb \to aabbR, cRd \to ccddL, cRd \to Lccdd, aLb \to Raabb, cRd \to ccdd, aLb \to aabb\}$

$\implies L$ ist kontextsensitiv

Pumping-Lemma: $z = a^{n_L} b^{n_L} c^{n_L} d^{n_L}, |vwx| \leq n_L \implies vwx$ besteht aus maximal 2 unterschiedlichen Buchstaben $\implies uv^iwx^iy$ mit $i \neq 1$ ändert die Anzahl von maximal 2 unterschiedlichen Buchstaben $\implies z \notin L_4$

$\implies L$ ist nicht kontextfrei $\implies L \in CH(1)$

Aufgabe 2:

Intuition: Um festzustellen, ob ein beliebiges $w \in \overline{L_3}$, sollte man überprüfen, ob $w \in L_3 \implies \overline{L_3}$ ist kontextsensitiv.
Wikipedia: $\mathcal{CSL}$ ist unter Komplementbildung abgeschlossen $\implies \overline{L_3}$ ist kontextsensitiv.
Pumping-Lemma: Funktioniert, $\overline{L_3}$ könnte kontextfrei sein.

Aufgabe 3:

Nein, Pumping-Lemma: $z = a^{n_L} b^{n_L^2}, |vwx| \leq n_L \implies |vx|_b \leq n_L$
$\implies n_L^2 + |vx|_b \leq n_L^2 + n_L < n_L^2 + 2n_L + 1 = (n_L + 1)^2 \overset{|vx|_b > 0}{\implies} z_L^2 < |z_2|_b < (z_L + 1)^2 \implies z_2 \notin L$
falls $|vx|_b = 0$ dann ist $vx = a^\alpha, \alpha \geq 1 \implies z_2 \notin L$

Aufgabe 4:

(a) $G_{Sp-bin} = (N, T, S, P)$

$N = \{S, X\}$

$T = \{0, 1, \$\}$

$S = S$

$P = \{S \to 0\$0, S \to X, X \to 0X0, X \to 1X1, X \to 1\$1\}$

(ist kontextfrei)

(b) Fall 1: $\text{Sp}(\text{bin}(n)) = \text{bin}(n) = 1^n \implies \text{bin}(n+1) = 10^n$

Fall 2: $\text{bin}(n) = r01^n, n \in \mathbb{N}, r \in \{1\} \cdot \Sigma^* \implies \text{Sp}(\text{bin}(n)) = 1^n 0 \text{Sp}(r), \text{bin}(n+1) = r10^n$

$\implies G_{Sp-bin+1} = (N, T, S, P)$

$N = \{S, X, Y\}$

$T = \{0, 1, \$\}$

$S = S$

$P = \{S \to 0\$1, S \to X, X \to 1X0, X \overset{\text{Fall 1}}{\to} 1\$10, X \overset{\text{Fall 2}}{\to} 0Y1, Y \to 1Y1, Y \to 0Y0, Y \to 1\$1\}$

(ist kontextfrei)