

Automaten und Berechenbarkeit

8. Übungsserie

Aufgabe 1:

$$G_4 = (N, T, S, P)$$

$$N = \{S, L, R\}$$

$$T = \{a, b, c, d\}$$

$$S = S$$

$$P = \{S \rightarrow \lambda, S \rightarrow abcd, S \rightarrow Rabcd, Ra \rightarrow aR, Rb \rightarrow bR, Rc \rightarrow cR, dL \rightarrow Ld, cL \rightarrow Lc, bL \rightarrow Lb, \\ aRb \rightarrow aabbR, cRd \rightarrow ccddL, cRd \rightarrow Lccdd, aLb \rightarrow Raabb, cRd \rightarrow ccdd, aLb \rightarrow aabb\}$$

$\implies L$ ist kontextsensitiv

Pumping-Lemma: $z = a^{n_L} b^{n_L} c^{n_L} d^{n_L}, |vwx| \leq n_L \implies vwx$ besteht aus maximal 2 unterschiedlichen Buchstaben
 $\implies uv^iwx^iy$ mit $i \neq 1$ ändert die Anzahl von maximal 2 unterschiedlichen Buchstaben $\implies z \notin L_4$

$\implies L$ ist nicht kontextfrei $\implies L \in CH(1)$

Aufgabe 2:

Intuition: Um festzustellen, ob ein beliebiges $w \in \overline{L_3}$, sollte man überprüfen, ob $w \in L_3 \implies \overline{L_3}$ ist kontextsensitiv.

Wikipedia: \mathcal{CSL} ist unter Komplementbildung abgeschlossen $\implies \overline{L_3}$ ist kontextsensitiv.

Pumping-Lemma: Funktioniert, $\overline{L_3}$ könnte kontextfrei sein.

Aufgabe 3:

Nein, Pumping-Lemma: $z = a^{n_L} b^{n_L^2}, |vwx| \leq n_L \implies |vx|_b \leq n_L$

$\implies n_L^2 + |vx|_b \leq n_L^2 + n_L < n_L^2 + 2n_L + 1 = (n_L + 1)^2 \xrightarrow{|vx|_b > 0} z_L^2 < |z_2|_b < (z_L + 1)^2 \implies z_2 \notin L$
 falls $|vx|_b = 0$ dann ist $vx = a^\alpha, \alpha \geq 1 \implies z_2 \notin L$

Aufgabe 4:

$$(a) G_{Sp-bin} = (N, T, S, P)$$

$$N = \{S, X\}$$

$$T = \{0, 1, \$\}$$

$$S = S$$

$$P = \{S \rightarrow 0\$0, S \rightarrow X, X \rightarrow 0X0, X \rightarrow 1X1, X \rightarrow 1\$1\}$$

(ist kontextfrei)

$$(b) \text{ Fall 1: } \text{Sp}(\text{bin}(n)) = \text{bin}(n) = 1^n \implies \text{bin}(n+1) = 10^n$$

$$\text{Fall 2: } \text{bin}(n) = r01^n, n \in \mathbb{N}, r \in \{1\} \cdot \Sigma^* \implies \text{Sp}(\text{bin}(n)) = 1^n 0 \text{Sp}(r), \text{bin}(n+1) = r10^n$$

$$\implies G_{Sp-bin+1} = (N, T, S, P)$$

$$N = \{S, X, Y\}$$

$$T = \{0, 1, \$\}$$

$$S = S$$

$$P = \{S \rightarrow 0\$1, S \rightarrow X, X \rightarrow 1X0, X \xrightarrow{\text{Fall 1}} 1\$10, X \xrightarrow{\text{Fall 2}} 0Y1, Y \rightarrow 1Y1, Y \rightarrow 0Y0, Y \rightarrow 1\$1\}$$

(ist kontextfrei)