Flow Visualization

Abgabe über die NextCloud bis 23:59 Uhr des o.g. Datums.

Aufgabe 1 Streamlines **(9 Punkte)**

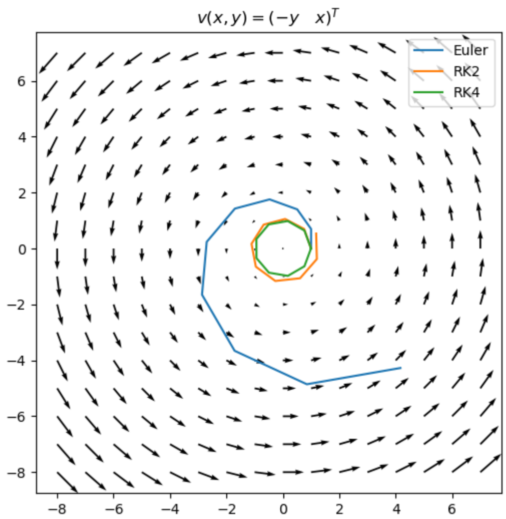
In `task9_1.py` ist das Vektorfeld $\mathbf{v}(x, y) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$ gegeben. Es liegt bereits eine Funktion zum Abrufen von $\mathbf{v}$ und eine Darstellung als *quiver plot* vor. Dem Plot sollen nun mittels numerischer Integration *Streamlines* hinzugefügt werden. Verwenden Sie für alle Teilaufgaben den Startpunkt $(1, 0)$, die Schrittweite $\Delta t = 0.7$. Beenden Sie die Integration bei $t_{max} = 2\pi$. Achten Sie darauf, dass Sie im letzten Iterationsschritt t_{max} *exakt* treffen.

a) (2 Punkte)
Nutzen Sie die numerische Euler-Integration.

b) (3 Punkte)
Verwenden Sie die Runge-Kutta-Integration 2. Ordnung (*midpoint method*).

c) (4 Punkte)
Verwenden Sie die Runge-Kutta-Integration 4. Ordnung.

Das Ergebnis sieht wie folgt aus:



Aufgabe 2 Theorie **(6 Punkte)**

Geben Sie die Antworten auf die Theorieaufgaben in der Multiple-Choice-Datei `MC09.txt` an. Es ist immer genau eine Auswahlmöglichkeit richtig. Bitte keine anderen Anmerkungen in diese Datei schreiben und den Dateinamen nicht verändern.

Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{w}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2x+y \\ x^2-y \\ xy+z \end{pmatrix}$.

a) (1 Punkt)
Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von $\mathbf{w}(x,y,z)$.

Antwortmöglichkeiten:

(a) $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 2 & 2x & y \\ 1 & -1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} y & x & 1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2x & -1 & 0 \\ y & x & 1 \end{pmatrix}$

b) (1 Punkt)
Bestimmen Sie die Divergenz von $\mathbf{w}(x,y,z)$.

Antwortmöglichkeiten:

(a) 2 (b) 4 (c) -2 (d) $4x$

c) (1 Punkt)
Bestimmen Sie die Vortizität (*curl, vorticity*) von $\mathbf{w}(x,y,z)$.

Antwortmöglichkeiten:

(a) $curl\ \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0-y \\ 2x \end{pmatrix}$ (b) $curl\ \mathbf{v} = \begin{pmatrix} x-0 \\ y \\ 2x-1 \end{pmatrix}$ (c) $curl\ \mathbf{v} = \begin{pmatrix} x-0 \\ 0-y \\ 2x-1 \end{pmatrix}$

d) (1 Punkt)
Path lines lassen sich nur zeichnen, wenn das Vektorfeld eine temporale Dimension besitzt.

(a) Wahr.
(b) Falsch.

e) (1 Punkt)
Stream lines lassen sich *nicht* zeichnen, wenn das Vektorfeld eine temporale Dimension besitzt.

(a) Wahr.
(b) Falsch.

f) (1 Punkt)
Welche Analogie passt am ehesten zur Flussvisualisierung durch *streak lines*?

(a) Magnetfeldlinien.
(b) Rauch einer ausgeblasenen Kerze.
(c) Die Trajektorien von Partikeln in einer Strömung.