Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungsserie 8

Aufgabe 1:

(a)

$$p(X) = \begin{cases} \frac{21}{36} & X = 0 \\ \frac{5}{36} & X = 1 \\ \frac{4}{36} & X = 2 \\ \frac{3}{36} & X = 3 \\ \frac{2}{36} & X = 4 \\ \frac{1}{36} & X = 5 \end{cases}$$

(b)

I. $\mathbb{E}X = \sum_{t=0}^{5} t \cdot p(t) = \frac{1}{36} \cdot \sum_{t=1}^{5} t \cdot (6-t) = \underline{\underline{\frac{35}{36}}}$

II. $\mathbb{E}[-X] = -\mathbb{E}X = \underline{\underline{-\frac{35}{36}}}$

III. $\mathbb{E}[3X-2] = 3\mathbb{E}X - 2 = \underline{\underline{\frac{11}{12}}}$

IV. $\mathbb{E}[X(5-X)] = \sum_{t=0}^{5} t \cdot (5-t) \cdot p(t) = \frac{1}{36} \sum_{t=1}^{4} t \cdot (5-t) \cdot (6-t) = \underline{\underline{\frac{67}{36}}}$

Aufgabe 2:

Wenn die Aufteilung nach dem Verhältnis der Siegwahrscheinlichkeiten als fair angesehen wird, sollte wie folgt ausgeteilt werden: A bekommt 35 Taler $= (\frac{1}{2}^3 + \frac{1}{2}^2 + \frac{1}{2}) \cdot 40$ Taler, B bekommt 5 Taler $= \frac{1}{2}^3$ Taler. Andernfalls würde ich keinem der beiden etwas geben, da keiner die Gewinnbedingung erfüllt hat und das Spiel selbst damit gewinnt.

Aufgabe 5:

$\mathbb{E}[X_j] = 1 \cdot \mathbb{P}\{\text{"Box j bleibt leer"}\} = \frac{\binom{n+N-2}{n}}{\binom{n+N-1}{n}} = \frac{N-1}{n+N-1}$,

also ist die durchschnittliche Anzahl der leeren Boxen $\frac{N \cdot (N-1)}{n+N-1}$