

# Mathematik III - Blatt 7

NAME

December 1, 2015

## Aufgabe 1 - 4 Punkte

Sei  $V$  der von  $\sin(x), \cos(x), x$  und  $1$  erzeugte Unterraum des  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $\text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  und  $\delta : V \rightarrow V, f \mapsto f'$  die lineare Abbildung, die eine Funktion  $V$  ihre Ableitung zuordnet.

- (a) Zeigen Sie, dass das Bild von  $\delta$  tatsächlich in  $V$  liegt.
- (b) Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von  $\delta$  bezüglich der Basis  $(\sin(x), \cos(x), x, 1)$ , sowie den Rang von  $\delta$ .
- (c) Bestimmen Sie Bild und Kern von  $\delta$  und entscheiden Sie, ob  $\delta$  injektiv, surjektiv oder bijektiv ist.

## Aufgabe 2 - 7 Punkte

Die lineare Abbildung  $\alpha : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  sei durch...

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)
- (f)

## Aufgabe 3 - 2 Punkte

Sei  $V$  ein Vektorraum und  $\alpha : V \rightarrow V$  linear.

- (a) Angenommen es gibt eine Basis  $\mathbb{B}$  von  $V$ , so dass die Darstellungsmatrix  $A_{\alpha}^{\mathbb{B}}$  die Einheitsmatrix ist. Ist  $\alpha$  dann die Identität?
- (b) Wie verhält es sich, wenn für die Basis  $\mathbb{C} \neq \mathbb{B}$  die Darstellungsmatrix  $A_{\alpha}^{\mathbb{B}, \mathbb{C}}$  die Einheitsmatrix ist?

## Aufgabe 4 - 3 Punkte

Seien  $V, W$   $K$ -Vektorräume

- (a)
- (b)

## Aufgabe 5 - 4 Punkte

Sei  $\alpha \dots$