

RELAZIONE DI FISICA: IL COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE DI UNA PALLINA

1) INTRODUZIONE

L'esperimento consiste nel far cadere una pallina da una certa altezza h_0 e osservare, dopo il rimbalzo, quale altezza h_1 raggiungerà la pallina.

L'obiettivo è quello di ricavare le due altezze in modo da poter calcolare il coefficiente di restituzione della pallina.

Per coefficiente di restituzione si intende la relazione tra l'energia meccanica finale E_f e l'energia meccanica iniziale E_i ; siccome quando viene rilevata l'energia meccanica del corpo (in questo caso della pallina) all'altezza h_0 e h_1 il corpo è fermo, allora possiamo dire che:

$$E_i = m \cdot g \cdot h_0$$

$$E_f = m \cdot g \cdot h_1$$

Se avessimo solo forze conservative l'energia meccanica della pallina si conserverebbe, quindi:

$$E_i = E_f$$

A questo punto possiamo sostituire le due formule dell'energia meccanica:

$$m \cdot g \cdot h_0 = m \cdot g \cdot h_1$$

Se semplifichiamo l'equazione otteniamo:

$$h_0 = h_1$$

Nel nostro caso, però, l'energia meccanica della pallina non si conserva, in quanto su di essa agiscono forze non conservative, facendo sì che parte dell'energia della pallina venga dissipata.

In ogni caso possiamo calcolare il coefficiente di restituzione della pallina attraverso la seguente formula:

$$\alpha = \frac{E_f}{E_i} = \frac{h_1}{h_0}$$

Se applicassimo la precedente formula nel caso di un urto con conservazione di energia, avremmo $\alpha = 1$; Nel nostro caso, invece, avremo $\alpha < 1$, poichè l'energia non si conserva.

2) STRUMENTAZIONE UTILIZZATA

Gli strumenti che abbiamo utilizzato sono:

- riga da disegno (portata 60 cm, sensibilità 1 mm)
- pallina da tennis

3) SVOLGIMENTO DELL'ESPERIMENTO

1. Innanzitutto abbiamo deciso la prima altezza da cui far cadere la pallina, ovvero 100 cm. Abbiamo appoggiato la riga al muro e misurato 4 volte 100 cm, in modo da essere sicuri che l'altezza fosse corretta.
2. Dopodichè abbiamo posizionato la pallina all'altezza precedentemente misurata e l'abbiamo lasciata cadere, osservando il punto in cui la pallina raggiungeva la sua massima altezza dopo essere rimbalzata. Anche in questo caso abbiamo ripetuto il tutto 4 volte, in modo da avere dei dati più precisi, ottenendo le seguenti altezze:

h_1 (1)	57 cm
h_1 (2)	62 cm
h_1 (3)	56 cm
h_1 (4)	62 cm

3. Abbiamo ripetuto lo stesso procedimento, cambiando però l'altezza da cui far cadere la pallina, che questa volta è di 60 cm.

Al termine delle misurazioni, abbiamo ottenuto i seguenti dati che indicano la massima altezza raggiunta dalla pallina dopo il rimbalzo:

h_1 (1)	32 cm
h_1 (2)	35 cm
h_1 (3)	33 cm
h_1 (4)	31 cm

4. A questo punto svolgiamo nuovamente il procedimento per la terza volta, dove abbiamo come altezza iniziale 200 cm.

Dopo aver fatto rimbalzare la pallina, abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

h_1 (1)	100 cm
h_1 (2)	96 cm
h_1 (3)	99 cm
h_1 (4)	102 cm

4) ANALISI DEI DATI

Dopo aver rilevato i dati dall'esperimento li abbiamo inseriti nella tabella sottostante e ed abbiamo calcolato la media dei valori relativi a ogni h_0 .

h_0 (cm)	h_1 1 (cm)	h_1 2 (cm)	h_1 3 (cm)	h_1 4 (cm)	media
100	57	62	56	62	59,25
60	32	35	33	31	32,75
200	100	103	99	102	101

A questo punto calcoliamo l'errore di misura, in modo da ottenere un valore che, sottratto o sommato alla media ci dice dove, presumibilmente, si dovrebbe trovare la nostra misura corretta.

Per calcolare l'errore σ dobbiamo applicare la seguente formula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(prima\ misura\ dell'altezza\ finale - altezza\ media) + (seconda\ misura\ dell'altezza\ finale - altezza\ media) + \dots}{numero\ di\ misurazioni - 1}}$$

E così via per tutte le misurazioni, che nel nostro caso sono 4 per ogni altezza media.

Per esempio, nel caso di $h_0 = 100$ cm, la formula sarà:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(57-59,25)+(62-59,25)+(56-59,25)+(62-59,25)}{4-1}}$$

Nella seguente tabella sono riportate tutte le misure con i corrispondenti errori:

h0 (cm)	hf 1 (cm)	hf 2 (cm)	hf 3 (cm)	hf 4 (cm)	media (cm)	errore (cm)
100	57	62	56	62	59,25	$\pm 3,201\dots$
60	32	35	33	31	32,75	$\pm 1,707\dots$
200	100	96	99	102	99,25	$\pm 2,645\dots$

Una volta calcolato l'errore, dobbiamo definire le cifre significative dei vari valori e per farlo si usa una convenzione: se l'errore calcolato è >2 , allora si mantiene una sola cifra significativa, mentre se l'errore è <2 se ne tengono 2; Dunque possiamo dire che:

$\pm 3,201\dots \rightarrow \pm 3$ (arrotondo per difetto)
$\pm 1,707\dots \rightarrow \pm 1,7$ (arrotondo per difetto)
$\pm 2,645\dots \rightarrow \pm 3$ (arrotondo per eccesso)

A questo punto possiamo approssimare anche la media, che si basa sull'approssimazione precedentemente fatta all'errore:

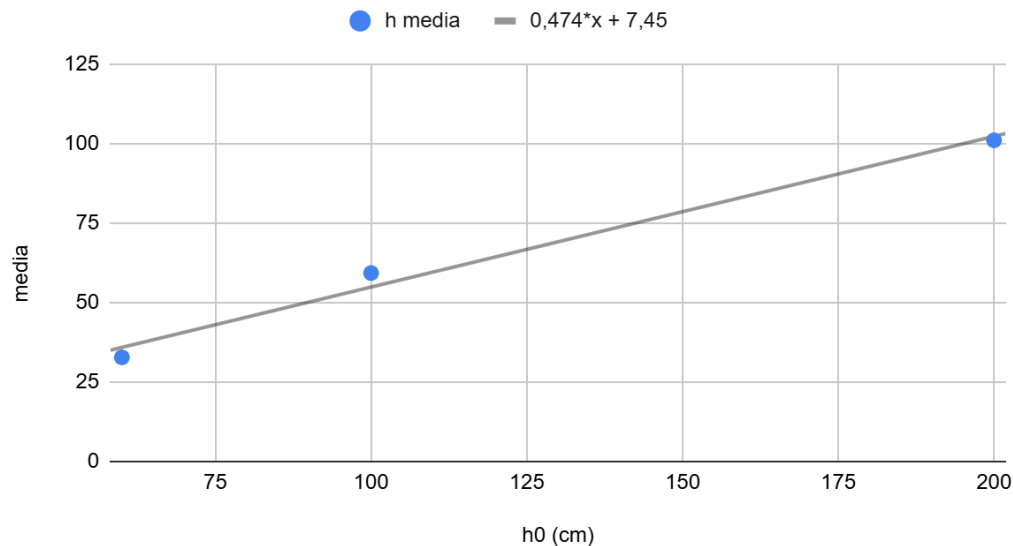
$59,25 \rightarrow 59 \pm 3$ cm
$32,75 \rightarrow 32,8 \pm 1,7$ cm
$99,25 \rightarrow 99 \pm 3$ cm

Ora abbiamo tutti i dati necessari per calcolare il coefficiente di restituzione della pallina per tutti e tre i casi:

1. $\alpha = \frac{h_{media}}{h_0} = \frac{59}{100} = 0,59$
2. $\alpha = \frac{h_{media}}{h_0} = \frac{32,8}{60} = 0,55$
3. $\alpha = \frac{h_{media}}{h_0} = \frac{99}{200} = 0,49$

A questo punto, sapendo che α corrisponde anche al coefficiente angolare della retta derivante da $\frac{h_1}{h_0}$, possiamo raffigurare questa relazione in un grafico.

altezza media del rimbalzo della pallina relativa all'altezza iniziale



5) CONCLUSIONI

Al termine di questa esperienza siamo riusciti a calcolare il coefficiente di restituzione della pallina, che abbiamo notato variare in base all'altezza da cui quest'ultima veniva lasciata cadere.

Inoltre, dobbiamo tenere conto dell'errore nel valore dell'altezza media di rimbalzo della pallina, che è appunto compreso tra il valore di $h_1 \pm \text{errore}$.

Avendo effettuato molte misurazioni possiamo dire di aver ottenuto una misura media abbastanza precisa, senza aver commesso grandi errori nella misurazione.