Text, letter

Description automatically generated

נשתמש ברדוקציה:

נבנה את הקבוצות הבאות:

V1 = {v1i| v1i ∊ V} כאשר s∊V1

V2 = {v2i|∊ V} כאשר t ∊V2

Vred = V2⋃V1

E1 = {(u1, v1) |(u1, v1) ∊ E, u1⋂u1 ∊ V1}

E2 = {(u2, v2) |(u2, v2) ∊ E, u2⋂u2 ∊ V2}

E3 = {(u2, u1) |⋃2i=1fred(ui)=TRUE­­­}

E*r*ed =E1⋃E2⋃E3

Vred=V1⋃V2

נגדיר פונקצית משקל חדשה Wred :

Wred(e)= 0 |e ∊ Ered

Wred(e)= W(e) |e ∊ {E3}\{ Ered}

כעת ניתן לבנות את הגרף G’ = (Vred, Ered, Wred)

כעת נפעיל את אלגוריתם דייקסטרא מצומת s∊V1, ונקבל את t∊V2, כתוצר של הפונקציה.

האלגוריתם הנ"ל נכון כיוון שיש מסלול P לפחות 1-אדום בG אמ"מ יש מסלול P’ 1-אדום בין u1 לu2 , בG’ כך שW(P) = W’(P’) .

על מנת לבנות את הקבוצות השונות נעשה לכל היותר O(2n+3m) =O(n+m) פעולות.

הרצת דייקסרא על G’ עם שיפור פיבונאצ'י הינה מסיבוכיות

כנדרש

Text

Description automatically generated

הוכחה:

הוכחה בשלילה. נניח כי קיים צומת u ϵV כך במהלך ריצת האלגוריתם של דייקסטרא על הגרף G בהינתן צומת המקור s ופונקציית המשקל w, הקשתות של המסלול P יעברו את פרוצדורת הרילקס לא בסדר בהן הן מופיעות בP. כלומר v מופיעה לפני או אחרי סדר ההופעה שלה בP. נניח בה"כ כי היא מופיעה אחרי סדר ההופעה המקורי שלה.

אזי קיימת צומת aϵP כך ש , שיש לה לפחות שלושה צמתים לפחות ברשימת השכנויות( אחרת, a בעלת 2 קשתות בלבד מעצם קיום המסלול P).

טענה: קיים מסלול קצר ביותר , כך שמסלול זה שווה למסלול בגודלו.

אחרת, לא היה נוצר מצב בו האלגוריתם היה עושה relax על צומת u אחרי סדר הופעתה בP (כלומר הנחת השלילה).

כלומר, קיים כך ש

Text

Description automatically generated

שאלה 5:

1.

2.