



MASTER 1 INFO 2022–2023

OPTIMISATION. ALGORITHMIQUE.

Dérivées partielles. Extrema.

**Exercice 1**

Calculer les dérivées partielles d'ordre un et deux des fonctions suivantes :

$$f(x, y) = 3x^2y + \sin(xy); \quad g(x, y, z) = \frac{xy + xz + yz}{xyz}; \quad h(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \log(xy).$$

Écrire le gradient.

**Exercice 2**

Pour chacune des fonctions suivantes déterminer les points critiques et étudier les extrema locaux et globaux.

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2; \quad g(x, y) = x^3 + y^3; \quad h(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}; \quad k(x, y) = (x-2)^2(x+2)^2 + y^2.$$

**Exercice 3**

Reprendre les fonctions de l'exercice précédent. En chaque point critique, écrire la matrice hessienne et déduire la nature du point critique.

Utiliser la formule de Taylor afin de donner une approximation quadratique au voisinage du point critique  $(x, y)$  :

$$f(\tilde{x}, \tilde{y}) = f(x+h, y+k) = f(x, y) + \langle \nabla f(x, y), \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix} \rangle + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h & k \end{pmatrix} H_f(x, y) \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$$