

Probabilités

Exercice 1. Une compagnie d'assurance automobile a classé ses assurés en 4 classes d'âge: classe 1 pour les moins de 26 ans, classe 2 pour les 26-45 ans, classe 3 pour les 46-65 et classe 4 pour les plus de 65 ans. Le tableau suivant donne, pour chaque classe d'âge, le nombre d'assurés concernés et la probabilité qu'un assuré de cette classe déclare au moins un accident au cours de l'année.

| <i>Classe</i> | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---------|---------|---------|---------|
| <i>Nombre d'assurés</i> | 200 000 | 250 000 | 400 000 | 150 000 |
| <i>Probabilité de déclarer au moins un sinistre</i> | 0,1 | 0,04 | 0,05 | 0,09 |

- 1) Si on choisit un assuré au hasard dans la base de données clients de la compagnie, quelle est la probabilité qu'il déclare au moins un accident dans l'année? (Indication: On posera A l'événement "Avoir au moins un accident" et C_i l'événement "Appartenir à la classe i " $\forall i = 1, 2, 3, 4$).
- 2) Quelle est la probabilité qu'un assuré de 45 ans ou moins déclare au moins un accident dans l'année?
- 3) Quelle est la probabilité qu'un assuré, qui a déclaré au moins un accident en cours d'année, ait moins de 26 ans?
- 4) Quelle est la probabilité qu'un assuré, qui n'a pas déclaré d'accident, ait plus de 45 ans (i.e. qu'il ait 46 ans ou plus)?

Exercice 2. Soit X une variable aléatoire dont la densité de probabilité f est définie par:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{e^x}{e-1} & \text{si } x \in [0; a] \\ 0 & \text{si } x > a \end{cases}$$

où a est un paramètre réel strictement positif et $e \approx 2,71$.

- 1) Calculer la valeur de a .
- 2) Déterminer la fonction de répartition de X .
- 3) Calculer $E(X)$ puis $V(X)$.

Exercice 3. Soit X une variable aléatoire dont la densité de probabilité f est définie par:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Déterminer la fonction de répartition de X .
- 2) Calculer $E(X)$.
- 3) Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire $Y = 2X + 1$.
- 4) Si cela est possible, déterminer la densité de Y .