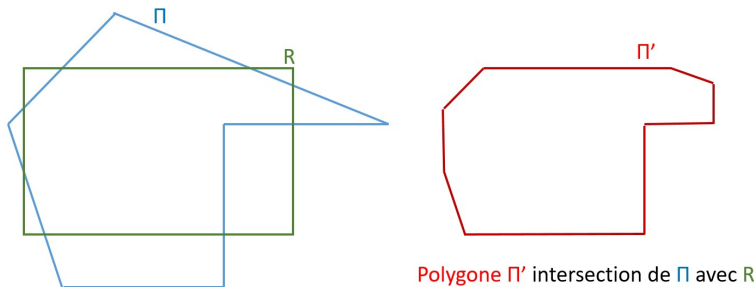


TD n° 3 Géométrie Algorithmique

Problème de fenêtrage

Dans de nombreux cas, on se trouve confronté à la problématique suivante :

On a un polygone Π et une fenêtre rectangulaire (par exemple), comment trouver les parties du polygone qui sont à l'intérieur de la fenêtre R ?



Exercice

Soit R la fenêtre rectangulaire dont les sommets sont les points $A_0=(1,1)$, $A_1=(7,1)$, $A_2=(7,5)$, $A_3=(1,5)$. On pose $A_4=A_0$

Soit Π le polygone de 6 segments dont la liste de sommets est la suivante $P_0=(5,3)$, $P_1=(5,0)$, $P_2=(3,0)$, $P_3=(0,3)$, $P_4=(3,6)$, $P_5=(9,3)$. On pose $P_6=P_0$

Correction

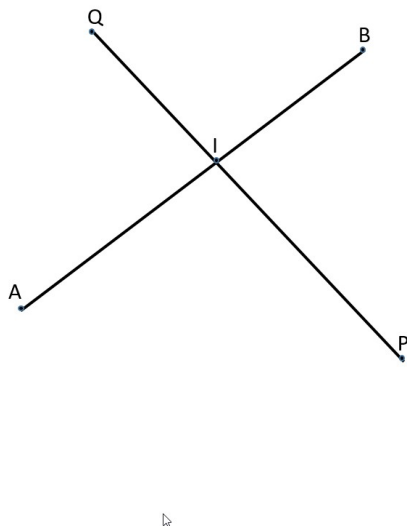
Pour calculer le polygone Polygone Π' intersection de Π avec R , il faut calculer les sommets du polygone Π'

Pour cela il faut parcourir toutes les arêtes s_i avec $i=1$ à n du polygone Π et ajouter au fur et à mesure des sommets dans la liste des sommets du polygone Π' .

Pour l'arête s_i , 4 cas peuvent se présenter :

- Cas 1 : P_{i-1} et P_i sont tous les deux dans le demi-plan F
On ajoute P_i à la liste des sommets de Π'
- Cas 2 : P_{i-1} est dans le demi-plan F
 P_i n'est pas dans le demi-plan F
On calcule I_i le point d'intersection de l'arête s_i avec la droite D et on l'ajoute à la liste des sommets de Π'
- Cas 3 : P_i est dans le demi-plan F
 P_{i-1} n'est pas dans le demi-plan F
On calcule I_i le point d'intersection de l'arête s_i avec la droite D et on ajoute à la liste des sommets de Π' le point I_i et le point P_i
- Cas 4 : Ni P_{i-1} ni P_i ne sont dans le demi-plan F
On ne fait rien

Rappel pour le calcul du point d'intersection



Le point I sur le segment [PQ] est un point de la forme
 $M_t = (1-t).P + t.Q$

En d'autres termes, pour t appartient à [0,1]

t=0, le point M_t est égal au point P

t=1, le point M_t est égal au point Q

I est un point de segment [PQ] : $I = (1-t).P + t.Q$

Et I doit vérifier l'équation $F(x,y)=0$ de la droite D contenant [AB]

$$F(x,y) = dy(x-x_A) - dx(y-y_A)$$

$$x_I = (1-t) x_P + t x_Q$$

$$y_I = (1-t) y_P + t y_Q$$

$$F(x_I, y_I) = dy(x_I - x_A) - dx(y_I - y_A) = 0$$

$$F(x_I, y_I) = dy((1-t) x_P + t x_Q - x_A) - dx((1-t) y_P + t y_Q - y_A) = 0$$

$$F(x_I, y_I) = dy(x_P - x_A) - dx(y_P - y_A) + t [dy(x_Q - x_P) - dx(y_Q - y_P)] = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{dx(y_P - y_A) - dy(x_P - x_A)}{dy(x_Q - x_P) - dx(y_Q - y_P)}$$

$$\text{D'où } I = (1-t) P + t Q = (1-t) (x_P, y_P) + t (x_Q, y_Q)$$

$$I_x = ((1-t) x_P + t x_Q)$$

$$I_y = ((1-t) y_P + t y_Q)$$

Calculer le polygone Polygone Π' intersection de Π avec R