

# Rapport - Transformée de Fourier

TANG Elody

Décembre 2022

# 1 Introduction

L'objectif de ce TP est de se familiariser avec les résultats de l'application de la Transformée de Fourier sur des images. Les signaux 2D présentent des variations d'intensité (lumineuse) dans l'espace : la Transformée de Fourier permet donc de passer du domaine spatiale dans le domaine fréquentiel.

Dans le cas d'une image, les basses fréquences représentent les grandes surfaces homogènes et les parties floues alors que les hautes fréquences représentent les contours, plus généralement les changements brusques d'intensité et le bruit.

L'analyse de ces images se fait donc grâce à la transformée de Fourier Discrète.

Étendons donc la fonction de Fourier à des signaux 2D.

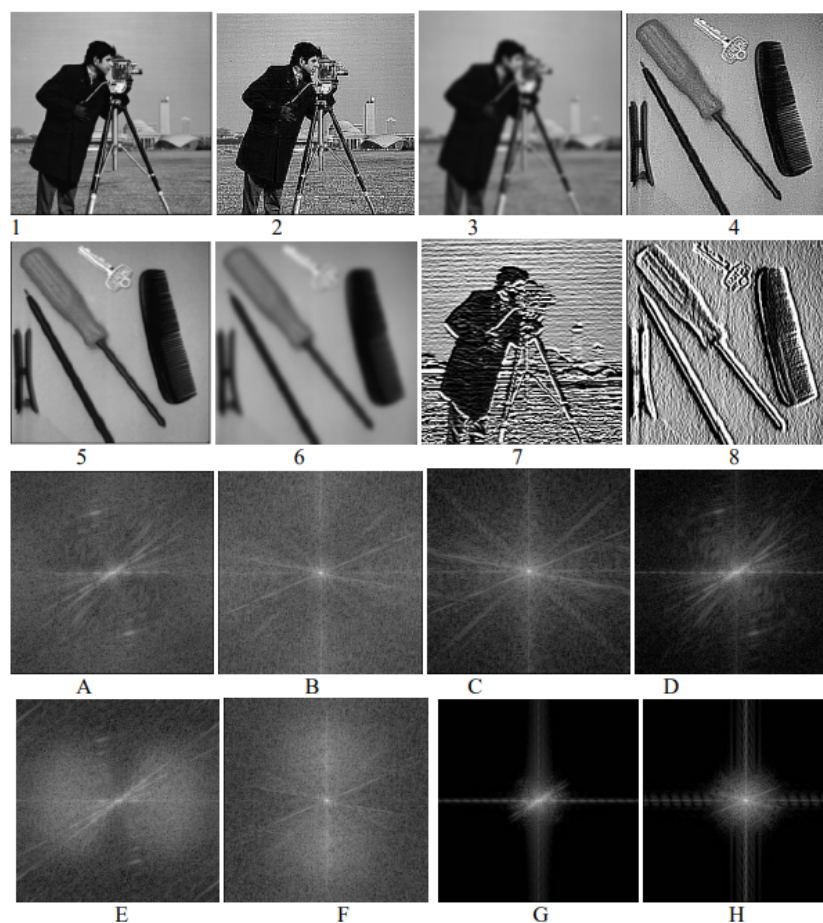
$$TF[f(x, y)] = F(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(v_x x + v_y y)} dv_x dv_y$$

avec :  $x, y$  les coordonnées spatiales et  $v_x, v_y$  les coordonnées spectrales.

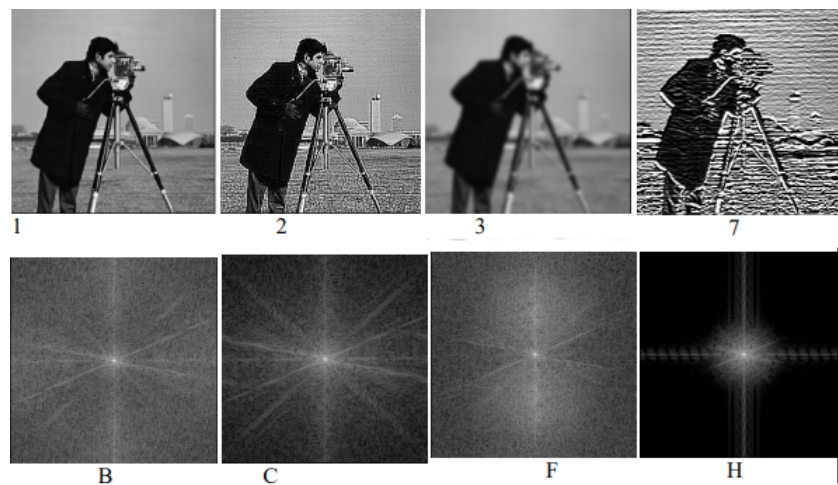
Les fréquences sont disposées de manière peu naturelle sur l'image obtenue : il est beaucoup plus naturel d'avoir les basses fréquences au centre de l'image et les hautes en périphérie.

## 2 Liaison entre les spectres de Fourier et leurs images d'origine

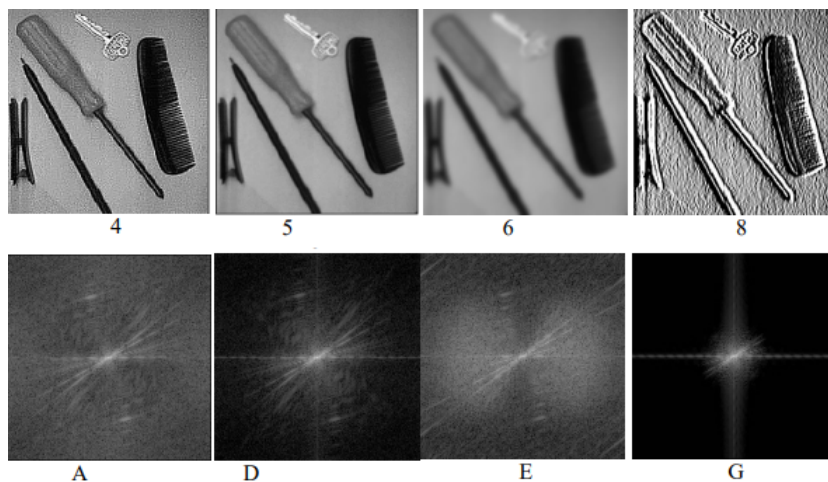
Comme cité plus haut, il y a beaucoup de façons pour différencier les spectres de Fourier. Sur les images-ci dessous, nous allons attribuer chaque image à son spectre.



Avant de débiter, nous pouvons diviser toutes les images en deux parties : celles où est représenté le photographes et celles où sont les différents objets (le peigne...). Regroupons d'un côté les images 1, 2, 3 et 7 et de l'autres, les images 4, 5, 6 et 8. Séparons de la même façon les spectres de Fourier. Généralement, le spectre de Fourier est lié à l'apparence de son image : sur l'image des objets (le peigne...), la direction que prennent les différents objets est visible, son spectre sera alors orthogonal à cette direction.



Images du photographe et leur spectre de Fourier



Images des objets et leur spectre de Fourier

Nous pouvons donc en déduire que les spectres A, D, E et G sont les spectres de l'image des objets (le peigne...). Les spectres restants sont donc les spectres de l'image avec le photographe.

L'image 3 est floue, le fond est assez homogène et est riche en basse fréquence. Son spectre de Fourier est donc le spectre H qui est riche en son centre. L'image 7 présente des hachures, il y a donc des hautes fréquences. Son spectre de Fourier est donc le spectre F qui a une périphérie assez claire.

Pour lier les deux derniers spectres à leur image respective, regardons les différences entre les deux images : l'image 2 a un contraste et des détails beaucoup plus importants que l'image 1, alors le spectre de l'image 2 est le spectre B et le spectre de l'image 1 est le spectre C.

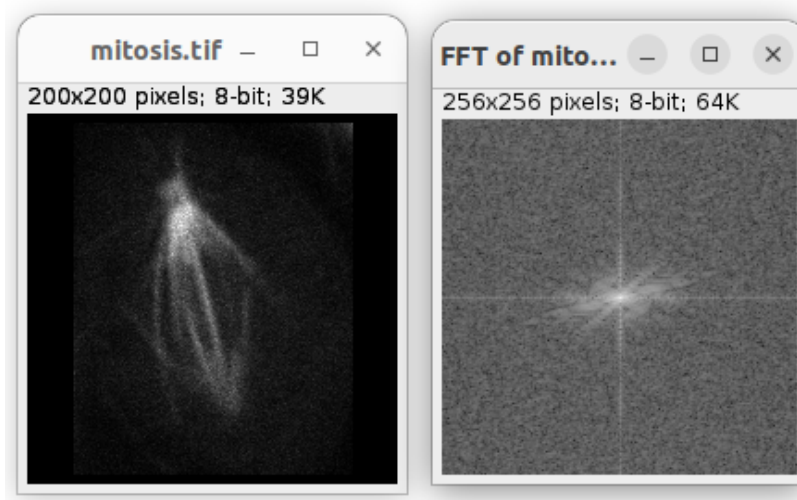
De la même manière, attribuons les images du deuxième groupe à leur image de Fourier :

- Le spectre G est donc le spectre de l'image 6.
- Le spectre E est le spectre de l'image 8.
- Le spectre D est le spectre de l'image 4.
- Et enfin, le spectre A est le spectre de l'image 5.

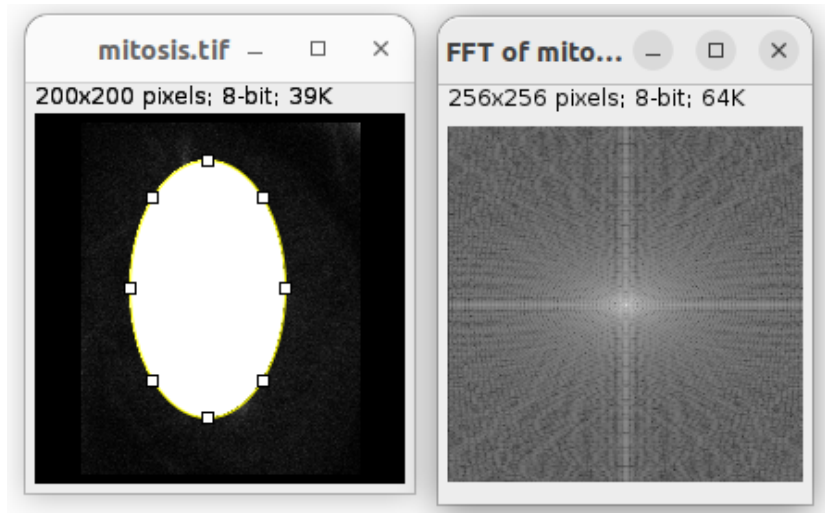
Maintenant que nous pouvons reconnaître les spectres de Fourier à leur image original, nous allons voir les effets des différents filtres présents sur l'application ImageJ.

### 3 Filtres et ImageJ

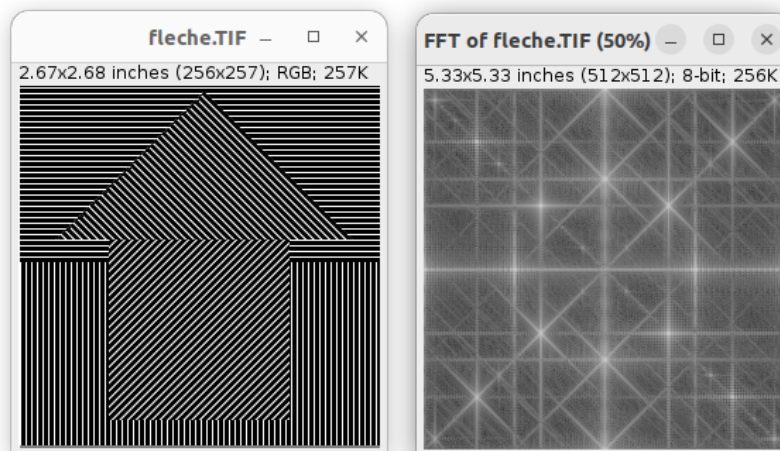
Dans cette partie, nous allons regarder les effets du filtre passe bas et des filtres directionnels afin d'extraire les différentes zones de hachure. Utilisons l'image ci-dessous et calculons son spectre de Fourier (à l'aide de l'outil **FFT** (Process / FFT / FFT)).




Traçons la ROI (la région d'intérêt) avec l'outil **Elliptical Selections** (visible sur la barre d'état). Et créons un filtre passe-bas. Sur le résultat ci-dessous, nous pouvons remarquer que le filtre passe-bas laisse passer les basses fréquences et atténue les hautes fréquences.



Utilisons les mêmes outils sur l'image ci-dessous et créons les filtres directionnels pour extraire les zones de hachure.



Traçons la ROI (la région d'intérêt) avec les différents outils de dessin (visible sur la barre d'état). Et créons un filtre directionnel pour atténuer les hachures.



`images/arrow2.png`