

Imagerie 3D

Introduction

Ewelina Rupnik, Marc Pierrot Deseilligny

Univ. Gustave Eiffel – IGN/ENSG, LaSTIG lab.- France

septembre 2023

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Ce que nous allons faire dans ce cours...

- 4 séances:
 - 1 Cours théorique
 - 2 Manipulation d'une image et sa calibration (implémentation python)
 - 3-4 Reconstruction 3D avec une paire stéréo (implémentation python)
 - ★ Chaque exercice noté en séance, indisponible pour valider le cours
 - ★★ Pas d'examen et pas de projet

Introduction



Reconstruction stéréo

Introduction

Reconstruction stéréo

- Des images
- à la modélisation 3D

Introduction

Reconstruction stéréo

- Des images
- à la modélisation 3D



Introduction

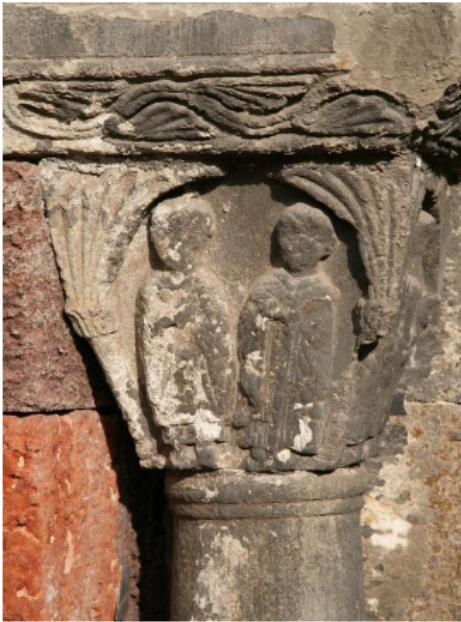
Reconstruction stéréo

- Des images
- à la modélisation 3D



Introduction

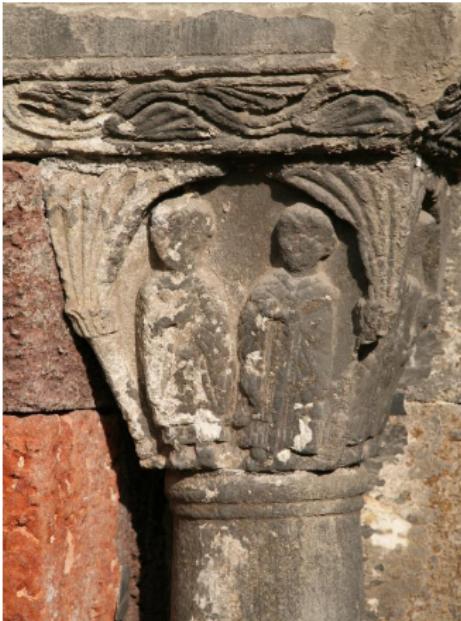
- Des images
 - à la modélisation 3D



Introduction

Reconstruction stéréo

- Des images



- à la modélisation 3D



Introduction

Objectif de cette présentation

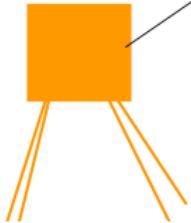
- Avoir une vue d'ensemble de quelques "stratégies" photogrammétriques

Objectif de cette présentation

- Avoir une vue d'ensemble de quelques "stratégies" photogrammétriques
- Faire une synthèse dans un cadre concret les principales notions de photogrammétrie et introduire quelques notions de vision par ordinateur

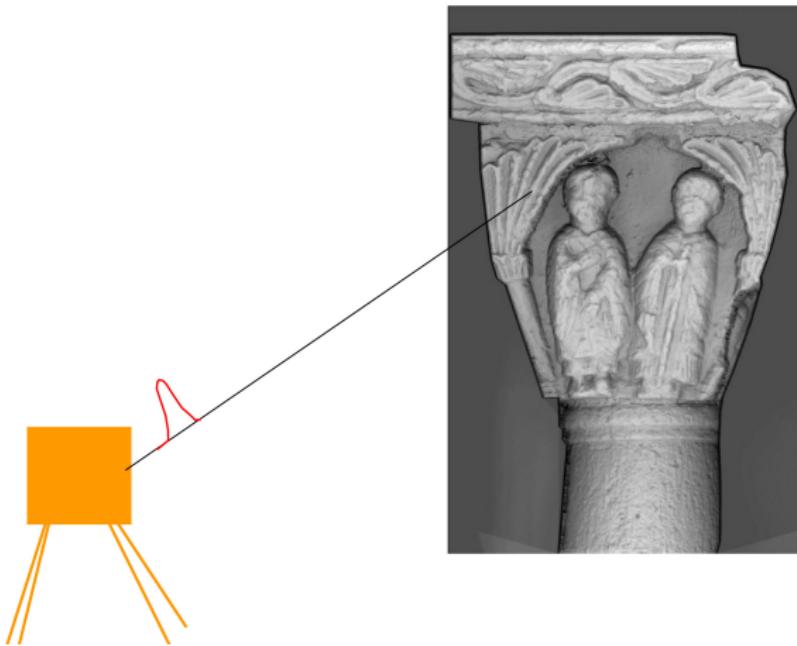
Introduction

Reconstruction 3D: laser



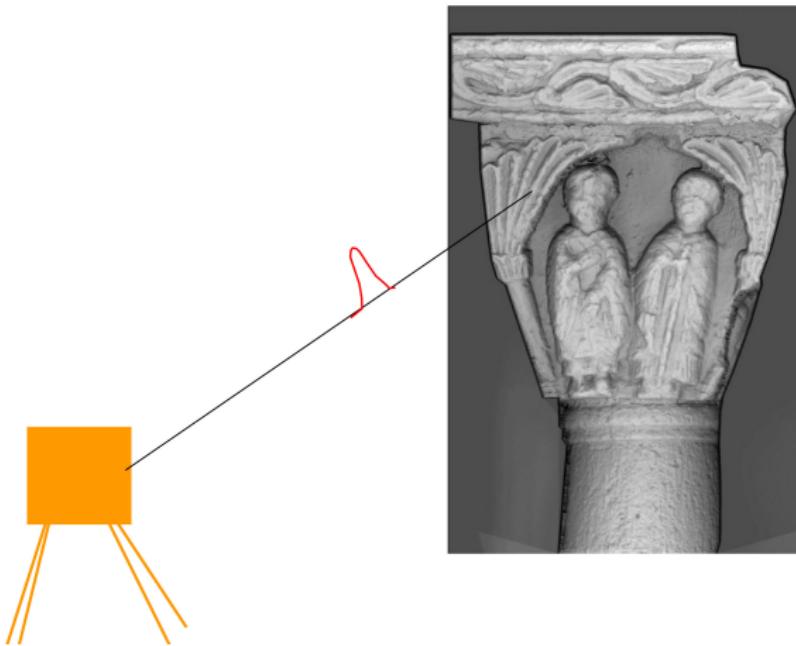
Introduction

Reconstruction 3D: laser



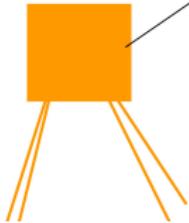
Introduction

Reconstruction 3D: laser



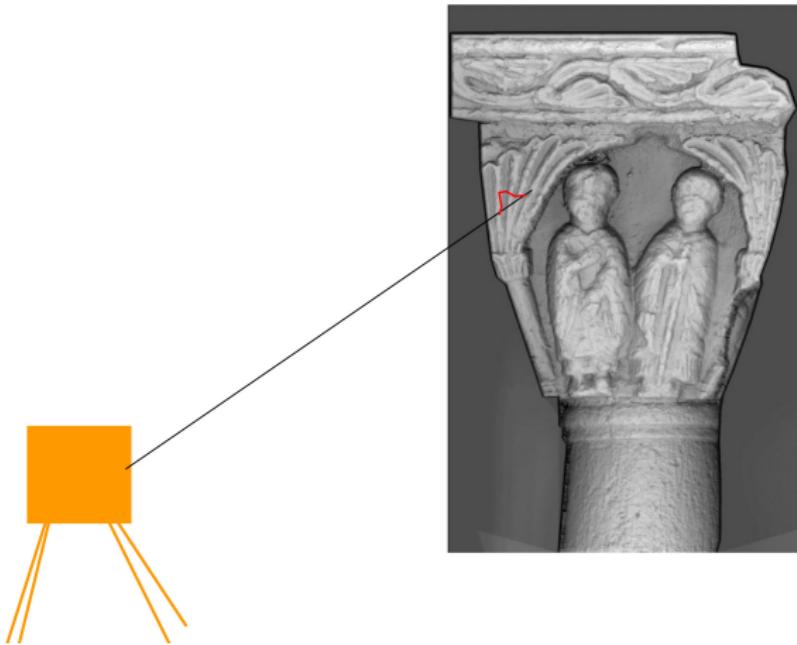
Introduction

Reconstruction 3D: laser



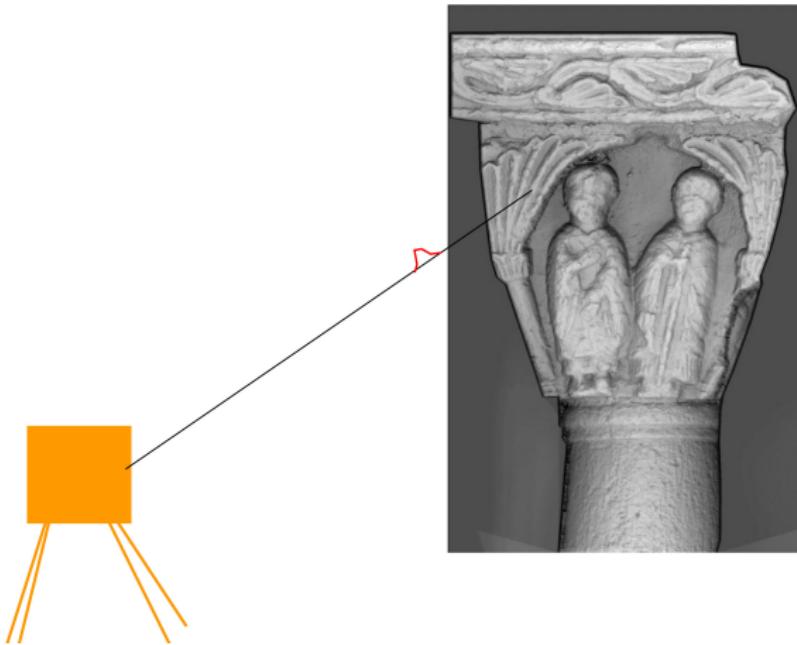
Introduction

Reconstruction 3D: laser



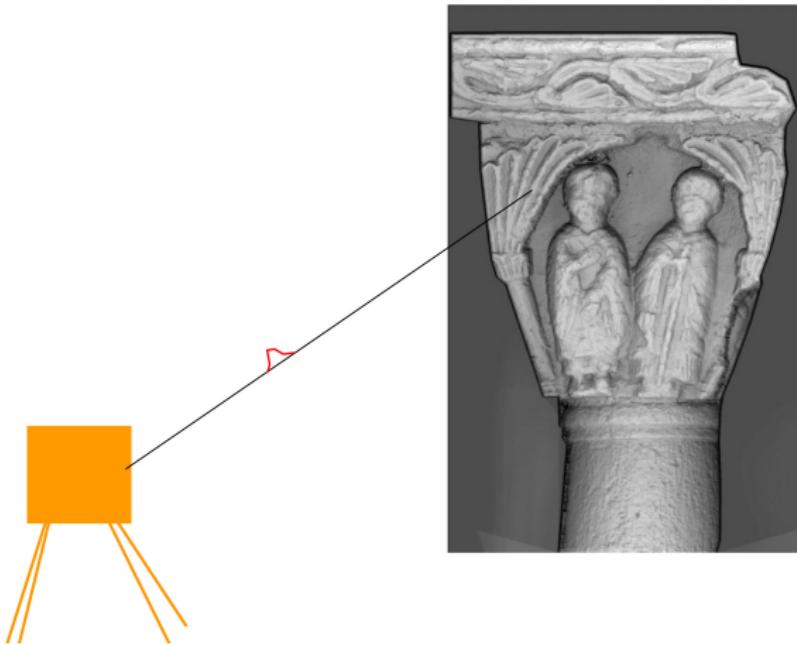
Introduction

Reconstruction 3D: laser



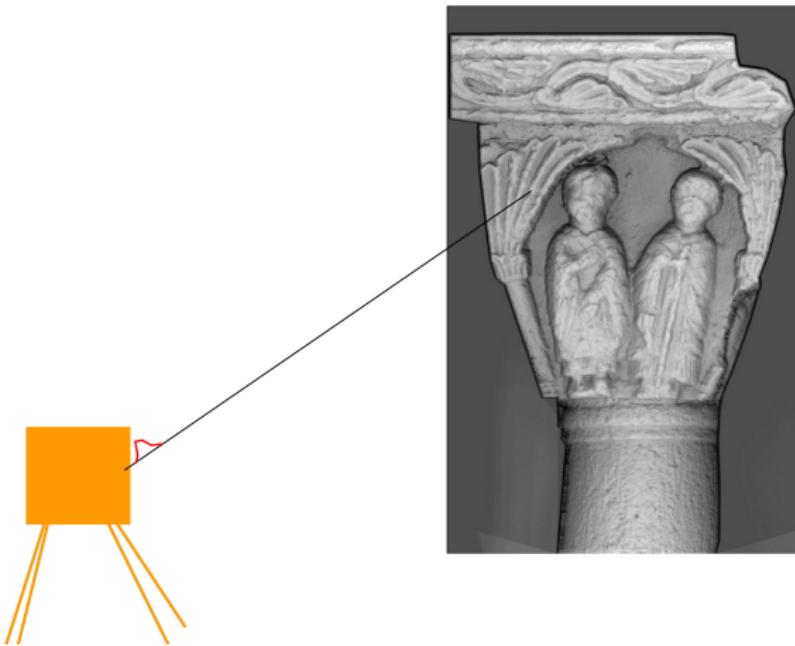
Introduction

Reconstruction 3D: laser



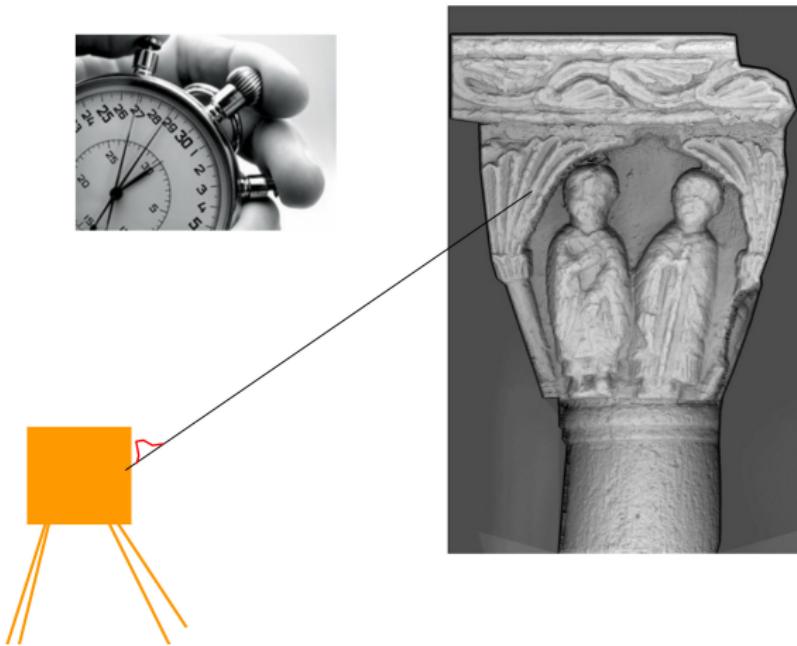
Introduction

Reconstruction 3D: laser



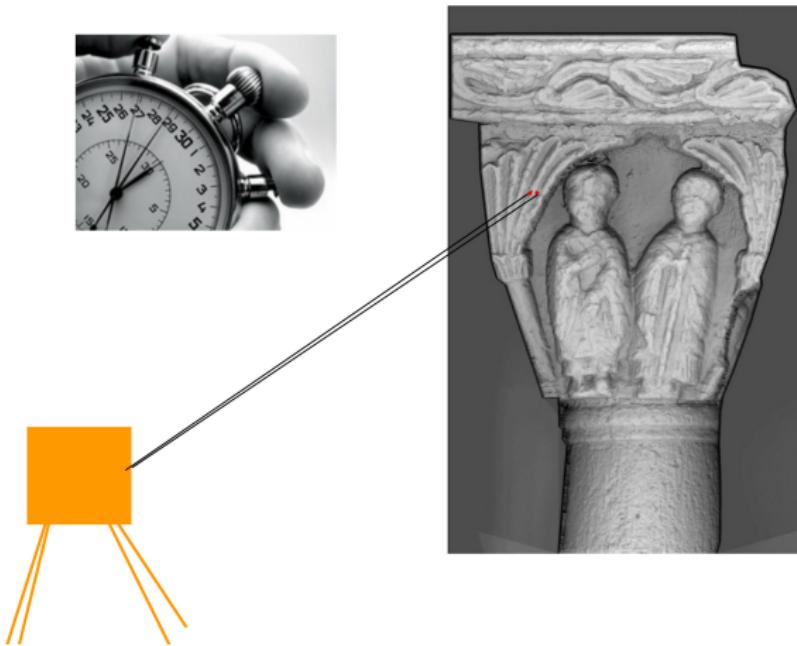
Introduction

Reconstruction 3D: laser



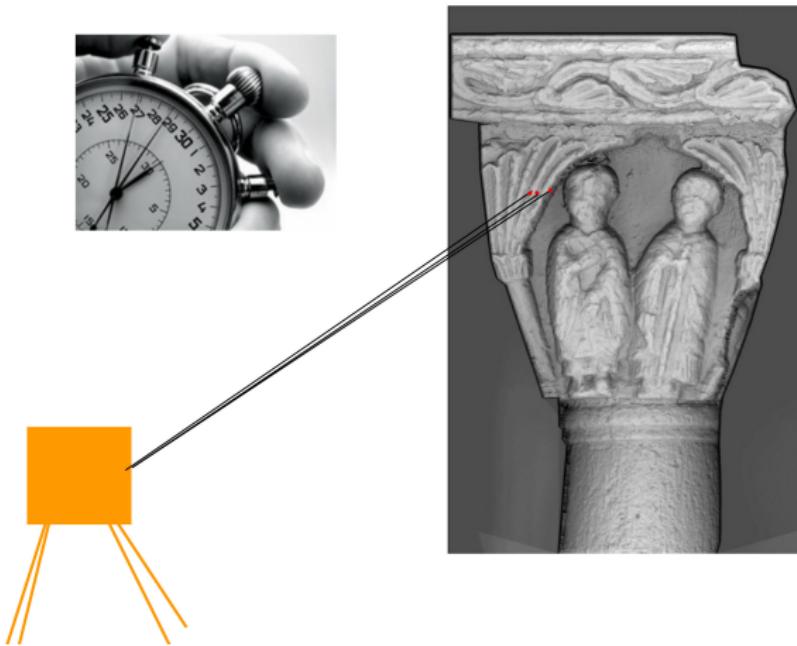
Introduction

Reconstruction 3D: laser



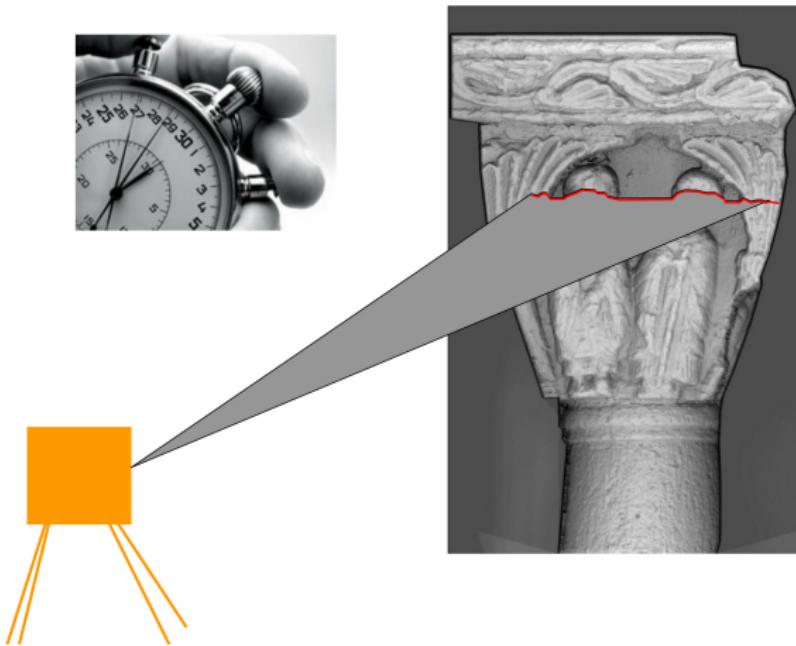
Introduction

Reconstruction 3D: laser



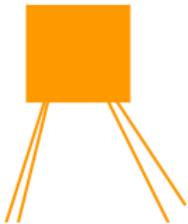
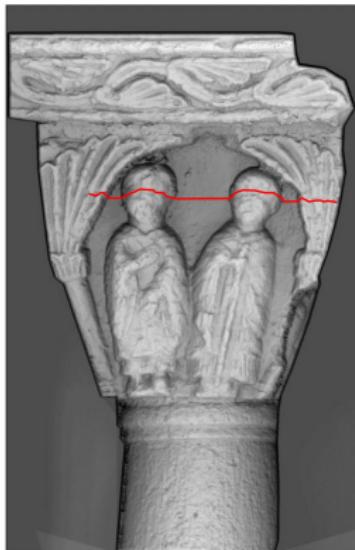
Introduction

Reconstruction 3D: laser



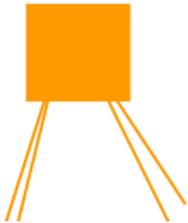
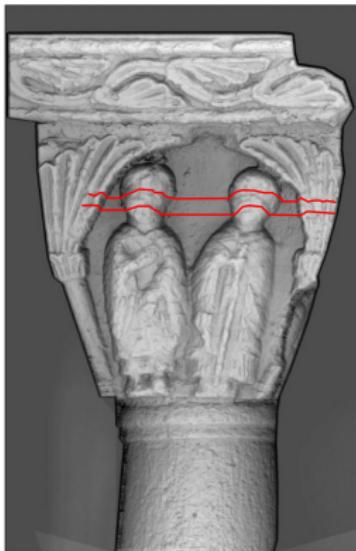
Introduction

Reconstruction 3D: laser



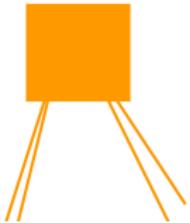
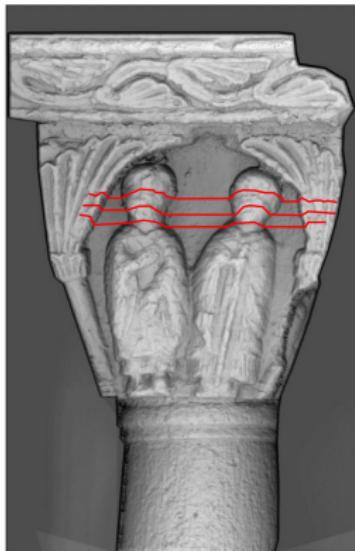
Introduction

Reconstruction 3D: laser



Introduction

Reconstruction 3D: laser



Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



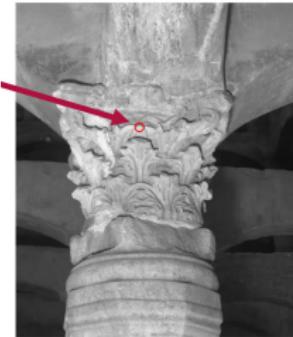
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



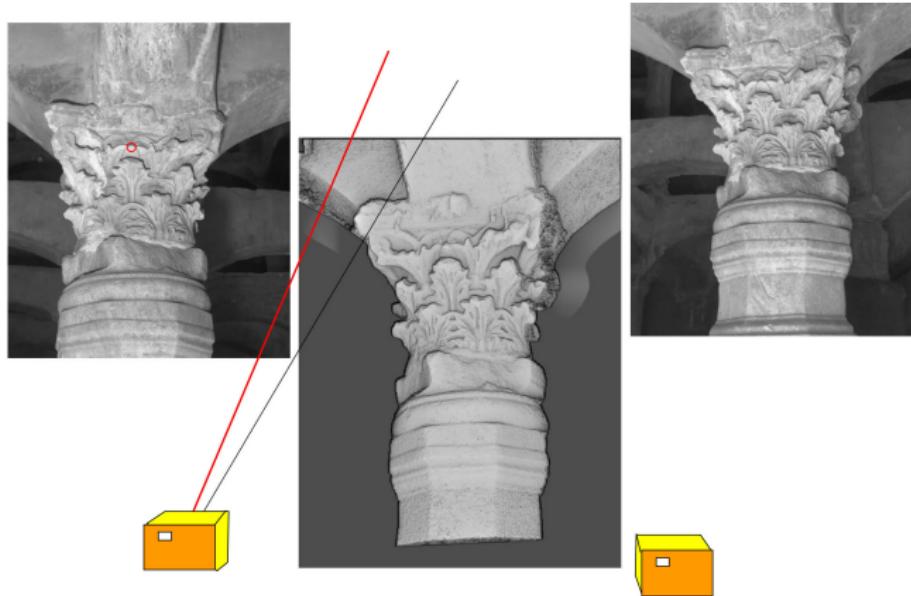
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



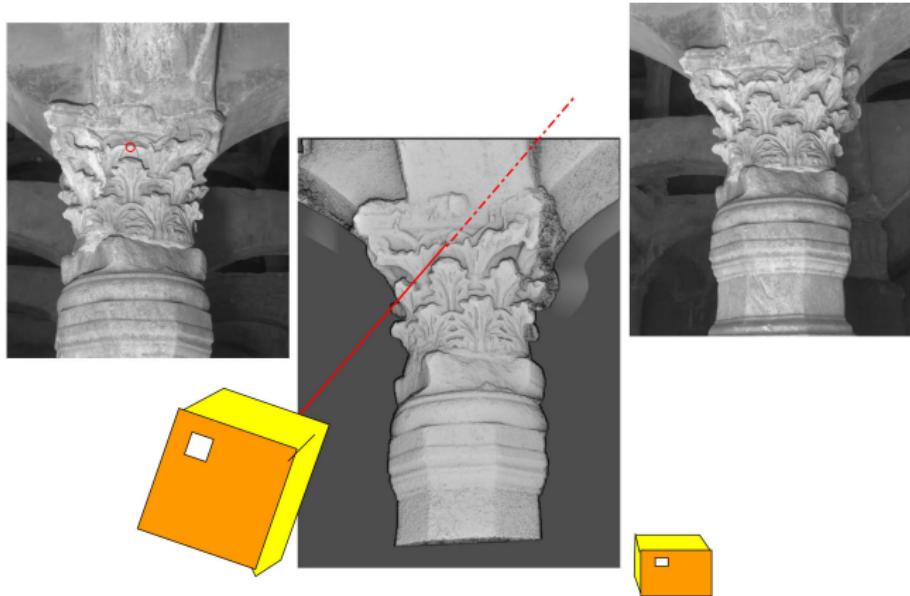
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



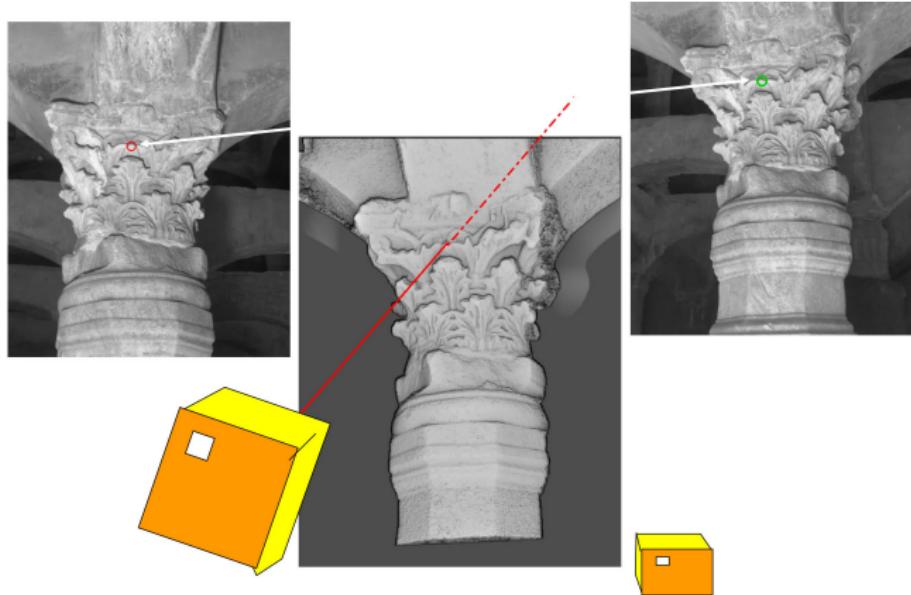
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



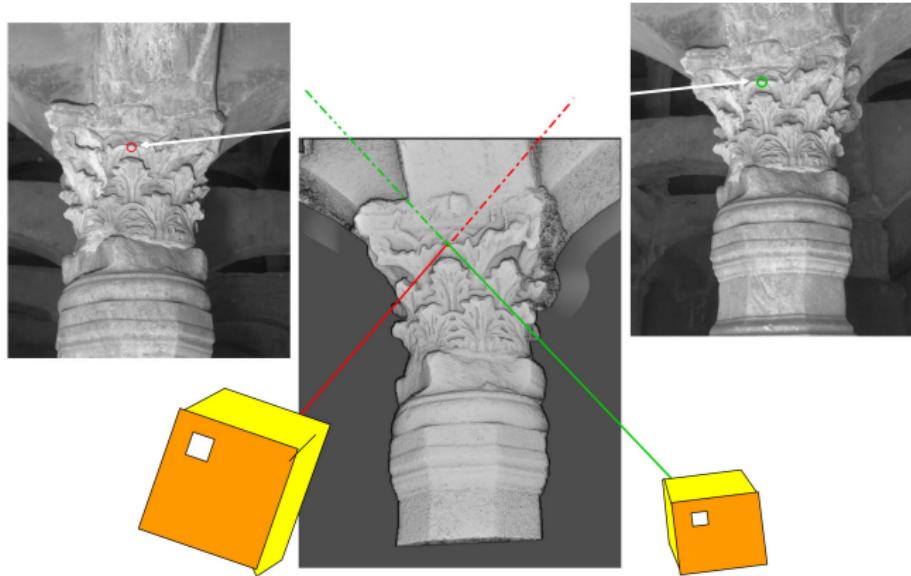
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



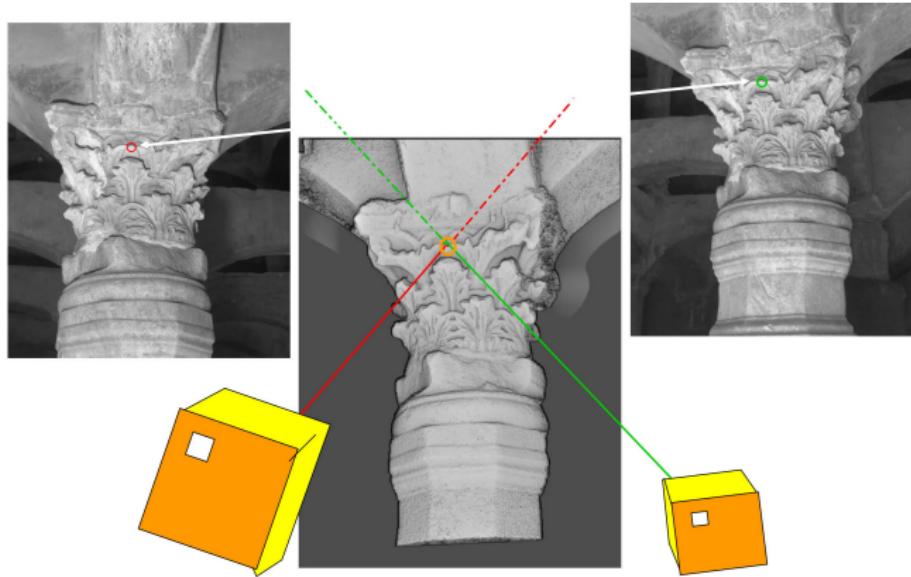
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



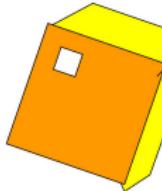
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



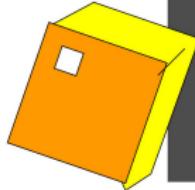
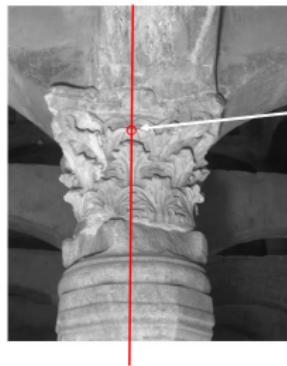
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



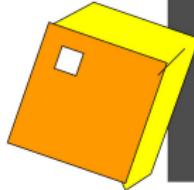
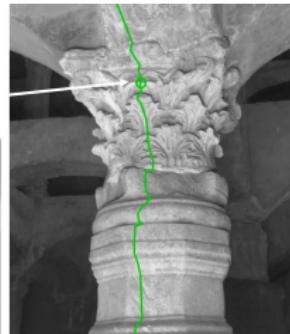
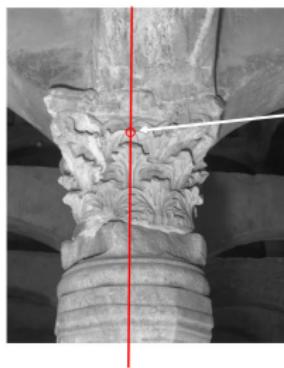
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



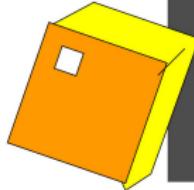
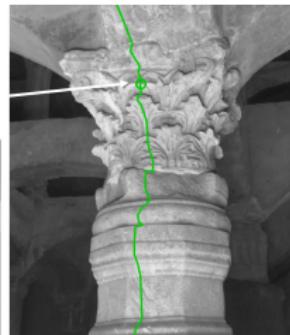
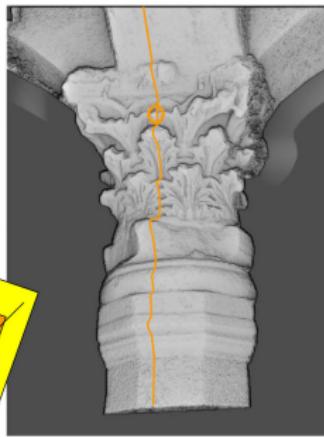
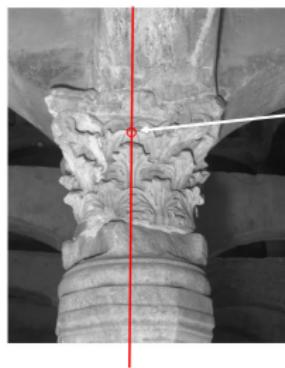
Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



Introduction

Reconstruction 3D à partir d'une paire stéréo: photogrammétrie



Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Photogrammétrie**
 - ⌚ Présence fautes

- **Laser**

- ⌚ Zero fautes

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Photogrammétrie**
 - ☺ Présence fautes
 - ☺ Uniquement les matériaux texturés.
- **Laser**
 - ☺ Zero fautes
 - ☺ Presque tous le matériaux

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante

- **Photogrammétrie**

- ☹ Présence fautes
- ☹ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
- ☺ Diminue avec la distance à la scène

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante

- **Photogrammétrie**

- ☹ Présence de fautes
- ☹ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante
- ☺ Matérielle cher

- **Photogrammétrie**

- ☹ Présence fautes
- ☹ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.
- ☺ Matérielle bon marché

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante
- ☺ Matériel bon marché
- ☺ Prise de données rapide

- **Photogrammétrie**
 - ☹ Présence de fautes
 - ☹ Uniquement les matériaux texturés.
 - Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.
 - ☺ Matériel bon marché
 - ☺ Prise de données rapide, image instantanée

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante
- ☺ Matériel cher
- ☺ Prise de données lente
- ☺ Matériel lourd + alimentation électrique.

- **Photogrammétrie**

- ☹ Présence fautes
- ☹ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.
- ☺ Matériel bon marché
- ☺ Prise de données rapide, image instantanée
- ☺ Matériel léger: perche télescopique, emporté sur drones, sous-marine.

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante
- ☺ Matériel cher
- ☺ Prise de données lente
- ☺ Matériel lourd + alimentation électrique.
- ☺ Nécessite images en+, ainsi que référencement.

- **Photogrammétrie**

- ☺ Présence fautes
- ☺ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.
- ☺ Matériel bon marché
- ☺ Prise de données rapide, image instantanée
- ☺ Matériel léger: perche télescopique, emporté sur drones, sous-marine.
- ☺ Image de qualité par construction.

Introduction

Reconstruction 3D: laser vs photogrammétrie

- **Laser**

- ☺ Zero fautes
- ☺ Presque tous les matériaux
- Précision constante
- ☺ Matériel cher
- ☺ Prise de données lente
- ☺ Matériel lourd + alimentation électrique.
- ☺ Nécessite images en+, ainsi que référencement.

- **Photogrammétrie**

- ☺ Présence fautes
- ☺ Uniquement les matériaux texturés.
- Précision variable
 - ☺ Diminue avec la distance à la scène
 - ☺ Précision arbitraire, augmente avec la résolution.
- ☺ Matériel bon marché
- ☺ Prise de données rapide, image instantanée
- ☺ Matériel léger: perche télescopique, emporté sur drones, sous-marine.
- ☺ Image de qualité par construction.

Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie aérienne



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie aérienne



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie par drone



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie par drone



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie par drone



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie d'interieur



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie d'interieur



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie d'interieur



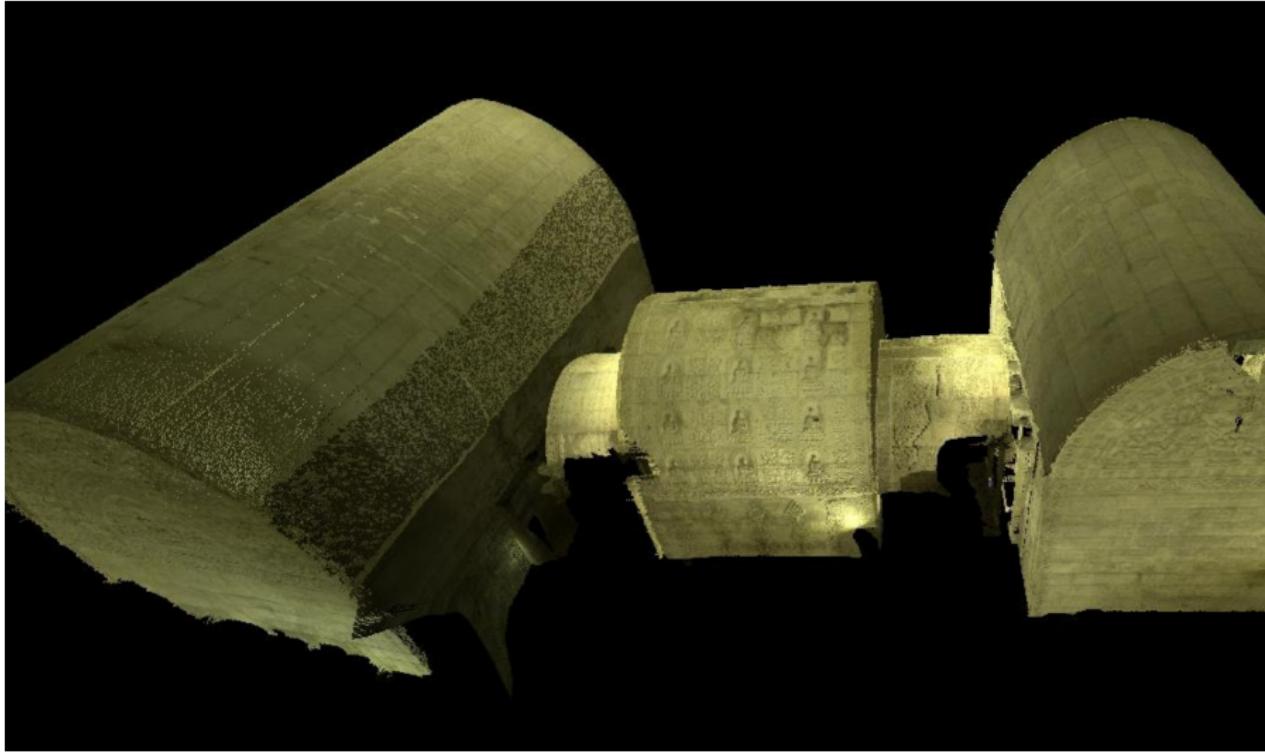
Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie d'interieur



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie d'intérieur



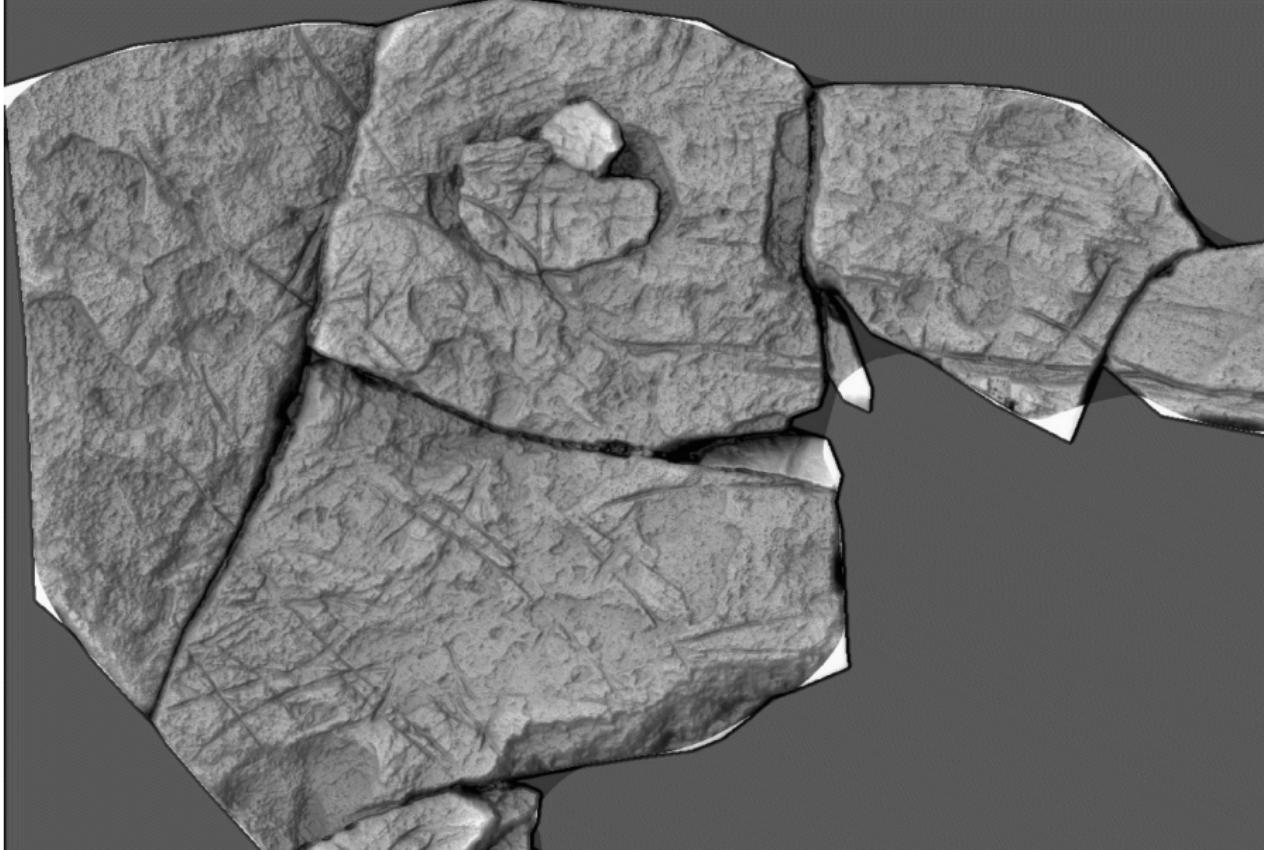
Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie "macro"



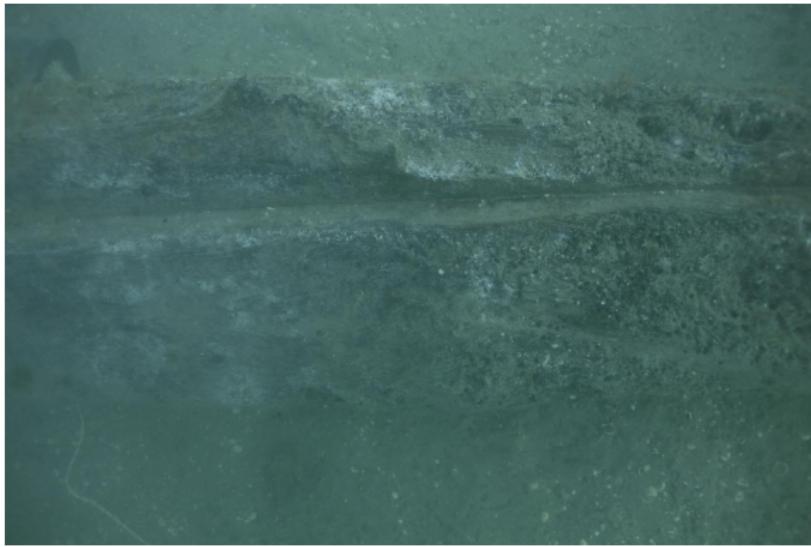
Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie "macro"



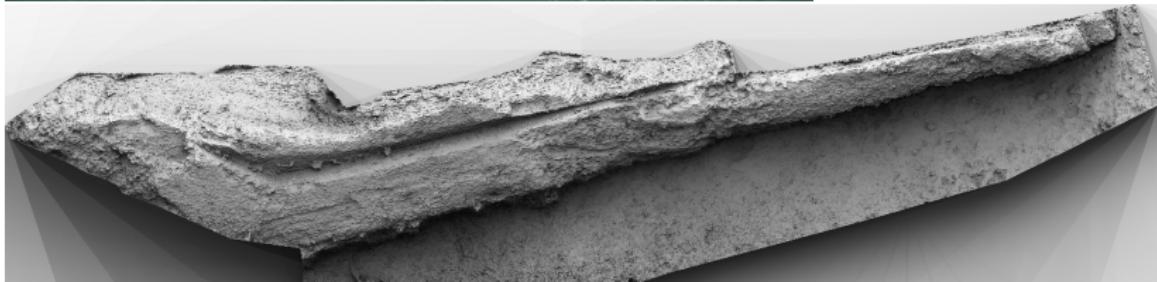
Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie sous-marine



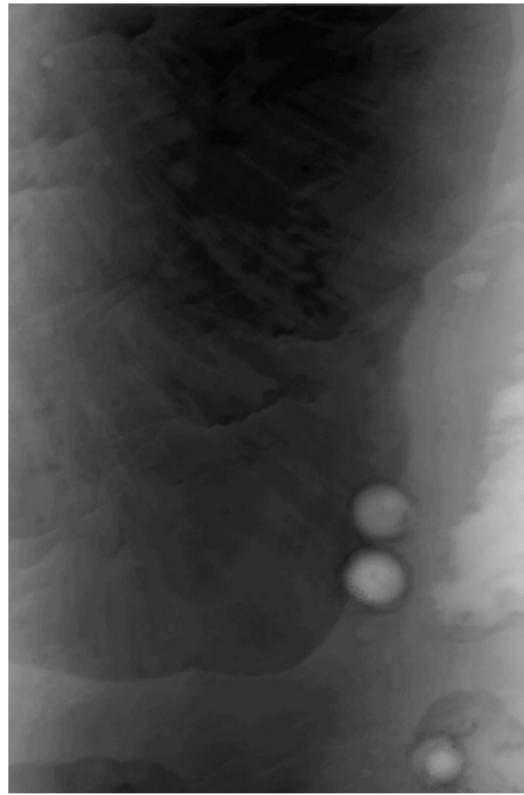
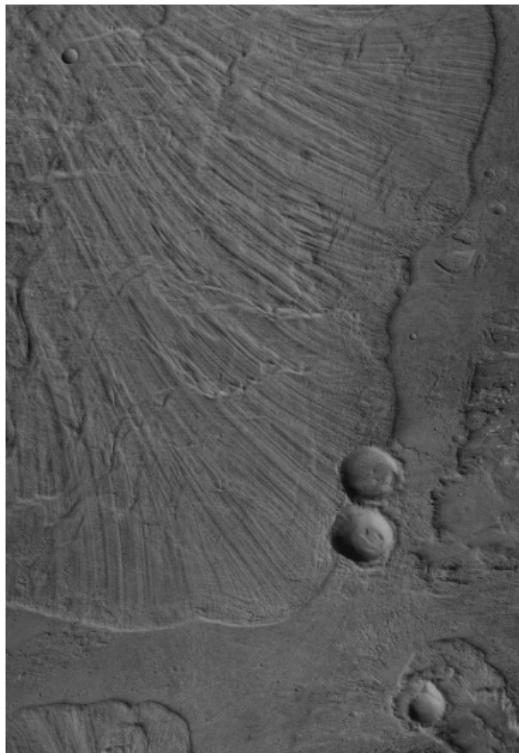
Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie sous-marine



Introduction

Quelques exemples: photogrammétrie extra-terrestre



1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Les 3 étapes de la reconstruction 3D photogrammétrique

Hypothèse Projection conique / sténope / pinhole, perspective centrale;

Definition Tous les rayons issus d'une même image passent par un même point – le centre de projection.

Les 3 étapes de la reconstruction 3D photogrammétrique

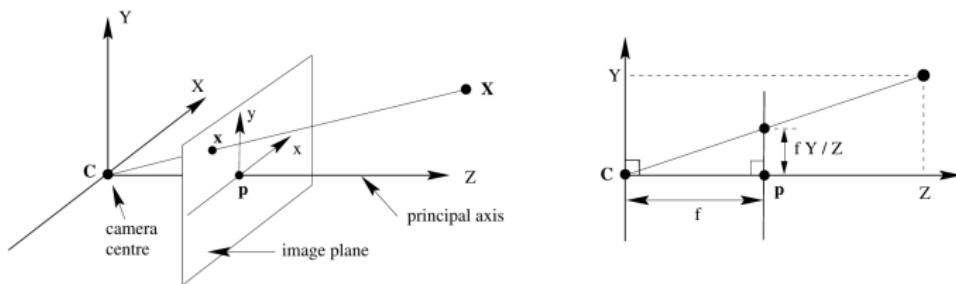
Hypothèse Projection conique / sténope / pinhole, perspective centrale;

Definition Tous les rayons issus d'une même image passent par un même point – le centre de projection.

- ① Calibrage
 - *Calibration, calibration intrinsèque / interne*
- ② Orientation et localisation
 - *Calibration extrinsèque / externe, aéro-triangulation*
- ③ Mise en correspondance
 - *Appariement dense, matching, corrélation, carte de profondeur, carte de disparité, reconstruction 3D, calcul de points homologues*

Calibrage

Tous les rayons passent par un même point: on les caractérisent par leur direction.



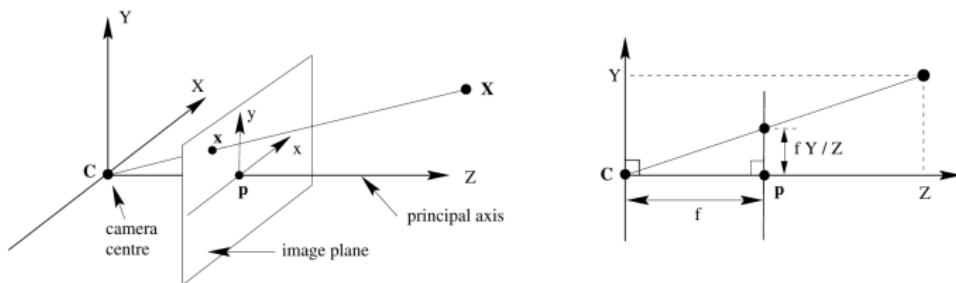
► Go to *Formule d'image*

Calibrage

Tous les rayons passent par un même point: on les caractérisent par leur direction.

- Direction définie à un facteur d'échelle près:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$



► Go to Formule d'image

Calibrage

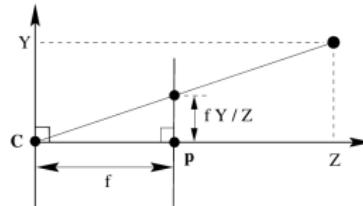
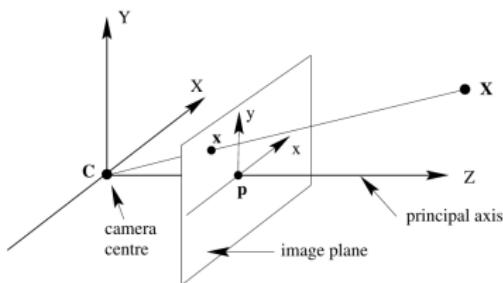
Tous les rayons passent par un même point: on les caractérisent par leur direction.

- Direction définie à un facteur d'échelle près:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Calibrage – application de \mathfrak{J}^{-1} :

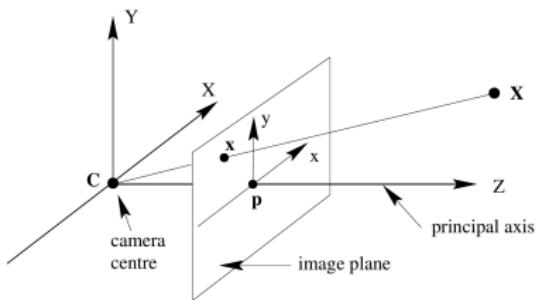
image $(i, j) \rightarrow (u, v, 1)$ *direction*



Calibrage

- Exemple 1 – c. sans distorsion, point principal à (pp_x, pp_y)

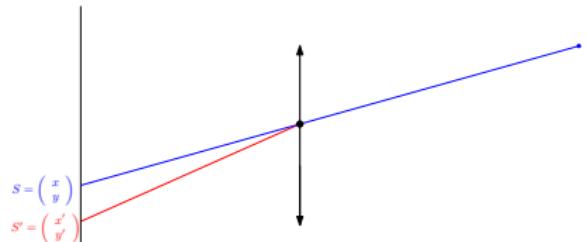
$$\mathfrak{J}^{-1}(i, j) = \begin{pmatrix} i/F \\ j/F \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{i - pp_x}{F} \\ \frac{j - pp_y}{F} \\ 1 \end{pmatrix}$$



Calibrage

- Exemple 2 – c. avec distorsion, point principal à (pp_x, pp_y)

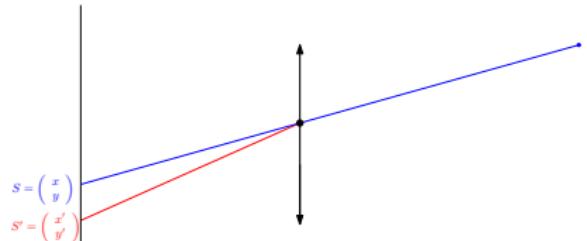
$$\mathfrak{J}^{-1}(i, j) = \begin{pmatrix} i/F \\ j/F \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{i-pp_x}{F} \\ \frac{j-pp_y}{F} \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{D^{-1}(i,j)-pp_x}{F} \\ \frac{D^{-1}(i,j)-pp_y}{F} \\ 1 \end{pmatrix}$$



Calibrage

- Exemple 2 – c. avec distorsion, point principal à (pp_x, pp_y)

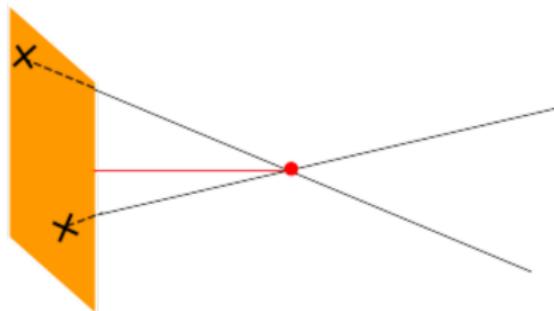
$$\mathfrak{J}^{-1}(i, j) = \begin{pmatrix} i/F \\ j/F \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{i-pp_x}{F} \\ \frac{j-pp_y}{F} \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{D^{-1}(i,j)-pp_x}{F} \\ \frac{D^{-1}(i,j)-pp_y}{F} \\ 1 \end{pmatrix}$$



Par exemple modèle radial: $D(i, j) = C + ((i, j) - C) \cdot (1 + K_3 r^2 + K_5 r^4)$

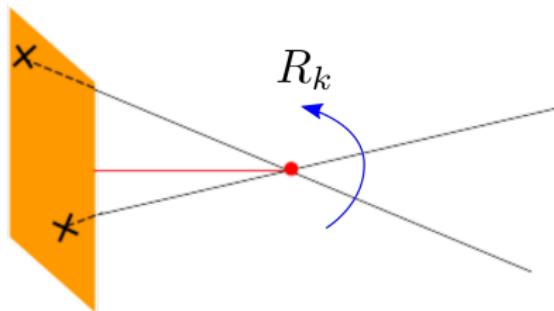
Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:



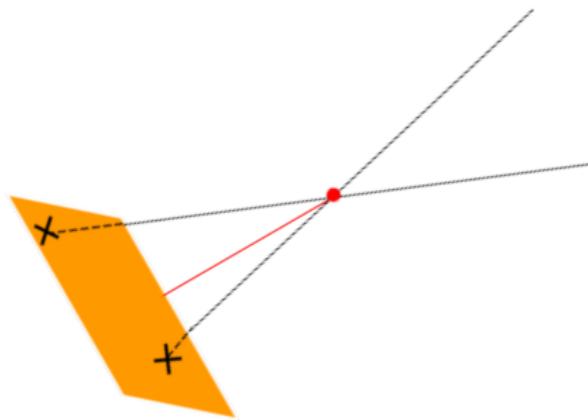
Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:
matrice rotation R_k



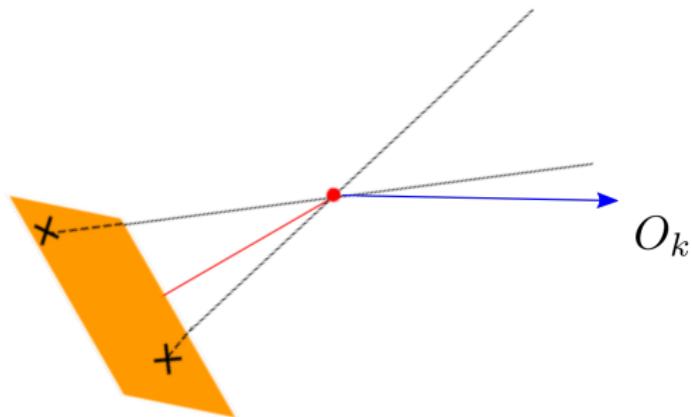
Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:
matrice rotation R_k



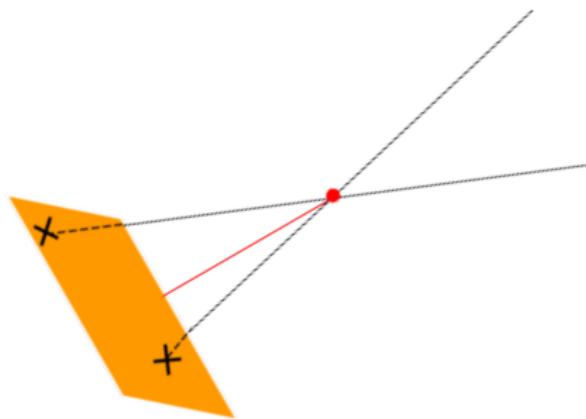
Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:
matrice rotation R_k et centre de prise de vue O_k



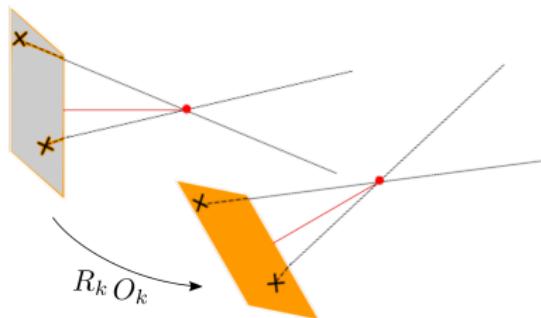
Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:
matrice rotation R_k et centre de prise de vue O_k



Orientation et localisation

Definition La caméra est un objet rigide. Son mouvement est caractérisé par une *rotation affine*:
matrice rotation R_k et centre de prise de vue O_k



$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Droite : } 0_k + \lambda R_k^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$

A chaque point de chaque image, on peut associer le rayon perspectif correspondant dans l'espace terrain

Mise en correspondance

Cas simple: géométrie epipolaire, application d'une image vers l'autre en restant sur la même ligne.



Mise en correspondance

Cas simple: géométrie epipolaire, application d'une image vers l'autre en restant sur la même ligne.

On cherche une carte de disparité d :

(i, j) image gauche $\rightarrow (i + d(i, j), j)$ image droite

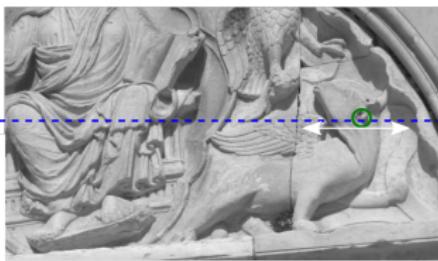


Mise en correspondance

Cas simple: géométrie epipolaire, application d'une image vers l'autre en restant sur la même ligne.

On cherche une carte de disparité \mathbf{d} :

(i, j) *image gauche* $\rightarrow (i + d(i, j), j)$ *image droite*



← carte de disparité, \mathbf{d}

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Calibration en pratique

Différentes méthodes de calibration

- En laboratoire sur banc optique
- Par *auto-calibration* d'un scène inconnu prise de différentes points de vue
- Par utilisation d'une scène à la géométrie maîtrisée



Figure: Polygon 3D

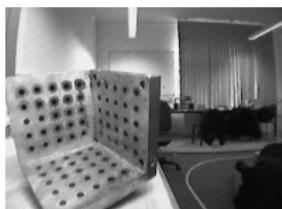


Figure: Damier 3D

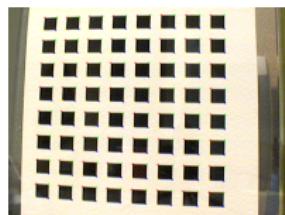
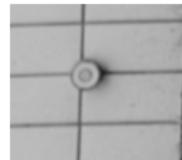


Figure: Damier planaire

Calibration en pratique

Calibrage sur polygone

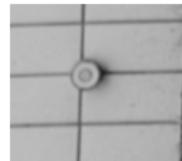
- Chaque cible est connu en 3D



Calibration en pratique

Calibrage sur polygone

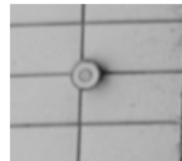
- Chaque cible est connu en 3D
- Le polygone est photographié depuis plusieurs poses:



Calibration en pratique

Calibrage sur polygone

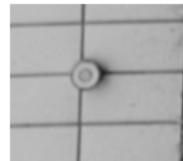
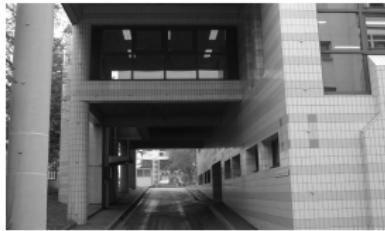
- Chaque cible est connu en 3D
- Le polygone est photographié depuis plusieurs poses:



Calibration en pratique

Calibrage sur polygone

- Chaque cible est connu en 3D
- Le polygone est photographié depuis plusieurs poses:



Calibrage sur polygone

- Chaque cible est connu en 3D
- Le polygone est photographié depuis plusieurs poses:

Auto-calibration

Le même principe sauf que les cibles ne sont pas connus (pas de coordonnées 3D).

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Calibration en pratique

Formule d'image

Relation entre un point terrain et sa projection dans une image.

Calibration en pratique

Formule d'image

Relation entre un point terrain et sa projection dans une image.

- Soit un point en coordonnées terrain: $(X, Y, Z)^T$

Calibration en pratique

Formule d'image

Relation entre un point terrain et sa projection dans une image.

- Soit un point en coordonnées terrain: $(X, Y, Z)^T$
- Soit la k^{ieme} pose de caméra défini par les paramètres: O_k, R_k .

Calibration en pratique

Formule d'image

Relation entre un point terrain et sa projection dans une image.

- Soit un point en coordonnées terrain: $(X, Y, Z)^T$
- Soit la k^{ieme} pose de caméra défini par les paramètres: O_k, R_k .
- Les coordonnées d'un point dans le repère lié à la camera:

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_k \left[\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right]$$

Calibration en pratique

Formule d'image

Relation entre un point terrain et sa projection dans une image.

- Soit un point en coordonnées terrain: $(X, Y, Z)^T$
- Soit la k^{ieme} pose de caméra défini par les paramètres: O_k, R_k .
- Les coordonnées d'un point dans le repère lié à la camera:

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_k \left[\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right]$$

- La projection *canonique* reliant un point et sa direction de rayon

$$\pi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z} \right) = (u, v)$$

Calibration en pratique



Formule d'image (suite)

- Les coordonnées d'un point dans le repère lié à la camera:

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_k \left[\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right]$$

- La projection *canonique* reliant un point et sa direction de rayon

$$\pi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z} \right) = (u, v)$$

- Relation entre une direction dans le repère caméra et la position image:

Calibration en pratique



Formule d'image (suite)

- Les coordonnées d'un point dans le repère lié à la camera:

$$\begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{pmatrix} = R_k \left[\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right]$$

- La projection *canonique* reliant un point et sa direction de rayon

$$\pi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z} \right) = (u, v)$$

- Relation entre une direction dans le repère caméra et la position image:

$$(i, j) = D(F \cdot (u, v) + (p_x, p_y))$$

Calibration en pratique

Formule d'image en une seule équation (suite)

$$(i, j) = \mathfrak{J} \left(\pi \left(R_k \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right) \right)$$

image \leftarrow direction (r. cam) \leftarrow point 3D (r. cam) \leftarrow point 3D (r. monde)
 $(i, j)^T \leftarrow (u, v)^T \leftarrow (x_k, y_k, z_k)^T \leftarrow (X, Y, Z)^T$

Calibration en pratique

Formule d'image en une seule équation (suite)

$$(i, j) = \mathfrak{J} \left(\pi \left(R_k \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - O_k \right) \right)$$

image \leftarrow direction (r. cam) \leftarrow point 3D (r. cam) \leftarrow point 3D (r. monde)
 $(i, j)^T \leftarrow (u, v)^T \leftarrow (x_k, y_k, z_k)^T \leftarrow (X, Y, Z)^T$

\mathfrak{J} – paramètres intrinsèques

R_k, O_k – paramètres extrinsèques

Calibration en pratique

Calculer les paramètres intrinseqes \mathfrak{J} (foc, pp, distortion)

Calibration en pratique

Calculer les paramètres intrinseqes \mathfrak{J} (foc, pp, distortion)

- Pour cela, on doit résoudre le système d'équations donnée par la formule d'image:

$$(i_{l,k}, j_{l,k}) = \mathfrak{J} \left(\pi \left(R_k \left((X_l, Y_l, Z_l)^T - O_k \right) \right) \right)$$

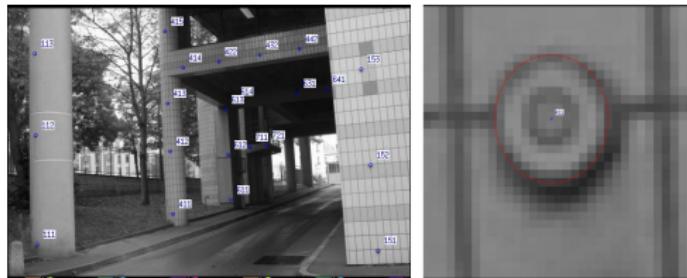
Calibration en pratique

Calculer les paramètres intrinseqes \mathfrak{J} (foc, pp, distortion)

- Pour cela, on doit résoudre le système d'équations donné par la formule d'image:

$$(\textcolor{blue}{i}_{l,k}, j_{l,k}) = \mathfrak{J} \left(\pi \left(R_k \left((\textcolor{blue}{X}_l, Y_l, Z_l)^T - O_k \right) \right) \right)$$

- Observations



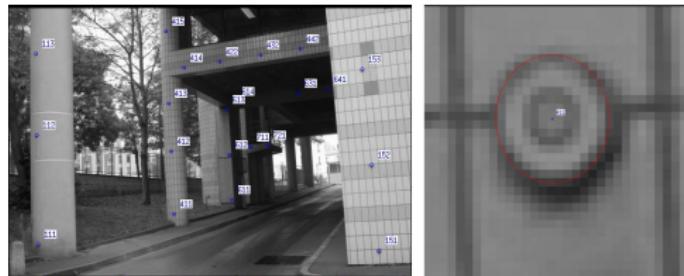
Calibration en pratique

Calculer les paramètres intrinseqes \mathfrak{J} (foc, pp, distortion)

- Pour cela, on doit résoudre le système d'équations donnée par la formule d'image:

$$(i_{l,k}, j_{l,k}) = \mathfrak{J} \left(\pi \left(R_k \left((X_l, Y_l, Z_l)^T - O_k \right) \right) \right)$$

- Observations



- Inconnues

Calibration en pratique



Caractéristiques de ce système d'équations

- **Sur-constraint**, beaucoup plus d'observation que d'inconnues
- **Non-linear**

Calibration en pratique



Caractéristiques de ce système d'équations

- **Sur-constraint**, beaucoup plus d'observation que d'inconnues
- **Non-linear**

Stratégies générales de résolution:

- ① Méthode *ad hoc* pour estimer une (assez bonne) valeur initiale des inconnues
- ② Résolution par moindre carré, linéarisé, itérés (pondérés), par exemple la méthode de Gauss-Newton (ou son variante Levenberq-Marquadt)

Calibration en pratique

Valeur initiale \mathfrak{J}_0 pour les paramètres intrinsèques

- Focale à partir de données constructeur
 - par exemple un 35mm avec un appareil où les pixels ont une taille de 6.0 micron: $35/6.0 = 5833$ pixel

Calibration en pratique

Valeur initiale \mathfrak{J}_0 pour les paramètres intrinsèques

- Focale à partir de données constructeur
 - par exemple un 35mm avec un appareil où les pixels ont une taille de 6.0 micron: $35/6.0 = 5833$ pixel
- Points principal au centre de l'image

Calibration en pratique

Valeur initiale \mathcal{J}_0 pour les paramètres intrinsèques

- Focale à partir de données constructeur
 - par exemple un 35mm avec un appareil où les pixels ont une taille de 6.0 micron: $35/6.0 = 5833$ pixel
- Points principal au centre de l'image
- Distorsion nulle
 - très forte distorsions → méthodes utilisant des droites

Calibration en pratique

Valeur initiale \mathfrak{J}_0 pour les paramètres intrinsèques

- Focale à partir de données constructeur
 - par exemple un 35mm avec un appareil où les pixels ont une taille de 6.0 micron: $35/6.0 = 5833$ pixel
- Points principal au centre de l'image
- Distorsion nulle
 - très forte distorsions → méthodes utilisant des droites

Valeur initiales pour R_k et O_k

Relèvement dans l'espace avec $(i_{l,k}, j_{l,k})^T$ et $(X_l, Y_l, Z_l)^T$

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- Objectif: trouver R et O tels que: $I_l = \mathfrak{J}(\pi(R(T_l - O)))$
- Entrée1: au moins 3 points sont connus en coordonnées image et terrains: I_1, I_2, I_3 et T_1, T_2, T_3
- Entrée2: calibration de la caméra

► Go to *orientation relative de 3 images par points multiples*

Calibration en pratique

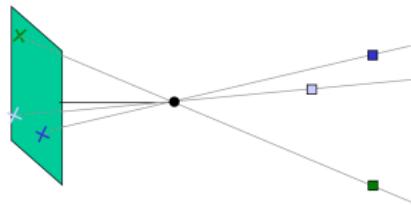
Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

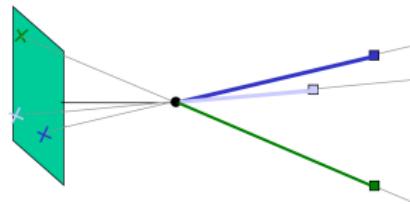
Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace les distances sont inconnues



Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

- **2^{ieme} constat** – translation et rotation conservent les distances

Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

- **2^{ieme} constat** – translation et rotation conservent les distances
 - Soit C_1, C_2, C_3 les coordonnées camera de points terrains
 $\rightarrow C_k = R(T_k - O)$
 - On note $C_{1,2} = \overline{C_1 - C_2}$

Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

- **2^{ième} constat** – translation et rotation conservent les distances

- Soit C_1, C_2, C_3 les coordonnées camera de points terrains

$$\rightarrow C_k = R(T_k - O)$$

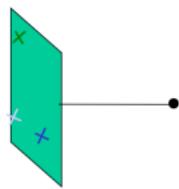
- On note $C_{1,2} = \overline{C_1 - C_2}$

- On a donc:

$$\begin{pmatrix} C_{1,2} \\ C_{1,3} \\ C_{1,2}C_{1,3} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,2}T_{1,3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



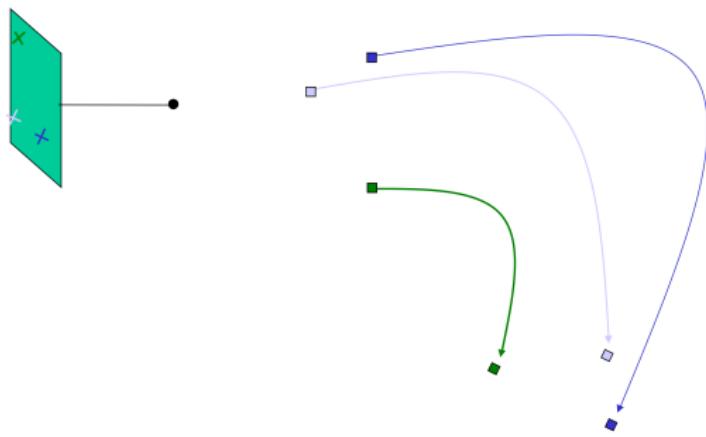
Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



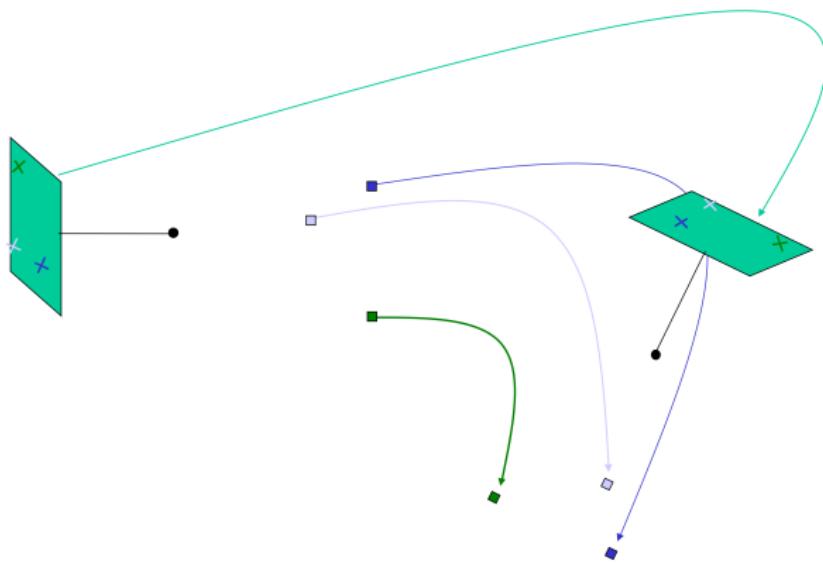
Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



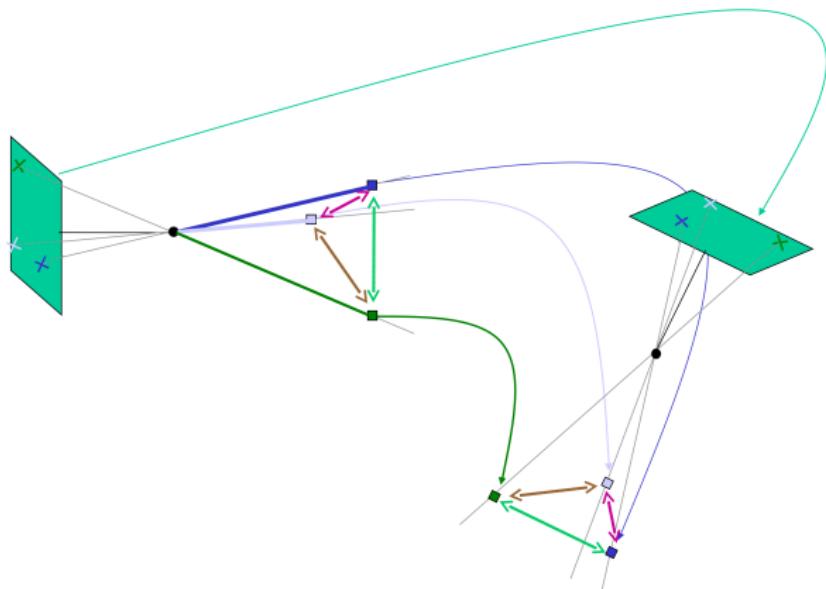
Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace



Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

- **2^{ième} constat** – translation et rotation conservent les distances

- Soit C_1, C_2, C_3 les coordonnées camera de points terrains
 $\rightarrow C_k = R(T_k - O)$
- On note $C_{1,2} = \overline{C_1 - C_2}$
- On a donc:

$$\begin{pmatrix} C_{1,2} \\ C_{1,3} \\ C_{1,2}C_{1,3} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,2}T_{1,3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

- **3^{ième} constat** –

$$T_1 - T_2 = C_1 - C_2 = d_1 \vec{u}_1 - d_2 \vec{u}_2 = D_{1,2} \quad (3)$$

Calibration en pratique

Relèvement dans l'espace

- **1^{er} constat** – lorsque la caméra est calibré pour chaque point d'image la direction du rayon dans le repère camera est connu:

$$(i, j)^T = \mathfrak{J}(\pi(X, Y, Z)^T) \rightarrow \vec{u} = \mathfrak{J}^{-1}(i, j)^T \quad (1)$$

- **2^{ième} constat** – translation et rotation conservent les distances

- On a donc:

$$\begin{pmatrix} C_{1,2} \\ C_{1,3} \\ C_{1,2}C_{1,3} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} T_{1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{1,2}T_{1,3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

- **3^{ième} constat** –

$$T_1 - T_2 = C_1 - C_2 = d_1 \vec{u}_1 - d_2 \vec{u}_2 = D_{1,2} \quad (3)$$

Résoudre C_k avec Eq. 3, puis R avec Eq. 2.

Calibration d'une image en pratique

Synthèse

- ① On part d'une valeur initiale des paramètres intrinsèques;
- ② On calcule (par relèvement dans l'espace) les valeurs initiales des paramètres extrinsèques;
- ③ On effectue une compensation sur tous les paramètres avec par ex. la méthode de Gauss-Newton.

Calibration d'une image en pratique

Synthèse

- ① On part d'une valeur initiale des paramètres intrinsèques;
- ② On calcule (par relèvement dans l'espace) les valeurs initiales des paramètres extrinsèques;
- ③ On effectue une compensation sur tous les paramètres avec par ex. la méthode de Gauss-Newton.

De toute façon, souvent on a beaucoup plus de points et on détermine une solution qui minimise la somme des erreurs selon une approche de type RANSAC.

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Orientation et localisation

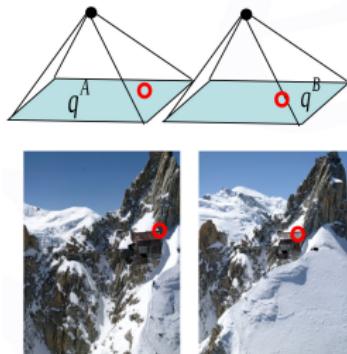
Orientation relative

- On dispose de deux images prises par des caméras calibrées;
- On dispose de points homologues (q_k^A, q_k^B) entre les deux images;
- On veux calculer des poses (R^A, C^A) , (R^B, C^B) de deux caméras, compatibles avec les points homologues obtenus;

Orientation et localisation

Orientation relative

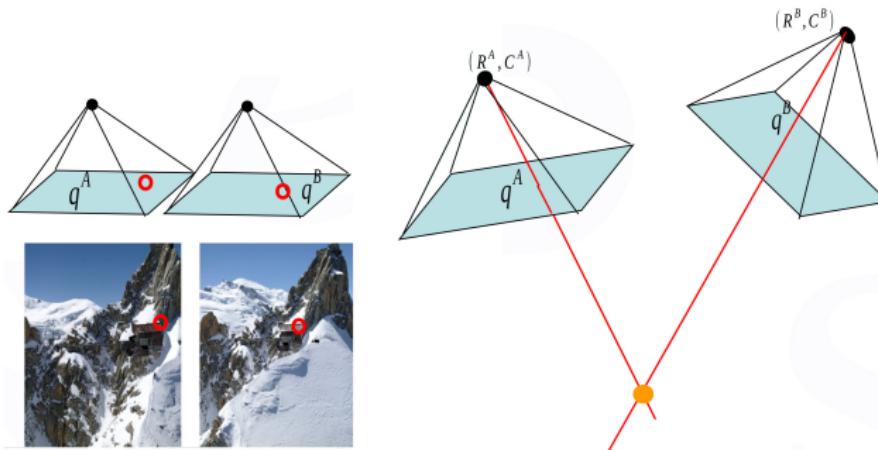
- On dispose de deux images prises par des caméras calibrées;
- On dispose de points homologues (q_k^A, q_k^B) entre les deux images;
- On veux calculer des poses (R^A, C^A) , (R^B, C^B) de deux caméras, compatibles avec les points homologues obtenus;



Orientation et localisation

Orientation relative

- On dispose de deux images prises par des caméras calibrées;
- On dispose de points homologues (q_k^A, q_k^B) entre les deux images;
- On veux calculer des poses (R^A, C^A) , (R^B, C^B) de deux caméras, compatibles avec les points homologues obtenus;



Orientation et localisation

Orientation relative

- On dispose de deux images prises par des caméras calibrées;
- On dispose de points homologues (q_k^A, q_k^B) entre les deux images;
- On veux calculer des poses (R^A, C^A) , (R^B, C^B) de deux caméras, compatibles avec les points homologues obtenus;

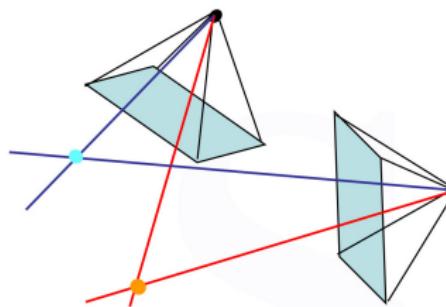
Ce problème intervient:

- Comme première étape systématique du calcul de l'orientation relative d'un bloc d'images (> 2)
- Comme une des briques possibles de l'étape courante du calcul de l'orientation d'un bloc d'images;

Orientation et localisation

Orientation relative

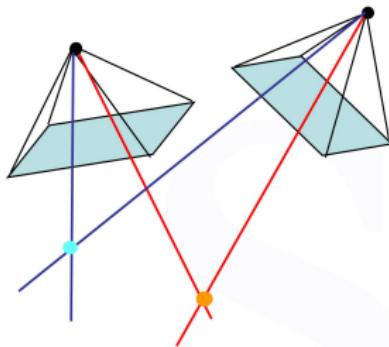
- Si deux caméras ont des poses telles que tous les rayons issus de leur points homologues s'intersectent, alors c'est encore le cas:



Orientation et localisation

Orientation relative

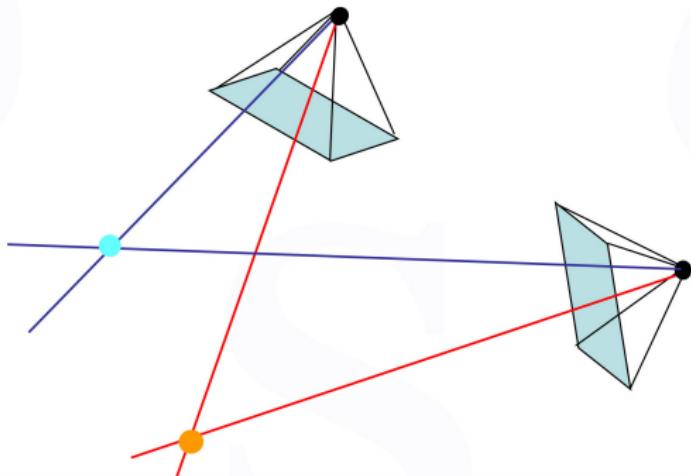
- Si deux caméras ont des poses telles que tous les rayons issus de leur points homologues s'intersectent, alors c'est encore le cas:
 - si le système subit une **translation-rotation globale**



Orientation et localisation

Orientation relative

- Si deux caméras ont des poses telles que tous les rayons issus de leur points homologues s'intersectent, alors c'est encore le cas:
 - si le système subit une **translation-rotation globale**
 - si le système subit une **homothétie, translation-rotation g.**



Orientation et localisation



Orientation relative

- A partir de seuls points homologues, l'orientation des caméras est donc définie à une homothétie-translation-rotation près;

Orientation et localisation



Orientation relative

- A partir de seuls points homologues, l'orientation des caméras est donc définie à une homothétie-translation-rotation près;
- Pour que le système soit bien déterminé, **on fixe arbitrairement certains valeurs:**

Orientation et localisation



Orientation relative

- A partir de seuls points homologues, l'orientation des caméras est donc définie à une homothétie-translation-rotation près;
- Pour que le système soit bien déterminé, **on fixe arbitrairement certains valeurs:**
 - La première caméra est mise en position *d'identité*:

$$R^A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

C'est pour cela qu'on parle d'orientation relative – seule est calculée l'orientation de B dans le repère lié à A.

Orientation et localisation



Orientation relative

- A partir de seuls points homologues, l'orientation des caméras est donc définie à une homothétie-translation-rotation près;
- Pour que le système soit bien déterminé, **on fixe arbitrairement certains valeurs:**
 - La première caméra est mise en position *d'identité*:

$$R^A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

C'est pour cela qu'on parle d'orientation relative – seule est calculée l'orientation de B dans le repère lié à A.

- La base (vecteur liant les deux centres) est fixée à une longueur de 1:

$$\overline{C^A C^B} = 1 \quad (5)$$

D'autres conventions sont possibles, par ex. $x^A - x^B = 1$

Orientation et localisation

Orientation relative

Bilan de degrés de liberté:

- 6 inconnues par caméra, donc 12 inconnues par un couple stéréo;
- 3 contraintes de rotation, 3 contraintes de translation
- 1 contrainte de homothétie;
- cela donne **5 degrés de liberté**;

Orientation et localisation

Orientation relative

Bilan de degrés de liberté:

- 6 inconnues par caméra, donc 12 inconnues par un couple stéréo;
- 3 contraintes de rotation, 3 contraintes de translation
- 1 contrainte de homothétie;
- cela donne **5 degrés de liberté**;
- en théorie, 5 points suffisent pour calculer l'orientation relative.

Orientation et localisation

Orientation relative

Bilan de degrés de liberté:

- 6 inconnues par caméra, donc 12 inconnues par un couple stéréo;
- 3 contraintes de rotation, 3 contraintes de translation
- 1 contrainte de homothétie;
- cela donne **5 degrés de liberté**;
- en théorie, 5 points suffisent pour calculer l'orientation relative.

En pratique

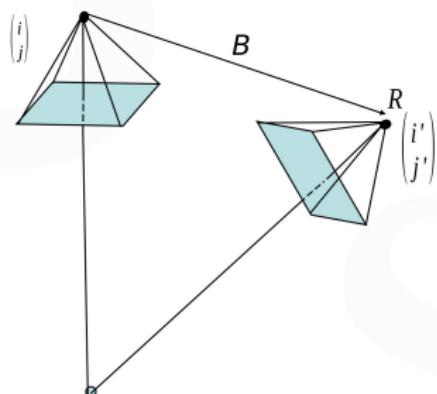
- Les algorithmes relativement simple nécessitent 8 points;
- De toute façon, pour être stable il faut beaucoup plus de points (on détermine une solution qui minimise la somme des erreurs selon une approche de type RANSAC)

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si et seulement si leurs rayons perspectifs s'intersectent;



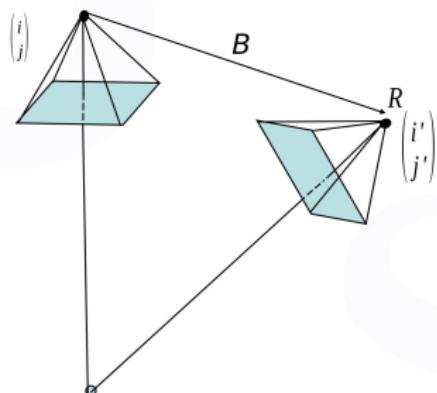
Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si et seulement si leurs rayons perspectifs s'intersectent;
 - C'est à dire $\forall \lambda, \lambda'$

$$\lambda(i, j, 1)^T = \mathbf{B} + \lambda' R(i', j', 1)^T$$



Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si et seulement si leurs rayons perspectifs s'intersectent;
 - C'est à dire $\forall \lambda, \lambda'$

$$\lambda(i, j, 1)^T = \mathbf{B} + \lambda' R(i', j', 1)^T$$

- Donc, si $(i, j, 1)^T$, \mathbf{B} et $(i', j', 1)^T$ sont coplanaires

$$\left[\begin{pmatrix} i \\ j \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{B} \left[R \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right] = 0$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si et seulement si leurs rayons perspectifs s'intersectent;
 - C'est à dire $\forall \lambda, \lambda'$

$$\lambda(i, j, 1)^T = \mathbf{B} + \lambda' R(i', j', 1)^T$$

- Donc, si $(i, j, 1)^T$, \mathbf{B} et $(i', j', 1)^T$ sont coplanaires

$$\left[\begin{pmatrix} i \\ j \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{B} \left[R \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right] = 0 \rightarrow (i \ j \ 1) \begin{bmatrix} 0 & -T_x & T_y \\ T_x & 0 & -T_z \\ -T_y & T_z & 0 \end{bmatrix} R \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix}$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si et seulement si leurs rayons perspectifs s'intersectent;
 - C'est à dire $\forall \lambda, \lambda'$

$$\lambda(i, j, 1)^T = \mathbf{B} + \lambda' R(i', j', 1)^T$$

- Donc, si $(i, j, 1)^T$, \mathbf{B} et $(i', j', 1)^T$ sont coplanaires

$$\left[\begin{pmatrix} i \\ j \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{B} \left[R \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} \right] \right] = 0 \rightarrow (i \quad j \quad 1) \begin{bmatrix} 0 & -T_x & T_y \\ T_x & 0 & -T_z \\ -T_y & T_z & 0 \end{bmatrix} R \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix}$$

- La matrice essentielle étant:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -T_x & T_y \\ T_x & 0 & -T_z \\ -T_y & T_z & 0 \end{bmatrix} R$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- alors $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si

$$(i \quad j \quad 1) E \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- alors $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si

$$(i \ j \ 1) \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- alors $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si

$$(i \ j \ 1) \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

- Pour n points homologues on obtiens:

$$A\mathbf{e} = \begin{bmatrix} i'_1 i_1 & i'_1 j_1 & i'_1 & j'_1 i_1 & j'_1 j_1 & j'_1 & i_1 & j_1 & 1 \\ \vdots & \\ i'_n i_n & i'_n j_n & i'_n & j'_n i_n & j'_n j_n & j'_n & i_n & j_n & 1 \end{bmatrix} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (7)$$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- alors $(i, j)^T$ et $(i', j')^T$ sont homologues si

$$(i \ j \ 1) \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i' \\ j' \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

- Pour n points homologues on obtiens:

$$A\mathbf{e} = \begin{bmatrix} i'_1 i_1 & i'_1 j_1 & i'_1 & j'_1 i_1 & j'_1 j_1 & j'_1 & i_1 & j_1 & 1 \\ \vdots & \\ i'_n i_n & i'_n j_n & i'_n & j'_n i_n & j'_n j_n & j'_n & i_n & j_n & 1 \end{bmatrix} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (7)$$

- Plus une équation fixant l'indétermination à une constante près:
 $a_{33} = 1$

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- 1 **Solution linéaire:** On résout ce système d'équation $A\mathbf{e} = 0$ par SVD; le vecteur singulier correspondant à la valeur singulier la plus petite est la solution de \mathbf{e} ; si $A = UDV^T$, la solution est la dernière colonne de V ;

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- 1 **Solution linéaire:** On résout ce système d'équation $A\mathbf{e} = 0$ par SVD; le vecteur singulier correspondant à la valeur singulier la plus petite est la solution de \mathbf{e} ; si $A = UDV^T$, la solution est la dernière colonne de V ;
- 2 **Application de contrainte:** $\text{rank}(A) = 2$ car $9 - 6 - 1$; pour imposer cette contrainte *interne*, SVD deuxième itération à partir de la solution (1), avec $\det(E) = 0$.

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- 1 **Solution linéaire:** On résout ce système d'équation $A\mathbf{e} = 0$ par SVD; le vecteur singulier correspondant à la valeur singulier la plus petite est la solution de \mathbf{e} ; si $A = UDV^T$, la solution est la dernière colonne de V ;
- 2 **Application de contrainte:** $\text{rank}(A) = 2$ car $9 - 6 - 1$; pour imposer cette contrainte *interne*, SVD deuxième itération à partir de la solution (1), avec $\det(E) = 0$.
- La solution de E t.q. vue ici nécessite 8 points homologues, alors que le système n'a que 5 degré de liberté. C'est à priori sous-optimal.

Orientation et localisation

Orientation relative

Calcul d'orientation relative – matrice essentielle

- 1 **Solution linéaire:** On résout ce système d'équation $A\mathbf{e} = 0$ par SVD; le vecteur singulier correspondant à la valeur singulier la plus petite est la solution de \mathbf{e} ; si $A = UDV^T$, la solution est la dernière colonne de V ;
- 2 **Application de contrainte:** $\text{rank}(A) = 2$ car $9 - 6 - 1$; pour imposer cette contrainte *interne*, SVD deuxième itération à partir de la solution (1), avec $\det(E) = 0$.
 - La solution de E t.q. vue ici nécessite 8 points homologues, alors que le système n'a que 5 degré de liberté. C'est à priori sous-optimal.
 - Il y a une littérature abondante sur des algos permettant de résoudre ce problème, par ex. solutions avec 5, 6, 7 points; solutions adaptés aux mouvements spéciaux (translation pure, rotation pure, zoom, etc.)

Orientation et localisation

Orientation relative

Matrice essentielle – R, \mathbf{B}

On peut ensuite déduire les R, \mathbf{B} à partir de E avec par ex. l'algorithme SVD.

Orientation et localisation

Orientation relative

Matrice essentielle – interprétation géométrique

- La matrice essentielle permet de calculer les correspondances entre les droites des images;

Orientation et localisation

Orientation relative

Matrice essentielle – interprétation géométrique

- La matrice essentielle permet de calculer les correspondances entre les droites des images;
- Etant donné un point (i, j) , on peut calculer directement sa droite épipolaire dans deuxième image

$$(i \quad j \quad 1) \cdot E$$

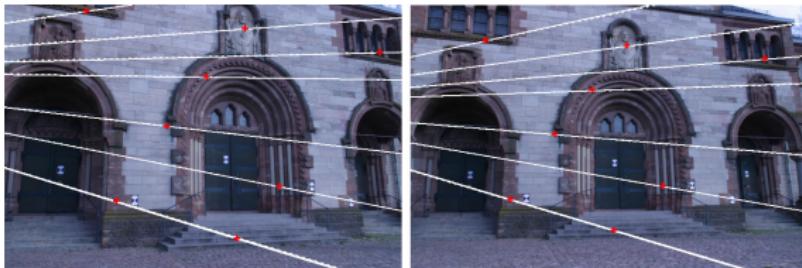
Orientation et localisation

Orientation relative

Matrice essentielle – interprétation géométrique

- La matrice essentielle permet de calculer les correspondances entre les droites des images;
- Etant donné un point (i, j) , on peut calculer directement sa droite épipolaire dans deuxième image

$$(i \quad j \quad 1) \cdot E$$



1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

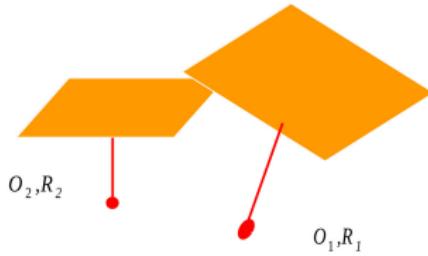
Geo-référencement

Mise en correspondance

Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

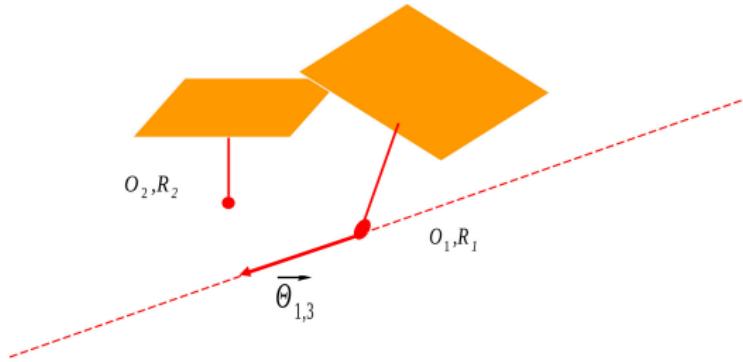


Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- $(R_1, O_1), (R_2, O_2)$, et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus

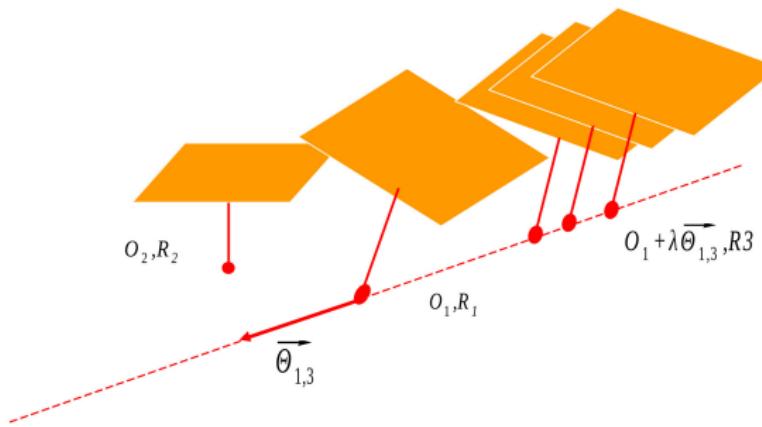


Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- $(R_1, O_1), (R_2, O_2)$, et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus

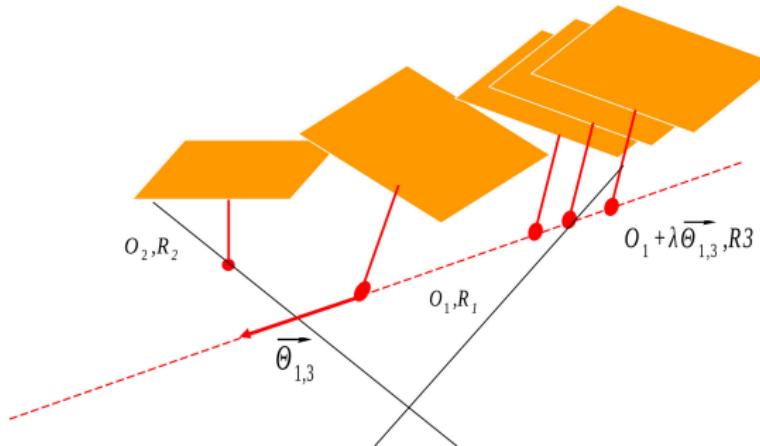


Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- (R_1, O_1) , (R_2, O_2) , et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus
- Soit un couple de points p_2 et p_3 entre I_2, I_3



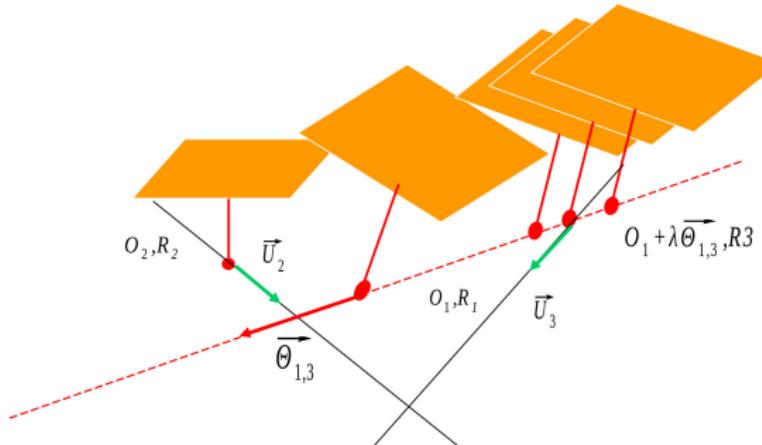
Orientation et localisation



Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- (R_1, O_1) , (R_2, O_2) , et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus
- Soit un couple de points p_2 et p_3 entre I_2, I_3
- On peut calculer les directions terrains de rayons U_2 et U_3 par
$$U_2 = R_2^{-1}(\mathfrak{J}^{-1}(p_2))$$



Orientation et localisation

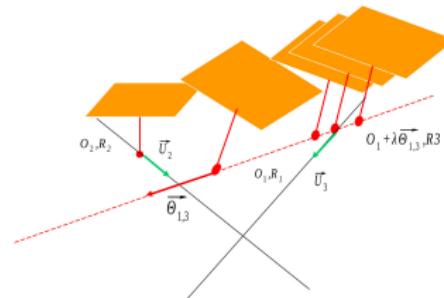


Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- $(R_1, O_1), (R_2, O_2)$, et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus
- Soit un couple de points p_2 et p_3 entre I_2, I_3
- On peut calculer les directions terrains de rayons U_2 et U_3 par $U_2 = R_2^{-1}(\mathcal{J}^{-1}(p_2))$
- **L'équation de coplanarité** s'écrit:

$$[U_2 \quad U_3 \quad O_1 O_2 + \lambda \theta_{13}] = 0$$



Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

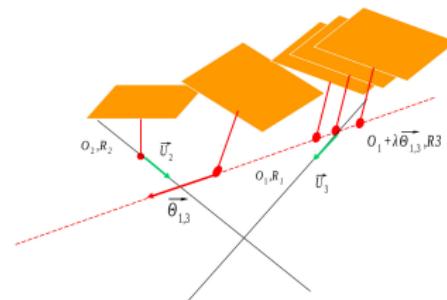
Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

- $(R_1, O_1), (R_2, O_2)$, et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus
- Soit un couple de points p_2 et p_3 entre I_2, I_3
- On peut calculer les directions terrains de rayons U_2 et U_3 par $U_2 = R_2^{-1}(\mathcal{J}^{-1}(p_2))$
- **L'équation de coplanarité** s'écrit:

$$[U_2 \quad U_3 \quad O_1 O_2 + \lambda \theta_{13}] = 0$$

- D'où:

$$\lambda = -\frac{[U_2 \quad U_3 \quad O_1 O_2]}{[U_2 \quad U_3 \quad \theta_{13}]}$$



Orientation et localisation

Orientation relative de 3 images

Orientation par points de liaisons en utilisant deux images I_1, I_2 déjà orientées

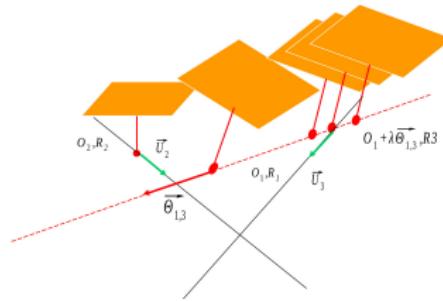
- $(R_1, O_1), (R_2, O_2)$, et l'orientation relative entre I_1 et I_3 sont connus
- Soit un couple de points p_2 et p_3 entre I_2, I_3
- On peut calculer les directions terrains de rayons U_2 et U_3 par $U_2 = R_2^{-1}(\mathcal{J}^{-1}(p_2))$
- **L'équation de coplanarité** s'écrit:

$$[U_2 \quad U_3 \quad O_1 O_2 + \lambda \theta_{13}] = 0$$

- D'où:

$$\lambda = -\frac{[U_2 \quad U_3 \quad O_1 O_2]}{[U_2 \quad U_3 \quad \theta_{13}]}$$

- Si plusieurs points homologues, on prends par ex. la médian de λ



1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

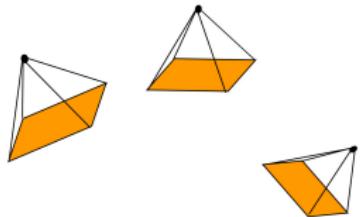
Mise en correspondance

Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images



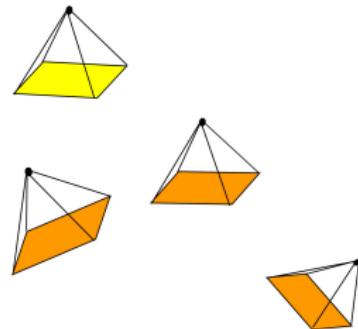
Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image



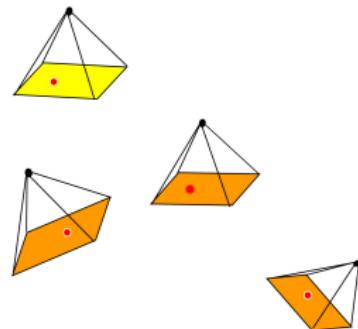
Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image



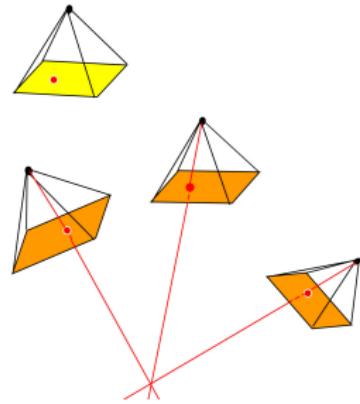
Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image
- ③ Le point terrain correspondant se trouve sur toutes les faisceaux issus de ses homologues dans les autres images



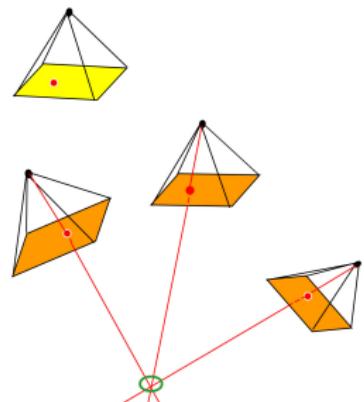
Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image
- ③ Le point terrain correspondant se trouve sur toutes les faisceaux issus de ses homologues dans les autres images
- ④ Par pseudo-intersection on peut donc estimer sa position dans l'espace



Orientation et localisation

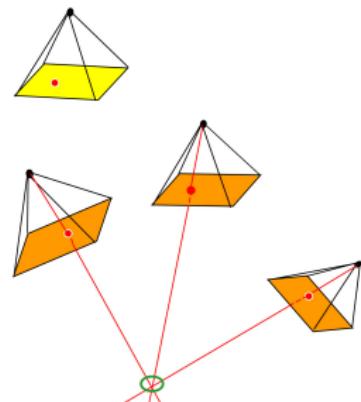


Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image
- ③ Le point terrain correspondant se trouve sur toutes les faisceaux issus de ses homologues dans les autres images
- ④ Par pseudo-intersection on peut donc estimer sa position dans l'espace
- ⑤ Avec 4 points, on peut estimer la pose de la nouvelle image par



Orientation et localisation

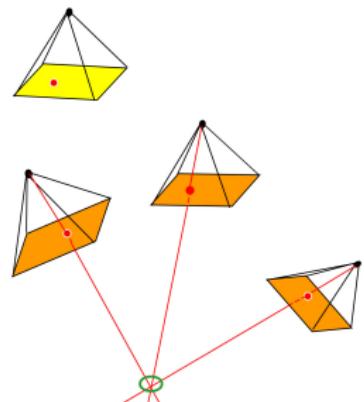


Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image
- ③ Le point terrain correspondant se trouve sur toutes les faisceaux issus de ses homologues dans les autres images
- ④ Par pseudo-intersection on peut donc estimer sa position dans l'espace
- ⑤ Avec 4 points, on peut estimer la pose de la nouvelle image par ▶ *relèvement dans l'espace*



Orientation et localisation

Orientation relative de N^{ieme} image

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

Point multiple, un point dont la position est connue dans au moins 3 images

- ① On cherche à orienter une nouvelle image
- ② Soit un point multiple de la nouvelle image
- ③ Le point terrain correspondant se trouve sur toutes les faisceaux issus de ses homologues dans les autres images
- ④ Par pseudo-intersection on peut donc estimer sa position dans l'espace
- ⑤ Avec 4 points, on peut estimer la pose de la nouvelle image par ▶ *relèvement dans l'espace*

Si il y'a beaucoup de points multiples, on fiabilise l'estimation avec RANSAC

Orientation et localisation

Orientation relative de $N \Rightarrow 3$ images

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

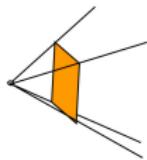
- La méthode par points multiples est généralement plus stable;

Orientation et localisation

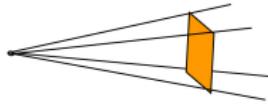
Orientation relative de $N \Rightarrow 3$ images

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

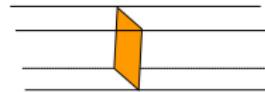
- La méthode par points multiples est généralement plus stable;
- Si la focale est très longue, on s'approche de la projection ortho-centrique où tous les rayons sont quasi parallèle



Courte focale



longue focale



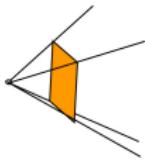
Orthocentrique

Orientation et localisation

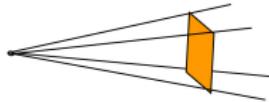
Orientation relative de $N \Rightarrow 3$ images

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

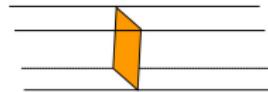
- La méthode par points multiples est généralement plus stable;
- Si la focale est très longue, on s'approche de la projection ortho-centrique où tous les rayons sont quasi parallèle



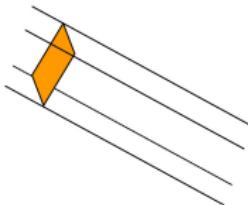
Courte focale



longue focale



Orthocentrique



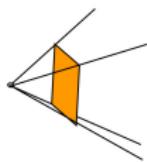
Or avec une projection orthocentrique, un angle de la rotation reste indéterminé avec des seuls points homologues.

Orientation et localisation

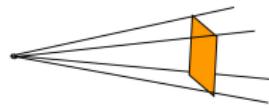
Orientation relative de $N \Rightarrow 3$ images

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

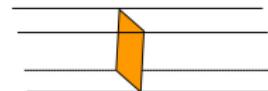
- La méthode par points multiples est généralement plus stable;
- Si la focale est très longue, on s'approche de la projection ortho-centrique où tous les rayons sont quasi parallèle



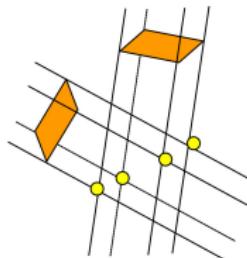
Courte focale



longue focale



Orthocentrique



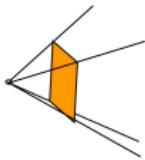
Or avec une projection orthocentrique, un angle de la rotation reste indéterminé avec des seuls points homologues.

Orientation et localisation

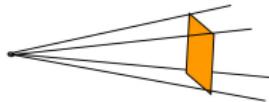
Orientation relative de $N \Rightarrow 3$ images

Orientation par points de liaisons multiples quand $N \Rightarrow 2$ images sont déjà orientées

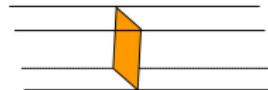
- La méthode par points multiples est généralement plus stable;
- Si la focale est très longue, on s'approche de la projection ortho-centrique où tous les rayons sont quasi parallèle



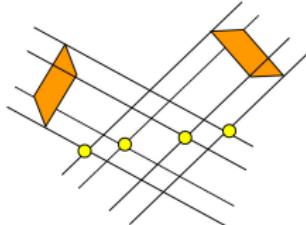
Courte focale



longue focale



Orthocentrique



Or avec une projection orthocentrique, un angle de la rotation reste indéterminé avec des seuls points homologues.

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Stratégie basée sur les points suivantes:

- Stratégie habituelle:
 - ① Initialisation de toutes les poses de caméras
 - ② Affinement par Gauss-Newton (compensation par faisceaux)
- Existence des algorithmes permettant de trouver de points homologues
- Existence des algorithmes permettant de calculer directement l'orientation relative d'un couple d'images
 - ➔ Essential matrix - 8 pts algorithme
 - ➔ Relèvement dans l'espace
- Nécessité de fixer l'échelle et un mouvement rigide global;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

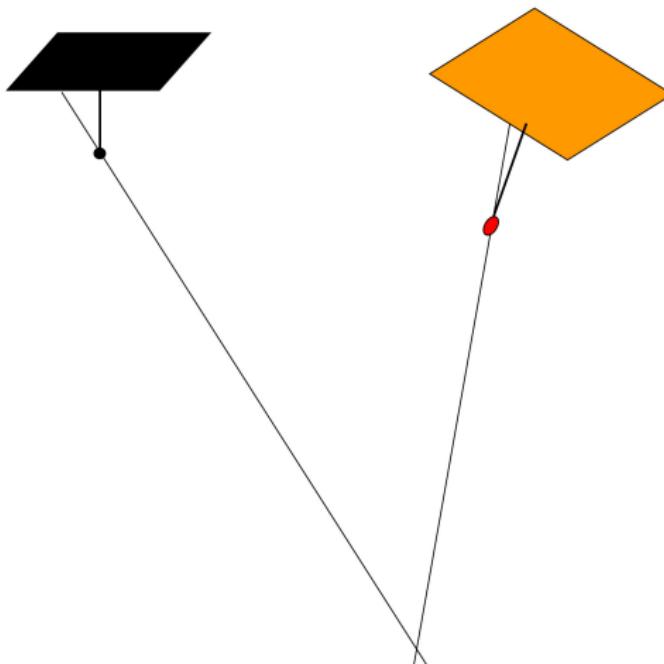
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

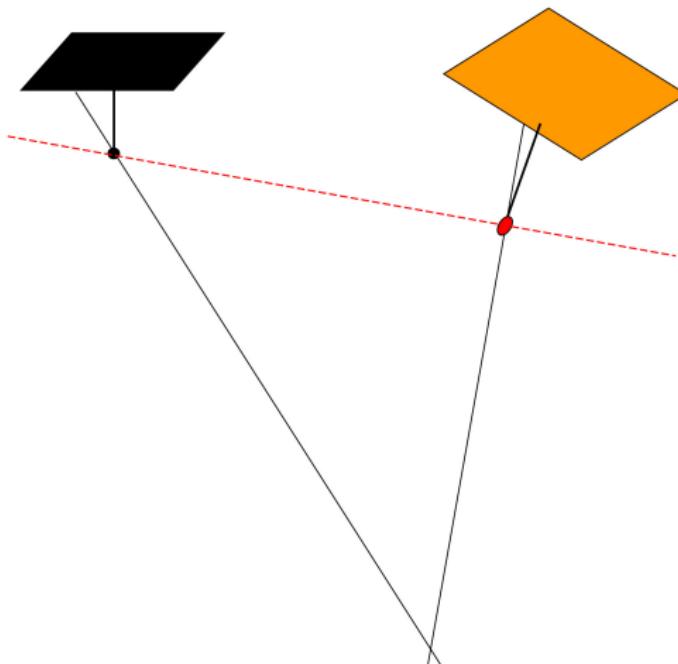
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

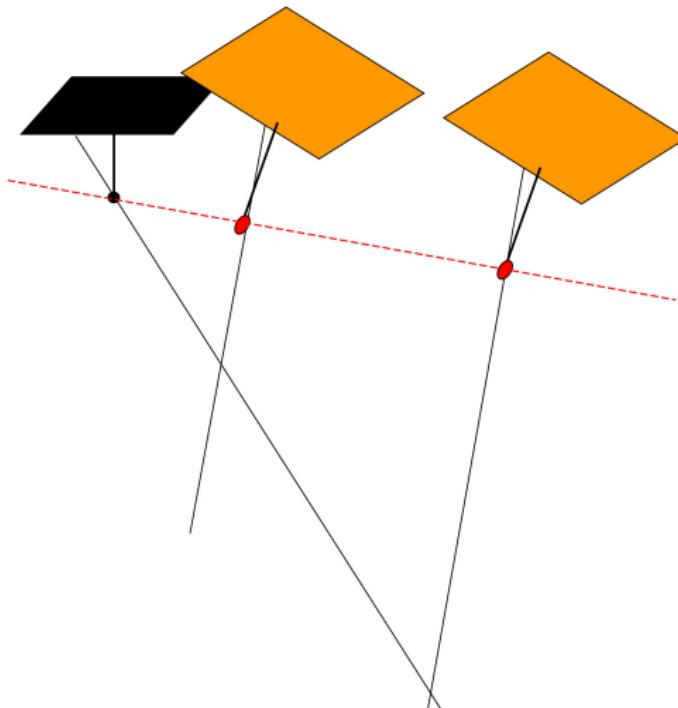
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

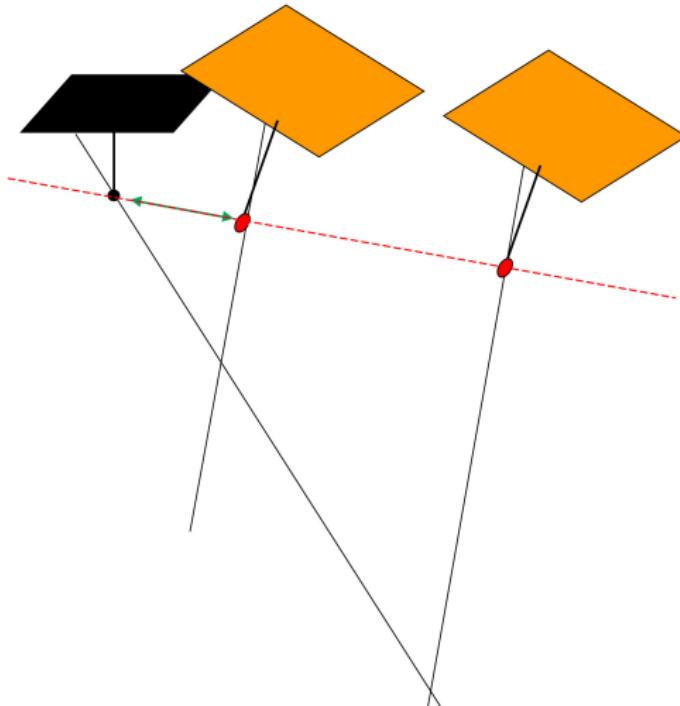
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

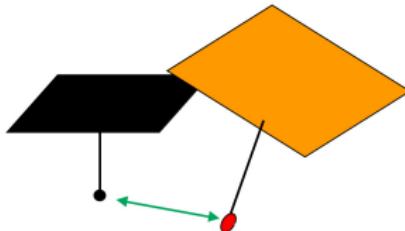
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

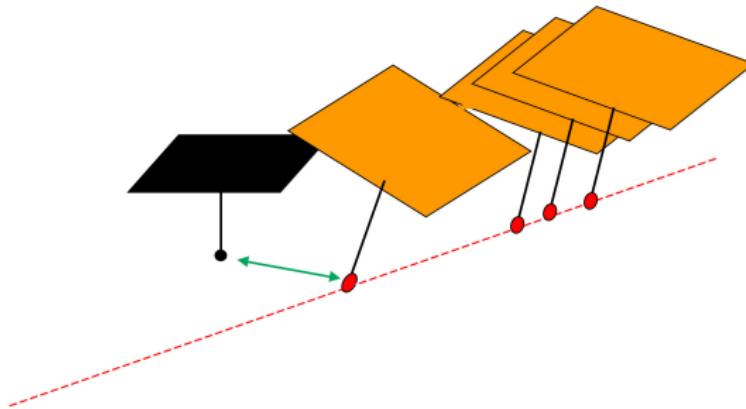
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

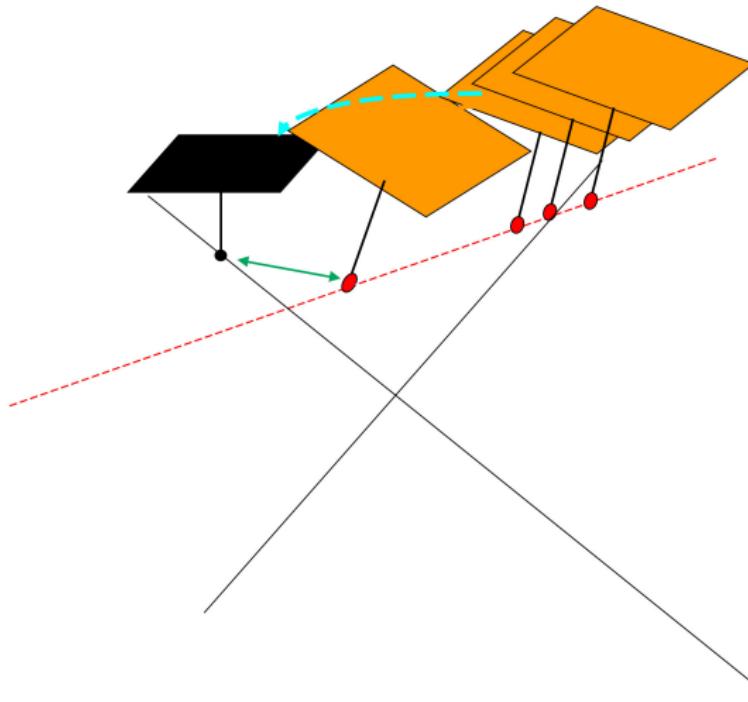
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

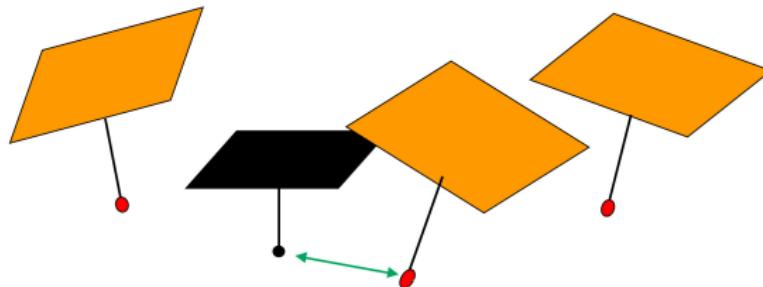
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

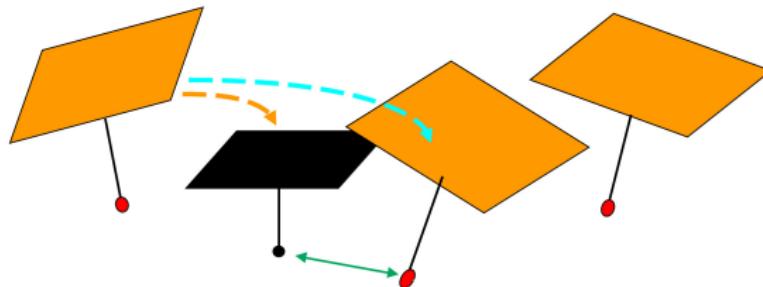
- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

- ① Initialisation de toutes les poses de caméras



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

① Initialisation de toutes les poses de caméras

- Première image, orientation et position arbitraire;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

① Initialisation de toutes les poses de caméras

- Première image, orientation et position arbitraire;
- Deuxième image, orientation relative par rapport à la première, longueur de la base arbitraire;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

① Initialisation de toutes les poses de caméras

- Première image, orientation et position arbitraire;
- Deuxième image, orientation relative par rapport à la première, longueur de la base arbitraire;
- **Ensuite pour chaque nouvelle image I_n :**
 - On cherche 2 images déjà orientées J_n, J'_n ayant suffisamment de points de liaisons avec I_n
 - On choisit un algorithme d'orientation relative pour positionner I_n par rapport à J_n , on utilise J'_n pour fixer la longueur de la base
 - Optionnellement, compensation intermédiaire sur les images déjà positionnées

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

① Initialisation de toutes les poses de caméras

- Première image, orientation et position arbitraire;
- Deuxième image, orientation relative par rapport à la première, longueur de la base arbitraire;
- **Ensuite pour chaque nouvelle image I_n :**
 - On cherche 2 images déjà orientées J_n, J'_n ayant suffisamment de points de liaisons avec I_n
 - On choisit un algorithme d'orientation relative pour positionner I_n par rapport à J_n , on utilise J'_n pour fixer la longueur de la base
 - Optionnellement, compensation intermédiaire sur les images déjà positionnées
- Compensation par faisceaux avec contraintes sur les deux premières images.

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

① Initialisation de toutes les poses de caméras

- Première image, orientation et position arbitraire;
- Deuxième image, orientation relative par rapport à la première, longueur de la base arbitraire;
- **Ensuite pour chaque nouvelle image I_n :**
 - On cherche 2 images déjà orientées J_n, J'_n ayant suffisamment de points de liaisons avec I_n
 - On choisit un algorithme d'orientation relative pour positionner I_n par rapport à J_n , on utilise J'_n pour fixer la longueur de la base
 - Optionnellement, compensation intermédiaire sur les images déjà positionnées
- Compensation par faisceaux avec contraintes sur les deux premières images.

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;
- En pratique les algorithmes sont assez sensibles aux erreurs d'appariement, et si on procède au hasard on risque d'avoir une solution initiale de faible qualité;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;
- En pratique les algorithmes sont assez sensibles aux erreurs d'appariement, et si on procède au hasard on risque d'avoir une solution initiale de faible qualité;
- Pour empêcher cela:

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;
- En pratique les algorithmes sont assez sensibles aux erreurs d'appariement, et si on procède au hasard on risque d'avoir une solution initiale de faible qualité;
- Pour empêcher cela:
 - quand cela est possible, on préfère les initialisations par relèvement dans l'espace aux initialisations à base de la matrice essentielle;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;
- En pratique les algorithmes sont assez sensibles aux erreurs d'appariement, et si on procède au hasard on risque d'avoir une solution initiale de faible qualité;
- Pour empêcher cela:
 - quand cela est possible, on préfère les initialisations par relèvement dans l'espace aux initialisations à base de la matrice essentielle;
 - on cherche à se donner un moyen d'estimer (pour chaque image) si compte tenu de l'état courant du système le calcul de pose sera stable;

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

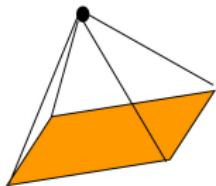
Ordonnancement - l'ordre de concaténation aux images déjà orientées

- En l'absence d'erreur sur les mesures, il suffirait de choisir à chaque étape une image *au hasard* ayant suffisamment de points avec les poses déjà estimées;
- En pratique les algorithmes sont assez sensibles aux erreurs d'appariement, et si on procède au hasard on risque d'avoir une solution initiale de faible qualité;
- Pour empêcher cela:
 - quand cela est possible, on préfère les initialisations par relèvement dans l'espace aux initialisations à base de la matrice essentielle;
 - on cherche à se donner un moyen d'estimer (pour chaque image) si compte tenu de l'état courant du système le calcul de pose sera stable;
 - ensuite, la stratégie consistera à aller extraire la pose non-initialisée ayant le meilleur *estimateur de stabilité*.

Orientation et localisation

Orientation relative de N images

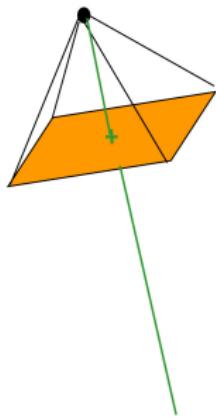
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

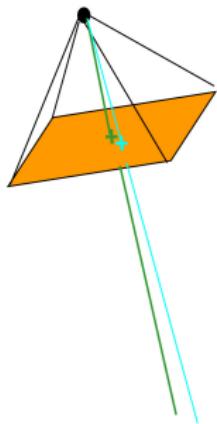
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

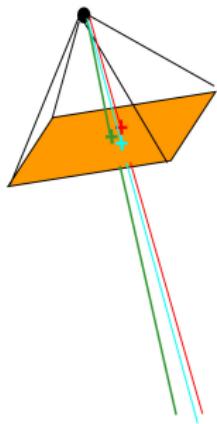
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

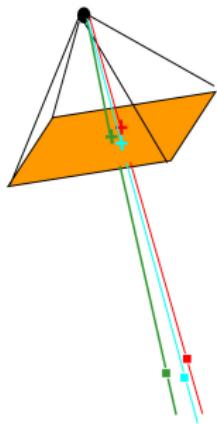
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

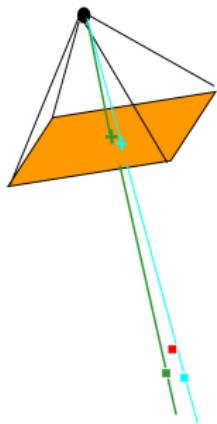
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

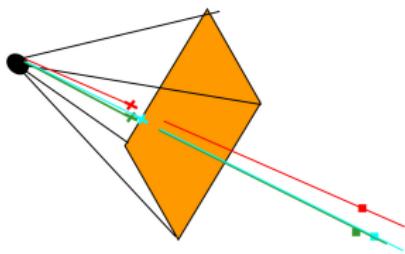
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

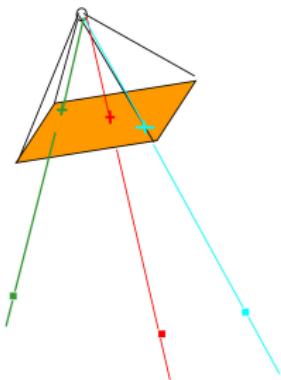
- Relèvement dans l'espace - soyez quand même prudents si un petit cluster de points!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

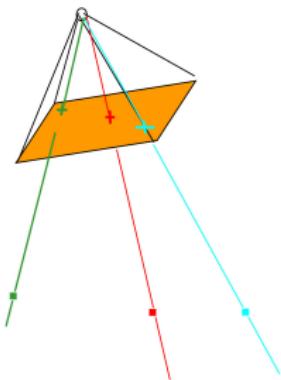
- Relèvement dans l'espace - soyez prudents si les points alignés!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

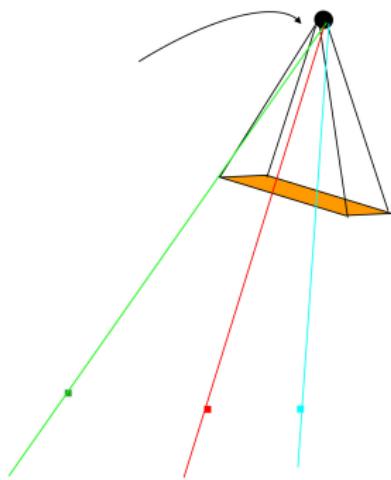
- Relèvement dans l'espace - soyez prudents si les points alignés!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

- Relèvement dans l'espace - soyez prudents si les points alignés!



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

- Exemple d'un indice qui permet éliminer les deux cas:



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

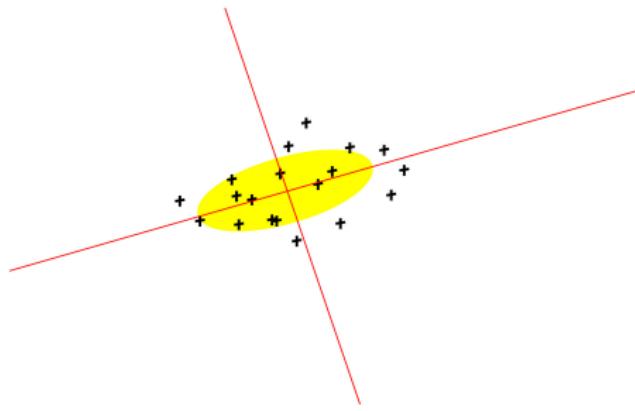
- Exemple d'un indice qui permet éliminer les deux cas:



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

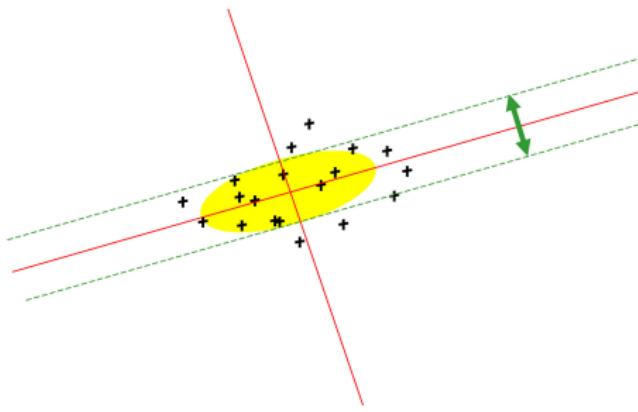
- Exemple d'un indice qui permet éliminer les deux cas:



Orientation et localisation

Orientation relative de N images

- Exemple d'un indice qui permet éliminer les deux cas:



1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GNSS_k = T + \lambda R \cdot C_k$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GNSS_k = T + \lambda R \cdot C_k$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue

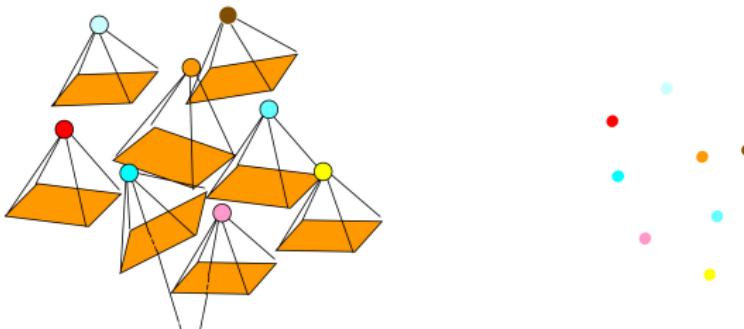


Figure: Gauche: orientation relative, droite: sommets GNSS

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GNSS_k = T + \lambda R \cdot C_k$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue

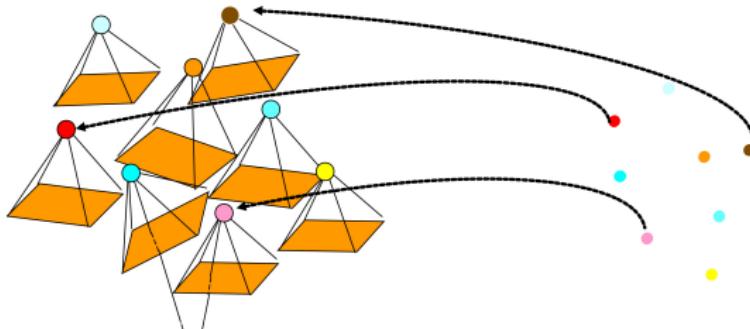


Figure: Gauche: orientation relative, droite: sommets GNSS

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GCP_k^{abs} = T + \lambda R \cdot GCP_k^{rel}$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue
- ② Avec 3 points d'appuis, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue



Figure: Gauche: points d'appuis, droite: orientation relative

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GCP_k^{abs} = T + \lambda R \cdot GCP_k^{rel}$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue
- ② Avec 3 points d'appuis, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue

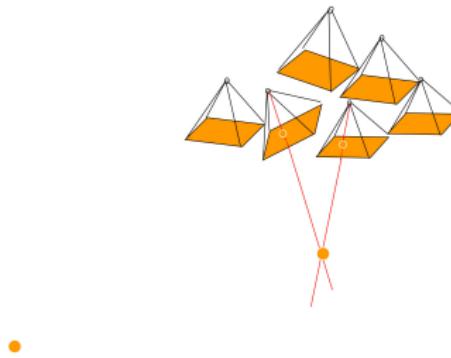


Figure: Gauche: points d'appuis, droite: orientation relative

Orientation et localisation



Geo-référencement

$$GCP_k^{abs} = T + \lambda R \cdot GCP_k^{rel}$$

- ① Avec du GNSS sur les sommets, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue
- ② Avec 3 points d'appuis, on peut transformer l'orientation relative en orientation absolue

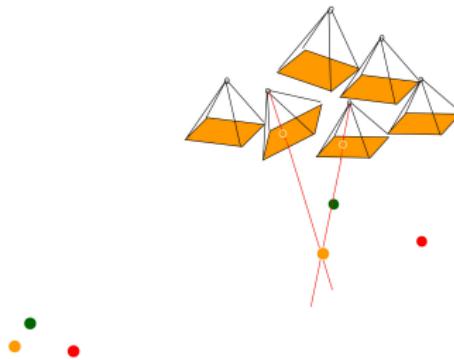


Figure: Gauche: points d'appuis, droite: orientation relative

1 Introduction

2 Reconstruction 3D photogrammétrique

Calibration

La stratégie du calcul

Relèvement dans l'espace

Orientation et localisation

Orientation relative de 2 images

Orientation relative de 3 images

Orientation relative de N^{ieme} image par points multiples

Orientation relative de N images

Geo-référencement

Mise en correspondance

References

- Szeliski, R. (2020). Computer vision: algorithms and applications, 2nd ed. Facebook. GRATUIT: <http://szeliski.org/Book/>
- Förstner, W., & Wrobel, B. P. (2016). Photogrammetric computer vision. Springer International Publishing Switzerland.
- Hartley, R., & Zisserman, A. (2003). Multiple view geometry in computer vision. Cambridge university press.
- McGlone, J. C. (Ed.). (2013). Manual of photogrammetry. American Soc. for Photogrammetry and Remote Sensing.
- Luhmann, T., Robson, S., Kyle, S., & Boehm, J. (2014). Close-range photogrammetry and 3D imaging. Walter de Gruyter.
- Kraus, K. (2007). Photogrammetry: geometry from images and laser scans. Walter de Gruyter.
- Haralick, B. M., Lee, C. N., Ottenberg, K., & Nölle, M. (1994). Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem. International journal of computer vision, 13(3), 331-356.
- EuroSDR course on High density image matching by Norbert Haala. Trento, March 3rd.
- Hirschmuller, H. (2005, June). Accurate and efficient stereo processing by semi-global matching and mutual information. In 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05) (Vol. 2, pp. 807-814). IEEE.

Thank you for your attention