

Σειρά 6 - Χωρητικότητα καναλιού**Άσκηση 1**

Σε ένα κανάλι εισέρχονται και εξέρχονται 3 σύμβολα $\{0, 1, 2\}$. και ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης $p(y|x)$ είναι

$$p(y|x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}(1-q) & \frac{1}{2}(1-q) & q \end{bmatrix}$$

1. Πόση είναι η χωρητικότητα του καναλιού για $q = 0$, για $q = 1/2$ και για $q = 1$;
2. Να κάνετε ένα διάγραμμα της χωρητικότητας του καναλιού για q από 0 ως 1. Επίσης να κάνετε ένα διάγραμμα με τις τρεις τιμές $p_i = \Pr\{X = i\}$ ($i = 0, 1, 2$) για q από 0 ως 1.

Άσκηση 2

Σε κανάλι ισχύει ο παρακάτω πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης μεταξύ εισόδου και εξόδου:

$$p(y|x) = \begin{bmatrix} 0.80 & 0.10 & 0.10 & 0.00 \\ 0.05 & 0.85 & 0.05 & 0.05 \\ 0.08 & 0.06 & 0.80 & 0.06 \\ 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.85 \end{bmatrix}$$

Προφανώς πρόκειται για ένα κανάλι με 4 σύμβολα εισόδου και εξόδου και με πιθανότητα σφάλματος από 15 ως 20 %.

1. Να βρείτε ένα κάτω φράγμα για την χωρητικότητα του καναλιού υπολογίζοντας την αμοιβαία πληροφορία μεταξύ X και Y όταν τα σύμβολα εισόδου είναι ισοπίθανα.
2. Προσεγγίζουμε το παραπάνω κανάλι με ένα συμμετρικό κανάλι που έχει ως κυκλικά επαναλαμβανόμενη γραμμή αυτήν που ελαχιστοποιεί τη μέση τετραγωνική απόσταση από τις γραμμές του παραπάνω πίνακα. Πόση είναι η χωρητικότητα αυτού του καναλιού;
3. Ανάμεσα στις προσεγγίσεις της ακριβούς χωρητικότητας 1 και 2 ποια προσέγγιση θα προτιμούσατε και γιατί;
4. Πόση είναι η ακριβής χωρητικότητα του καναλιού και για ποιες πιθανότητες των συμβόλων εισόδου επιτυγχάνεται;
5. Πόση θα ήταν η χωρητικότητα αν κάθε σύμβολο μεταδιδόταν χωρίς λάθος και ποιος θα ήταν τότε ο πίνακας πιθανοτήτων μετάβασης;