



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**Σήματα και Συστήματα**

**Εργασία  
MATLAB**

Ειρήνη Δόντη  
Α.Μ: 03119839

3ο εξάμηνο

Αθήνα 2020 – 2021

## Περιεχόμενα

1.1 Σχεδίαση φίλτρων ηχούς και αντήχησης (Echo, Reverb).....	1
1.2 Σχεδίαση Ζωνοπερατών Φίλτρων .....	4
2.1 Ανάλυση Μουσικών Σημάτων.....	21
2.2 Εφαρμογή Φίλτρων για τη Δημιουργία Ηχούς και Αντήχησης εφέ σε Μουσικά Σήματα	28

## Περιεχόμενα Εικόνων

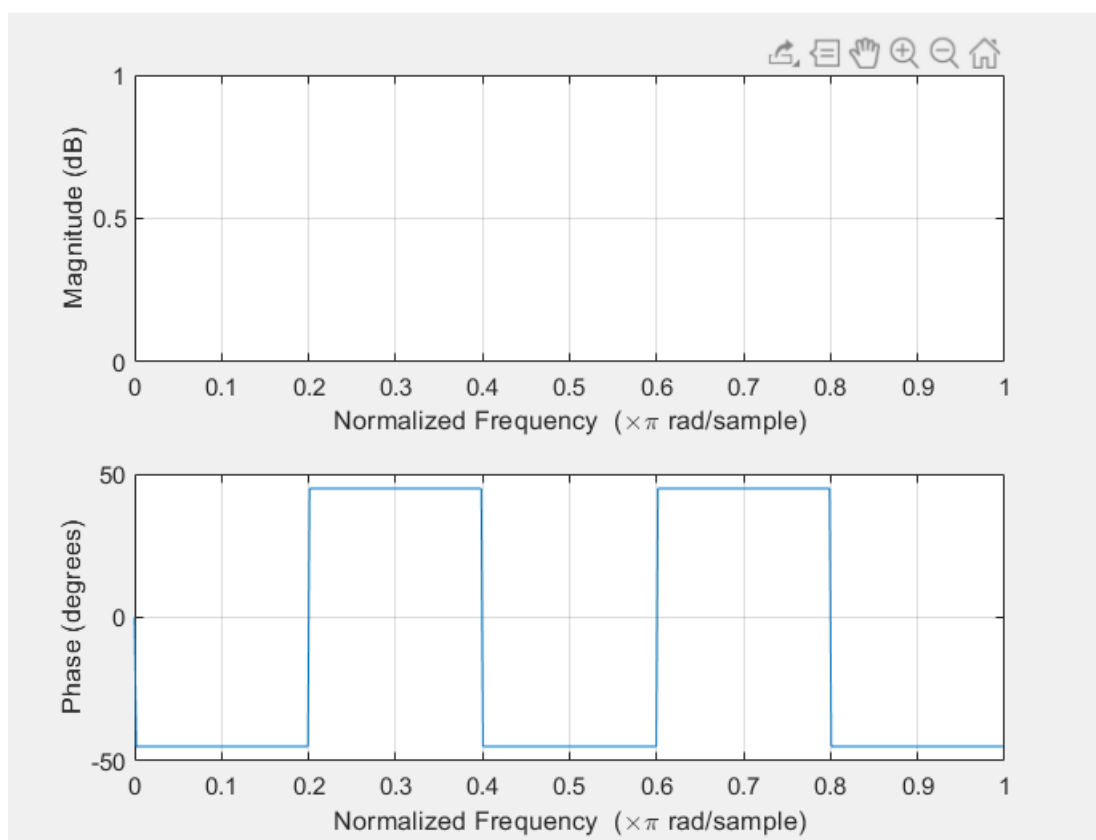
Σχήμα 1.1α.....	1
Σχήμα 1.1β.....	2
Σχήμα 1.1γ.....	3
Σχήμα 1.2α.....	4
Σχήμα 1.2β.....	5
Σχήμα 1.2γ.....	6
Σχήμα 1.2δ.....	7
Σχήμα 1.2ε.....	8
Σχήμα 1.2στ.....	9
Σχήμα 1.2ζ.....	10
Σχήμα 1.2η.....	11
Σχήμα 1.2θ.....	12
Σχήμα 1.2ι.....	13
Σχήμα 1.2ια.....	14
Σχήμα 1.2ιβ.....	15
Σχήμα 1.2ιγ.....	16
Σχήμα 1.2ιδ.....	17
Σχήμα 1.2ιε.....	18
Σχήμα 1.2ιστ.....	19
Σχήμα 1.2ιζ.....	20
Σχήμα 2.1α.....	21
Σχήμα 2.1β.....	22
Σχήμα 2.1γ.....	23
Σχήμα 2.1δ.....	24
Σχήμα 2.1ε.....	25
Σχήμα 2.1στ.....	26
Σχήμα 2.1ζ.....	27
Σχήμα 2.2α.....	28
Σχήμα 2.2β.....	29
Σχήμα 2.2γ.....	30
Σχήμα 2.2δ.....	31
Σχήμα 2.2ε.....	32
Σχήμα 2.2στ.....	33
Σχήμα 2.2ζ.....	33
Σχήμα 2.2η.....	34
Σχήμα 2.2θ.....	35
Σχήμα 2.2ι.....	36

## 1.1 Σχεδίαση φίλτρων ηχούς και αντήχησης (Echo, Reverb)

α) Για  $P = 5$  και  $c = 0.55$ , τα ζητούμενα διανύσματα  $a, b$  είναι τα παρακάτω:

$a = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  και  $b = [c \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1-c]$ .

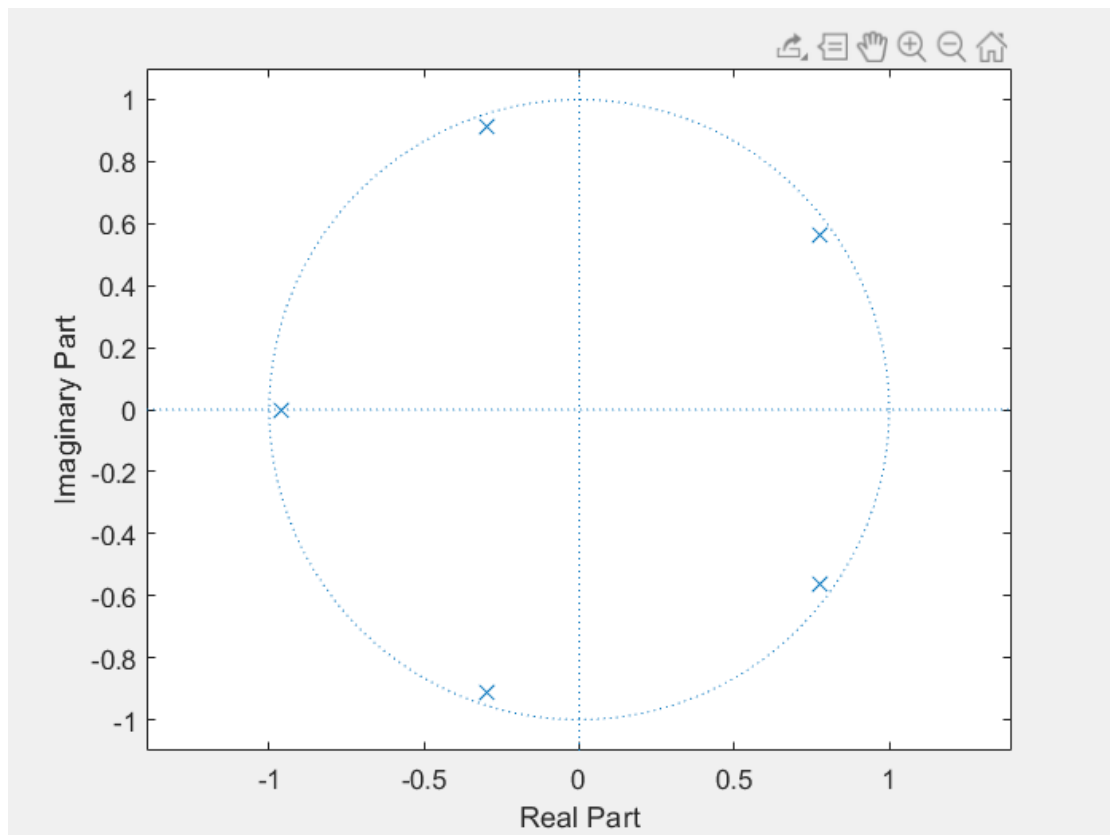
β) Η απόκριση πλάτους και φάσης των δύο φίλτρων είναι τα παρακάτω διαγράμματα που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.1α

Παρατηρούμε ότι η απόκριση φάσης των δύο φίλτρων είναι, ουσιαστικά, η ορθογώνια συνάρτηση. Επίσης, δεν μπορούμε να μιλήσουμε για απόκριση πλάτους των δύο φίλτρων, αφού τα δύο φίλτρα, που αναπαριστούν την ηχώ και την αντήχηση, εξουδετερώνουν τα πλάτη τους, δρώντας ταυτόχρονα. Δεν ξεχνάμε το γεγονός ότι η ηχώ και η αντήχηση είναι αντίστροφες διαδικασίες.

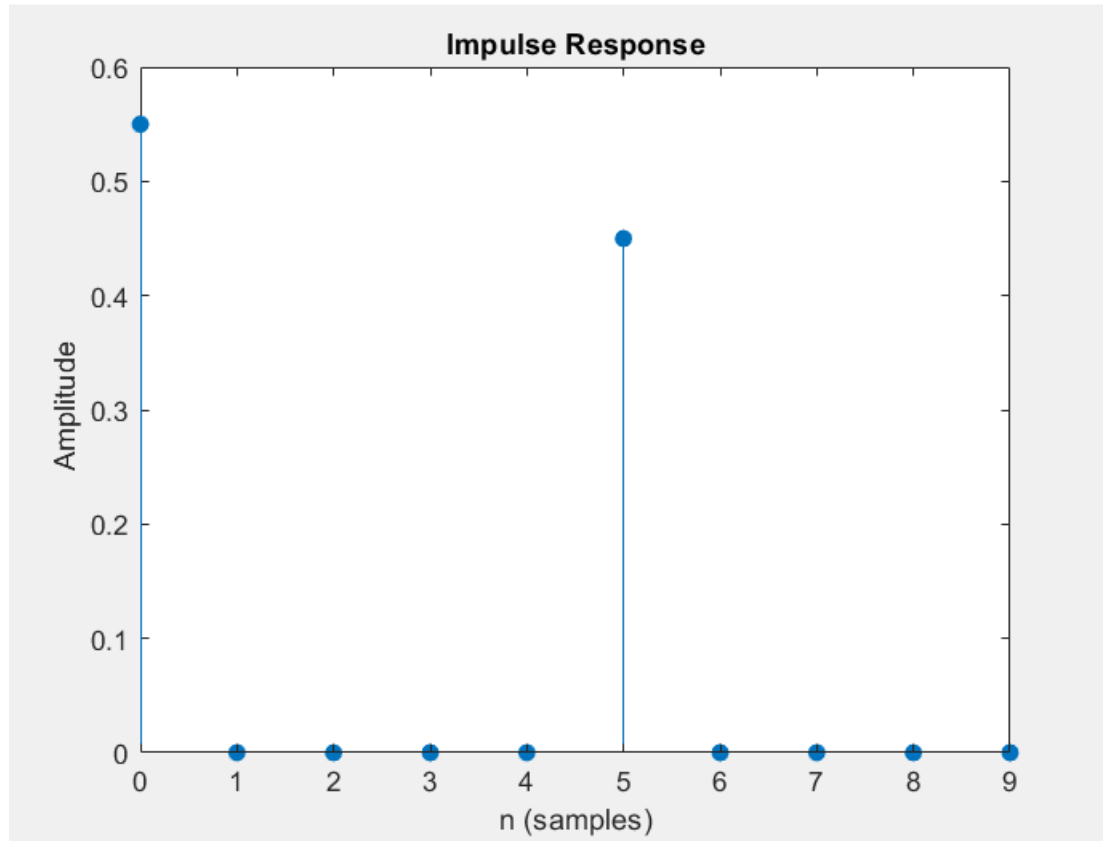
γ) Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.1β

Παρατηρούμε ότι το διάγραμμα πόλων και μηδενικών έχει μόνο πόλους. Αυτό συμβαίνει, λογικά, γιατί η ηχώ και η αντήχηση είναι παλινδρομικά φαινόμενα, χωρίς να μηδενίζεται το μετρούμενο σήμα. Οπότε, δεν θα υπάρχουν μηδενικά στο διάγραμμα αλλά πόλους.

δ) Η κρουστική απόκριση των δύο φίλτρων που προέκυψαν από τον κώδικα matlab, φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 1.1γ

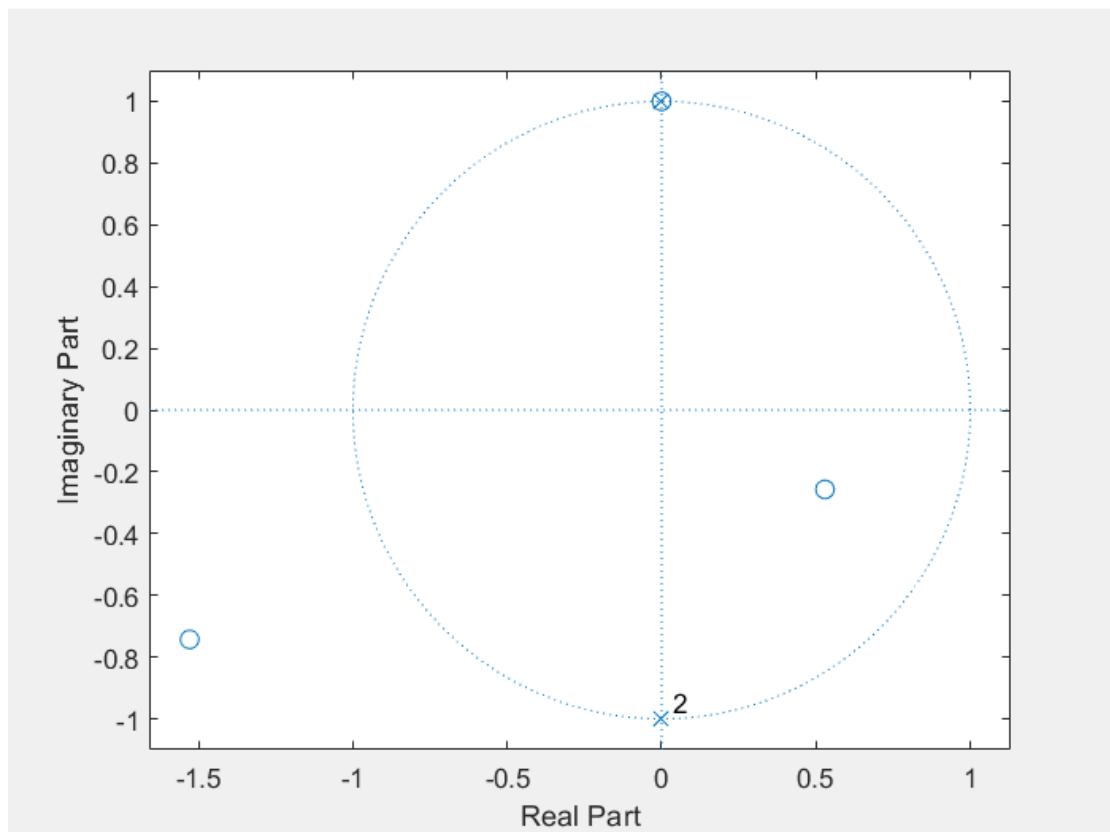
Τα αποτελέσματα είναι τα αναμενόμενα, γιατί η κρουστική απόκριση γίνεται μη μηδενική στις περιπτώσεις που ο ήχος λαμβάνεται από τον δέκτη κατευθείαν από τον πομπό και όχι το ήχο που λαμβάνεται από το ανακλασμένο σήμα.

ε) Τα παραπάνω ερωτήματα εκτελέστηκαν στην περίπτωση που  $P = 5$ .

στ) Η απαλοιφή αντήχησης από το δοσμένο σήμα γίνεται αν τα νέα διανύσματα είναι ίσα και ανάποδα από εκείνα του δοσμένου σήματος. Δηλαδή,  $b_{new} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  και  $a_{new} = [c \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1-c]$ .

## 1.2 Σχεδίαση Ζωνοπερατών Φίλτρων

α) Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:

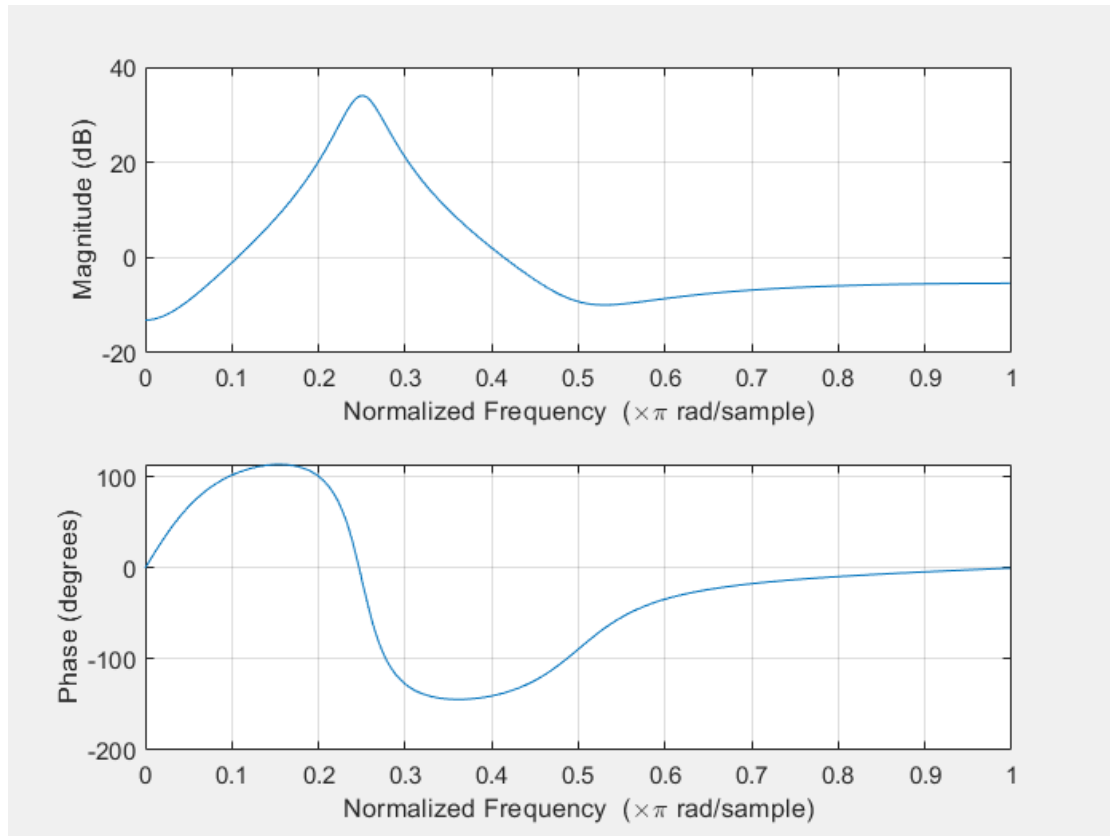


Σχήμα 1.2α

Τα ζητούμενα διανύσματα θα εμφανιστούν, αν εκτελεστεί το πρόγραμμα program.m του zip φακέλου. Εμφανίζονται παρακάτω:

$a = [1, -2.6, 3.38, -2.1970000000000001, 0.714025]$  και  $b = [1, -1.6, 1.28, -1.024, 0.4096]$

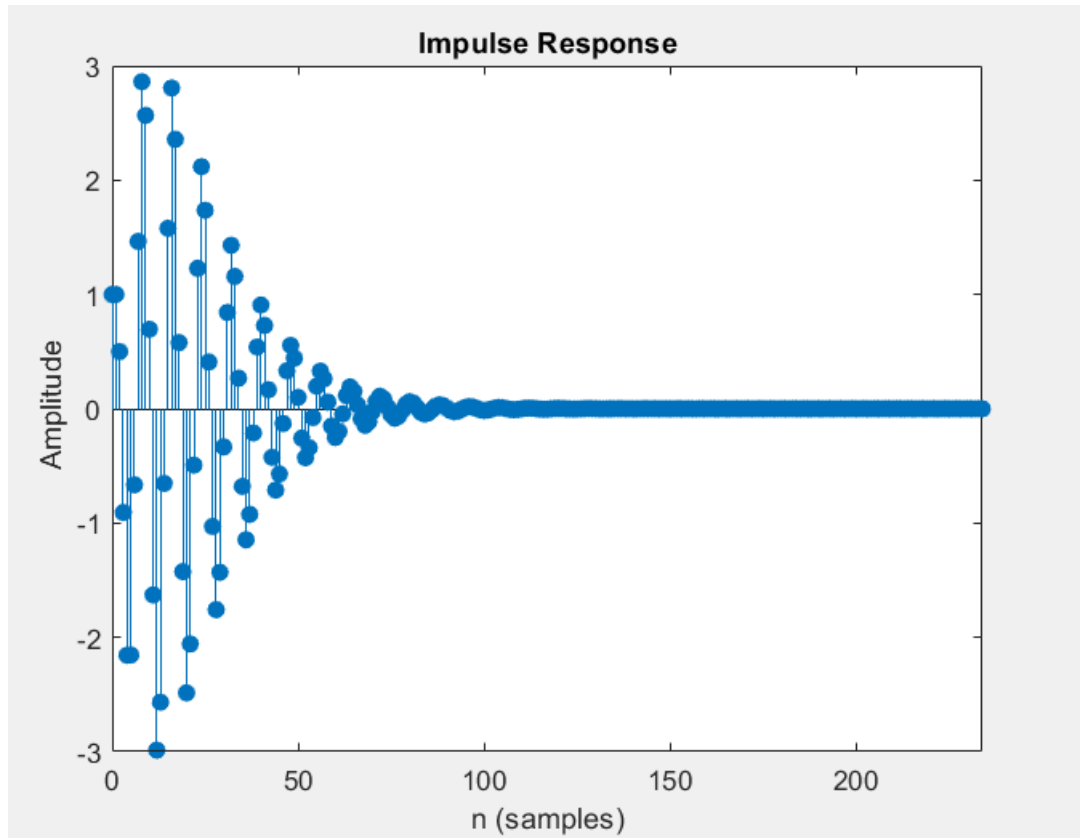
β) Η απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2β

Παρατηρούμε ότι οι δύο παραπάνω αποκρίσεις έχουν παρόμοια μορφή. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι έχουν παρόμοια σημεία κυρτότητας. Η διαφορά στηρίζεται, κυρίως, στο ότι η γραφική της απόκρισης πλάτους πλησιάζει τη μορφή τεθλασμένης γραμμής, ενώ η απόκριση φάσης θυμίζει περισσότερο καμπύλη.

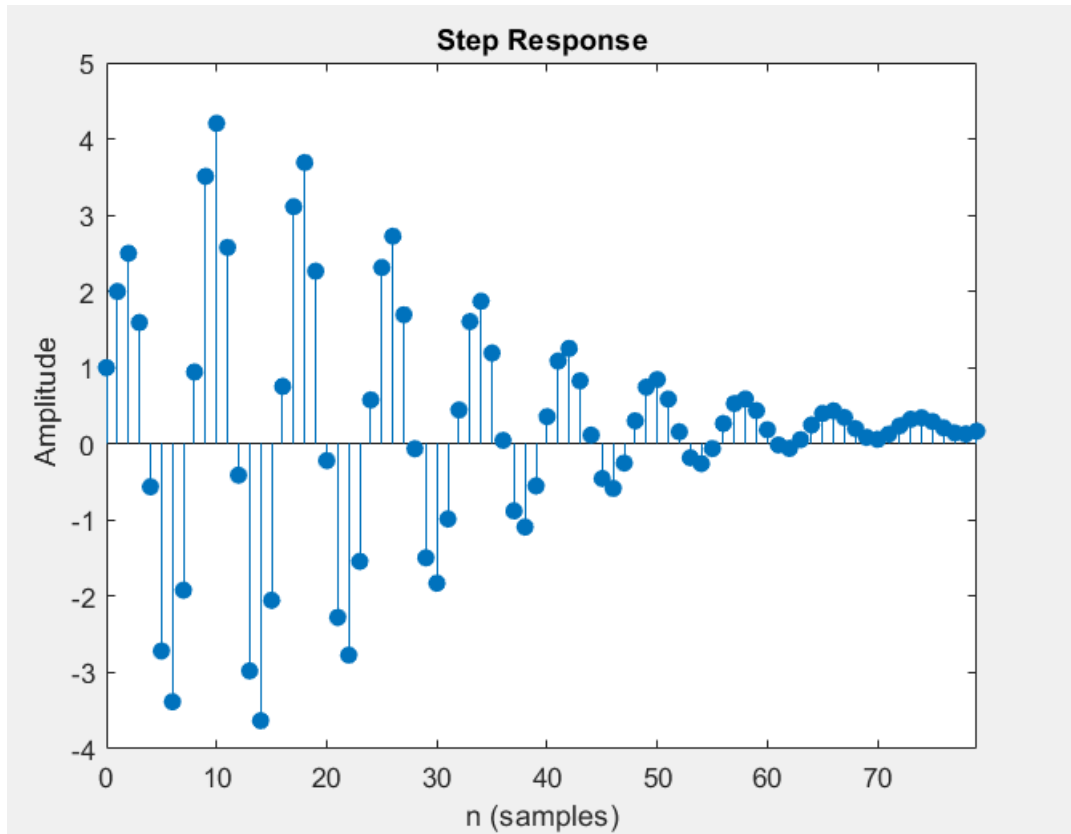
γ) Η **κρουστική απόκριση** του συστήματος που προκύπτει από τον κώδικα matlab, απεικονίζεται παρακάτω:



Σχήμα 1.2γ



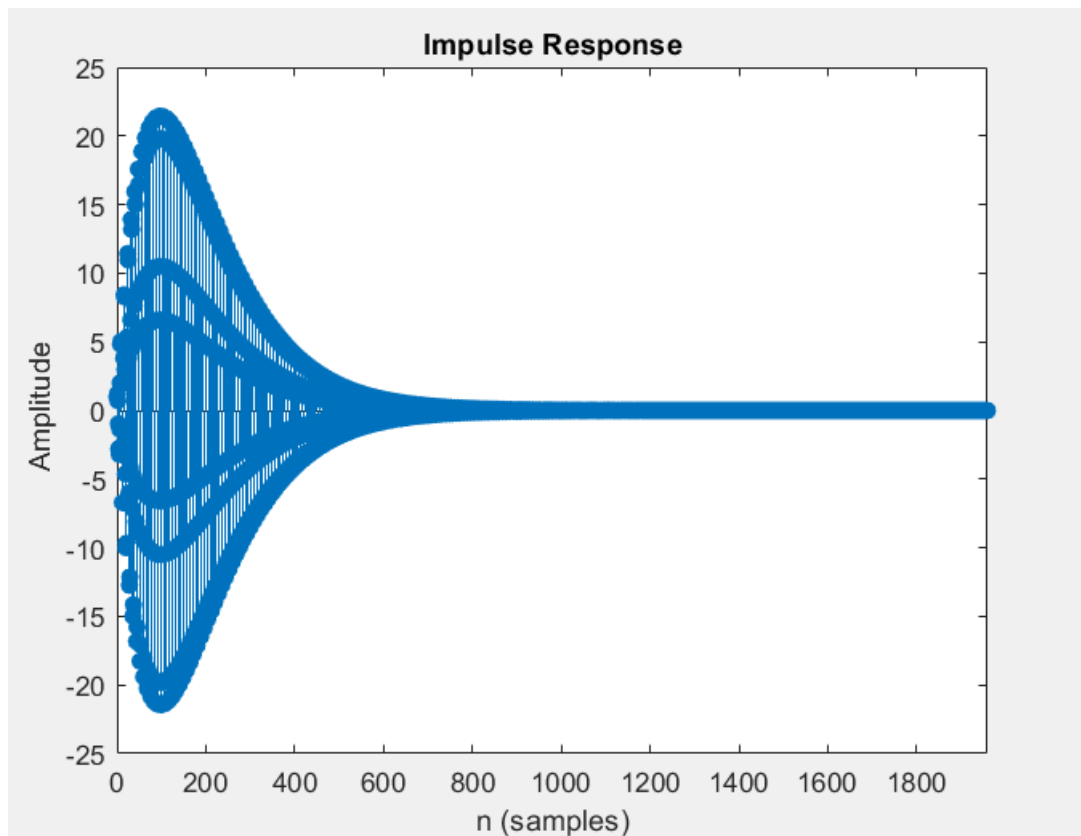
Η βηματική απόκριση του συστήματος που προκύπτει από τον κώδικα matlab, απεικονίζεται παρακάτω:



Σχήμα 1.2δ

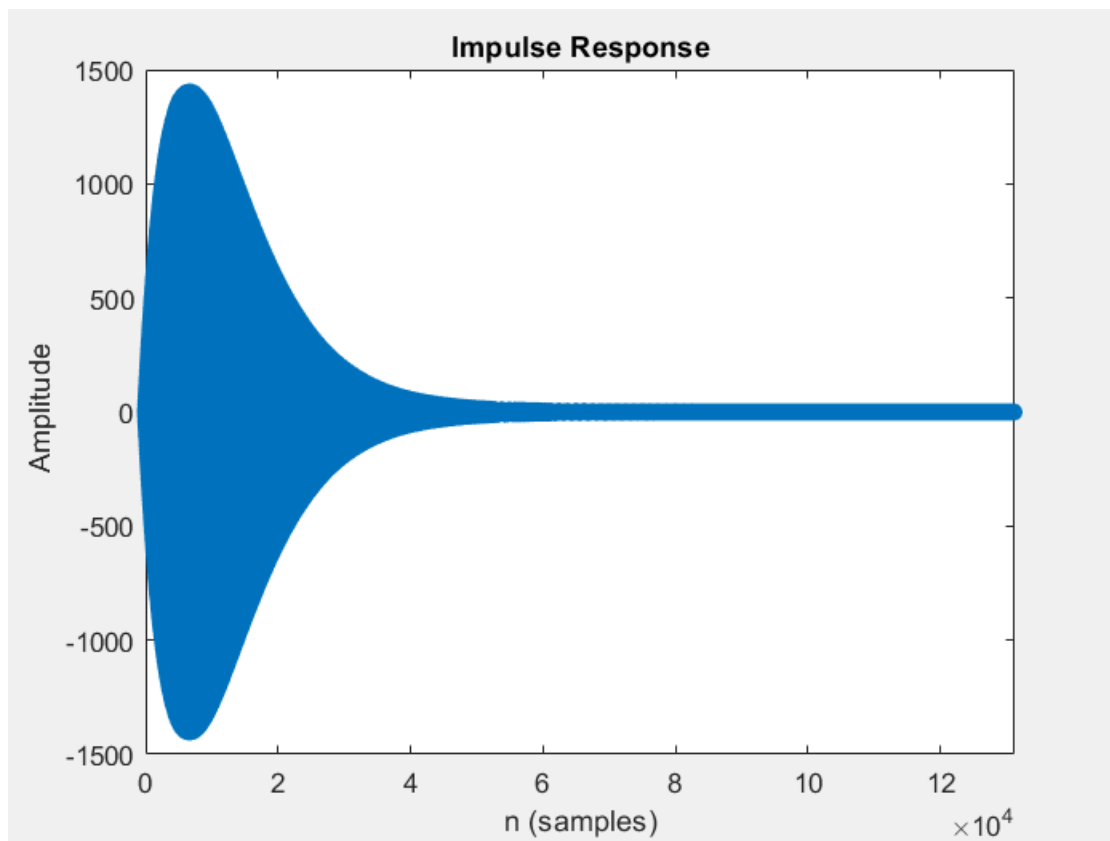
δ) Οι Κρουστικές Αποκρίσεις του συστήματος, αντίστοιχα για τις περιπτώσεις, που προκύπτει από τον κώδικα matlab, απεικονίζονται παρακάτω:

1<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.7 \pm 0.7i\}$



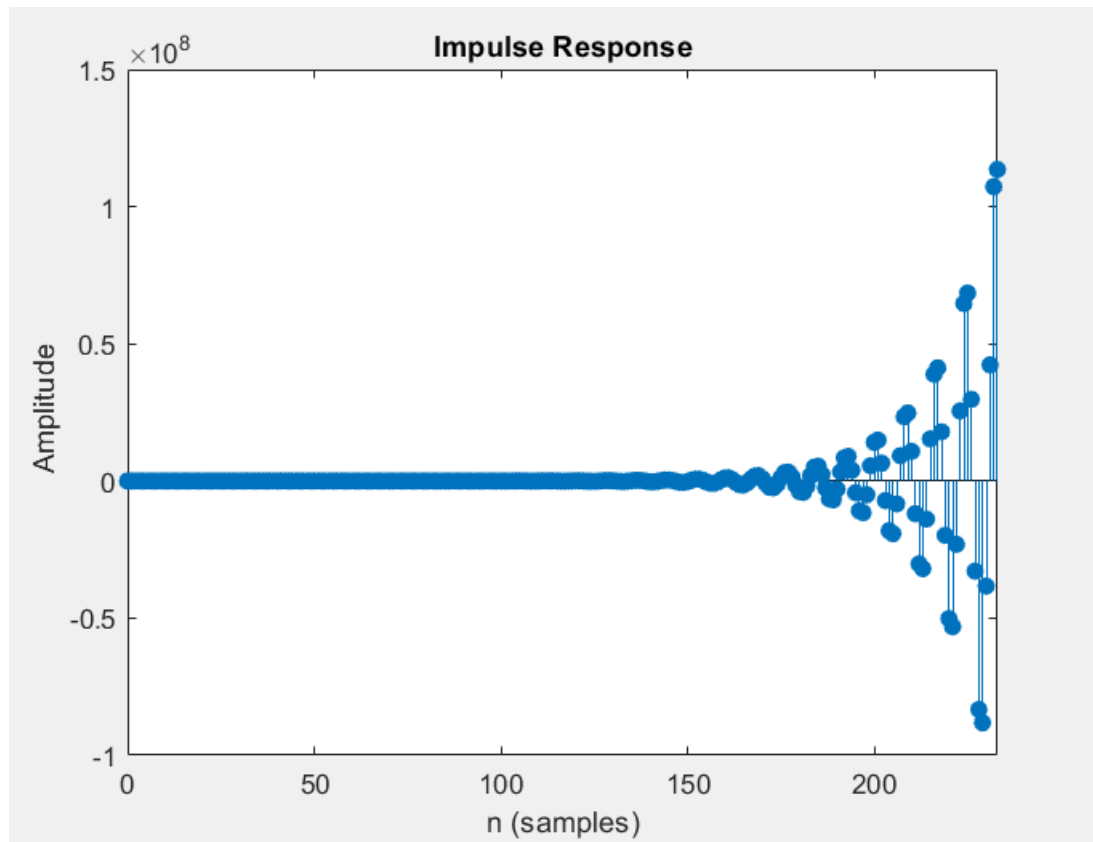
Σχήμα 1.2ε

2<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.707 \pm 0.707i\}$



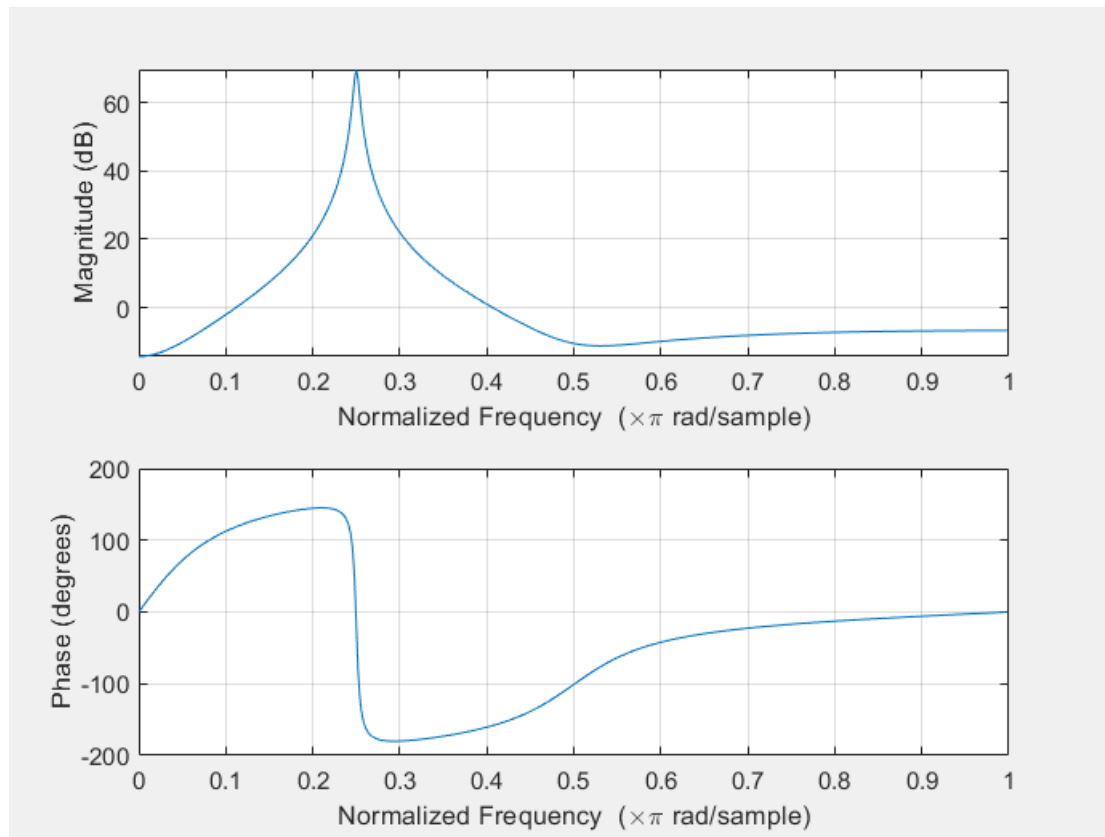
Σχήμα 1.2στ

3<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.75 \pm 0.75i\}$



Σχήμα 1.2ζ

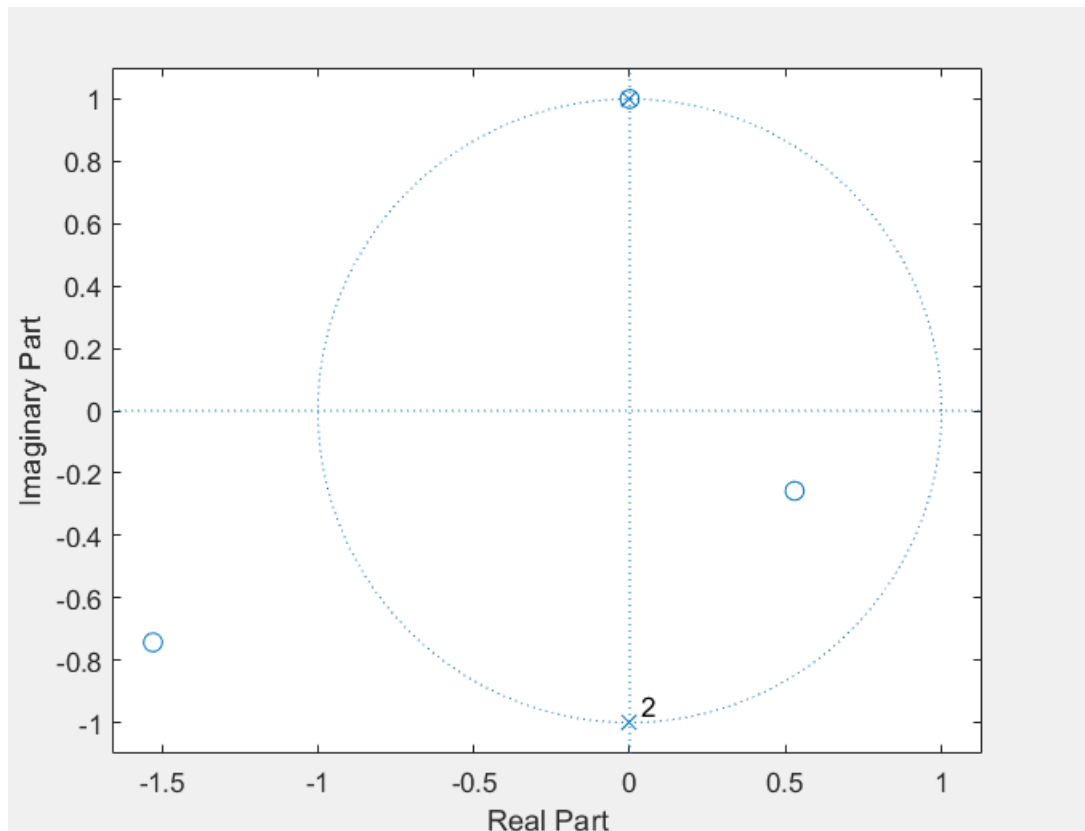
Για την πρώτη περίπτωση, έχουμε την παρακάτω απόκριση πλάτους:



Σχήμα 1.2η

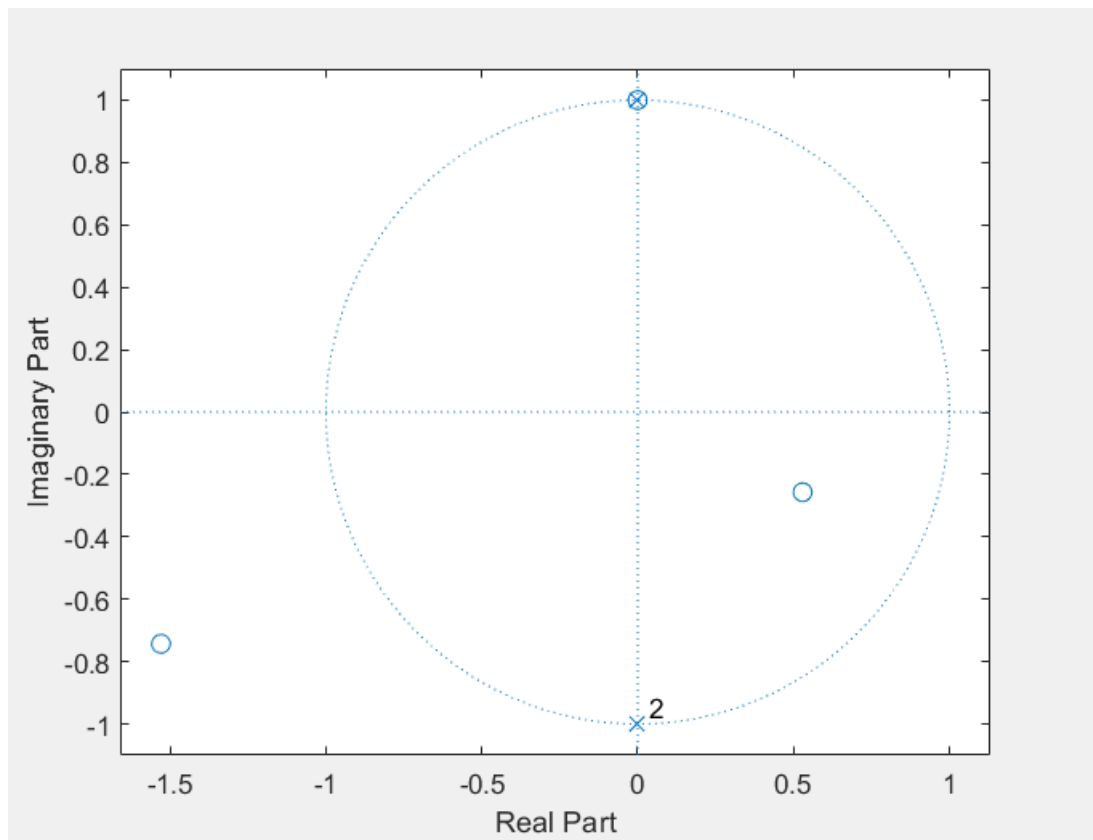
Τα διαγράμματα Πόλων-Μηδενικών, αντίστοιχα, για όλες τις περιπτώσεις, είναι τα παρακάτω:

1<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.7 \pm 0.7i\}$



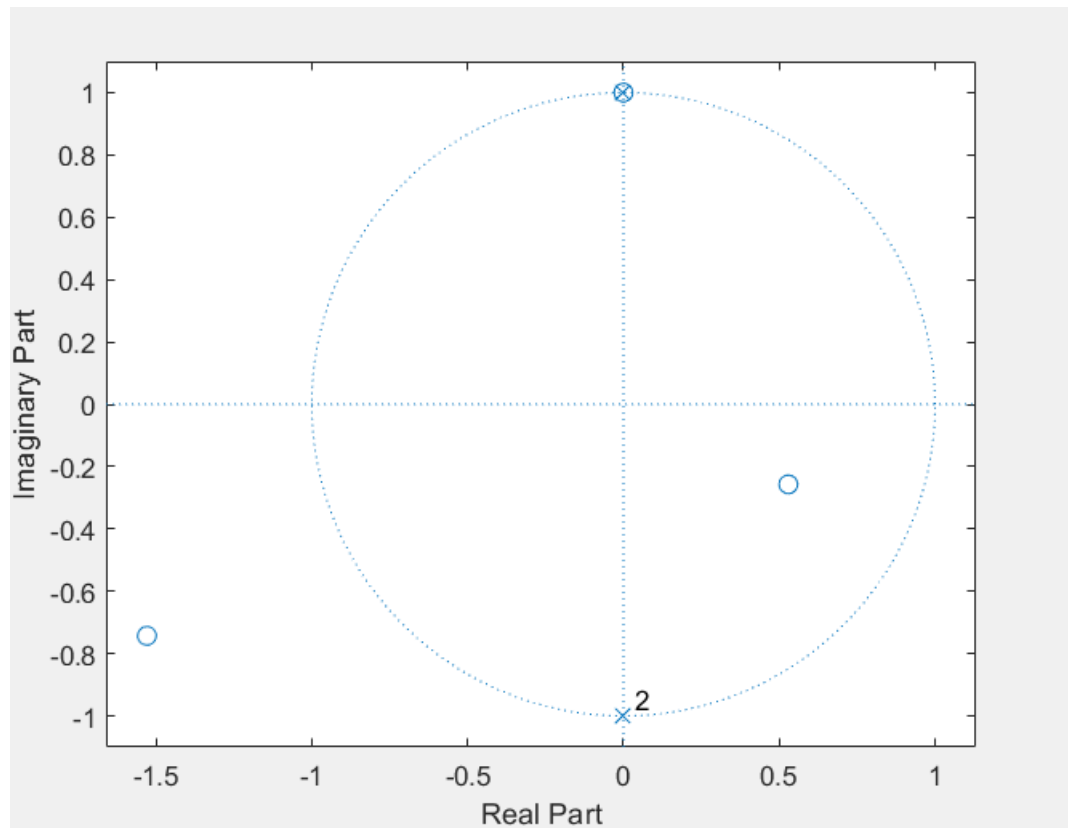
Σχήμα 1.20

2<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.707 \pm 0.707i\}$



Σχήμα 1.2ι

3<sup>η</sup> περίπτωση: διπλοί πόλοι στις θέσεις  $\{0.75 \pm 0.75i\}$



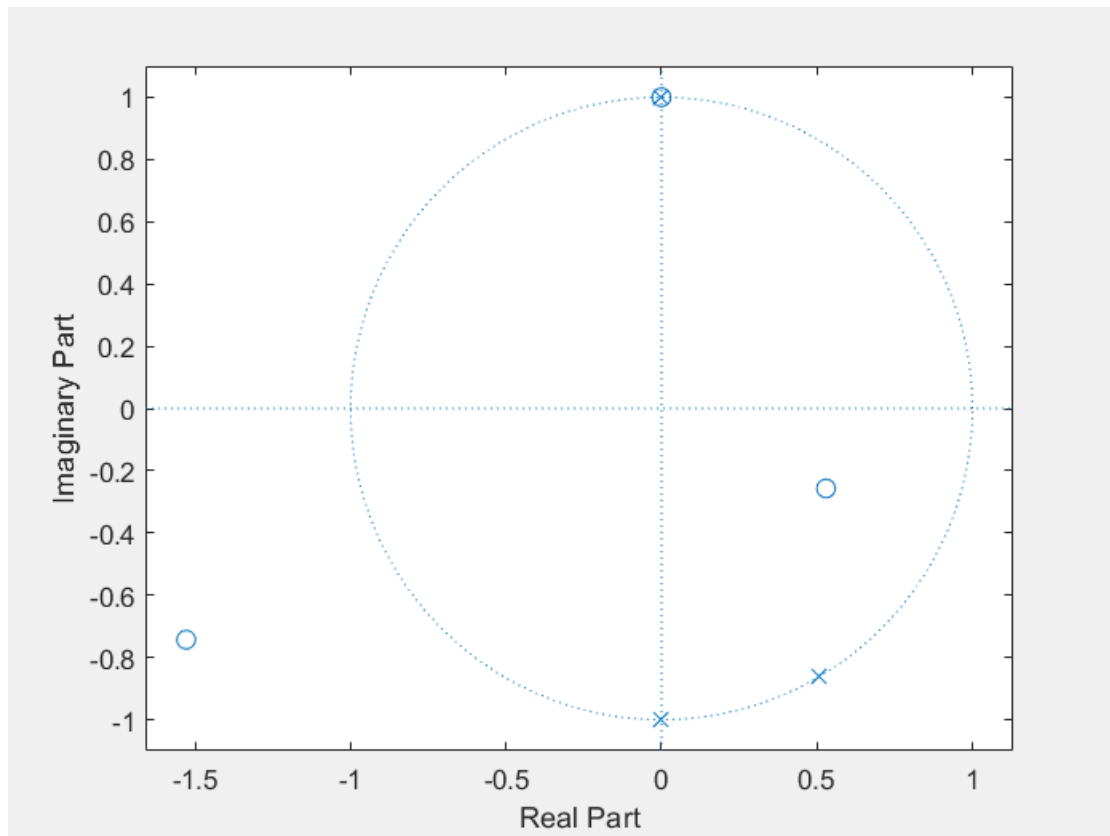
Σχήμα 1.2α

Παρατηρούμε ότι τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών, για όλες τις περιπτώσεις, είναι παρόμοια. Επίσης, τα σχεδιαγράμματα της κρουστικής απόκρισης, για τις δύο πρώτες περιπτώσεις είναι παρόμοια. Αντίθετα, στη τρίτη περίπτωση, το σχεδιάγραμμα της κρουστικής απόκρισης είναι περίπου το ανακλασμένο των δύο πρώτων περιπτώσεων. Αυτό μπορεί να συμβαίνει, διότι στην τρίτη περίπτωση, έχουμε τη μεγαλύτερη και τη μικρότερη τιμή των πόλων ταυτόχρονα.



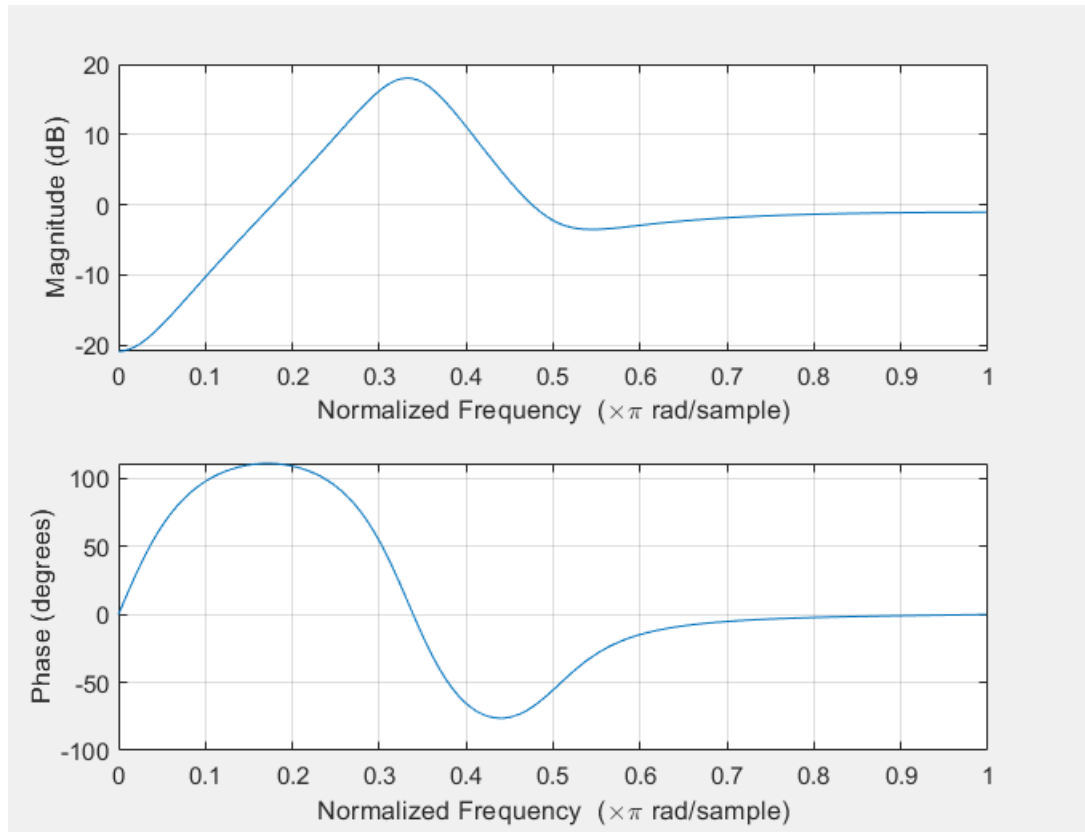
ε) Επανάληψη ερωτημάτων α) και β) για διπλούς πόλους στις θέσεις  $\{0.4 \pm 0.7i\}$ , διατηρώντας τα μηδενικά ως έχουν.

α) Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2ιβ

β) Η απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



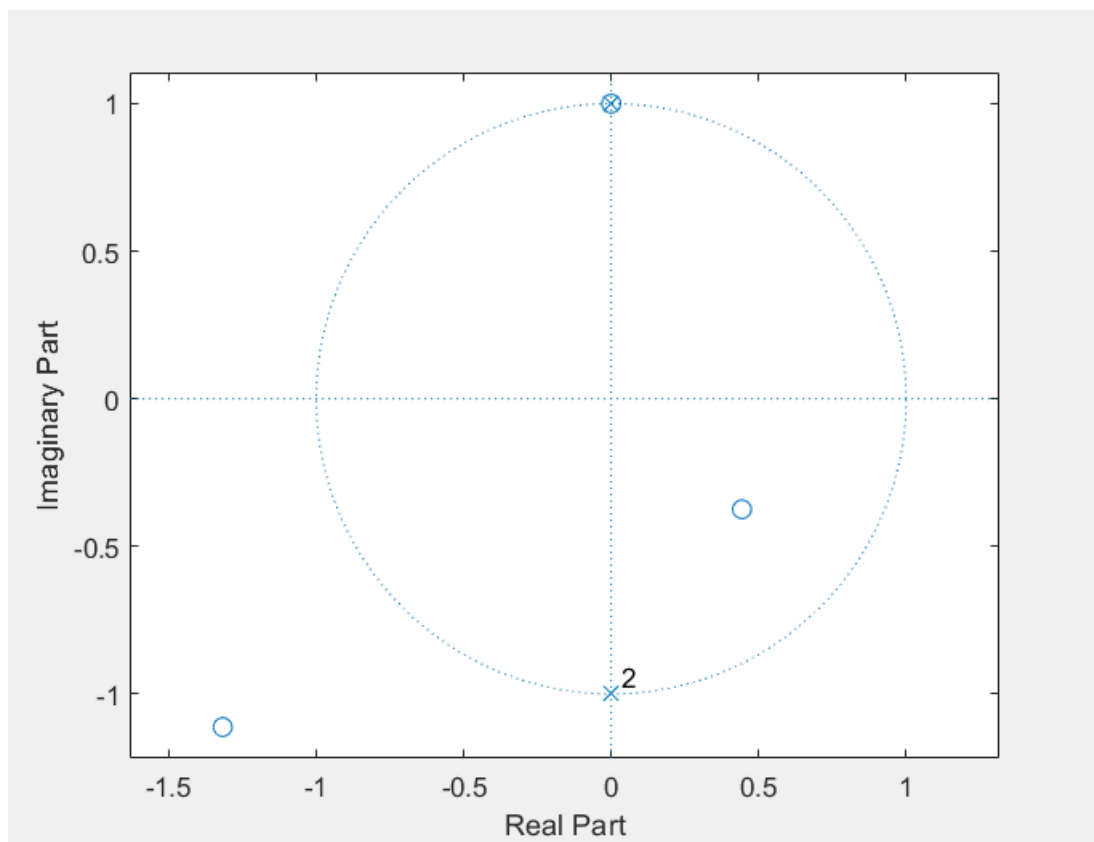
Σχήμα 1.2γ

Παρατηρούμε ότι η ζώνη διέλευσης του φίλτρου εκτείνεται από -20dB έως 18 dB. Οπότε, συμπεραίνουμε ότι πρόκειται για ένα ζωνοπερατό φίλτρο με πεπερασμένη συχνότητα.

στ)

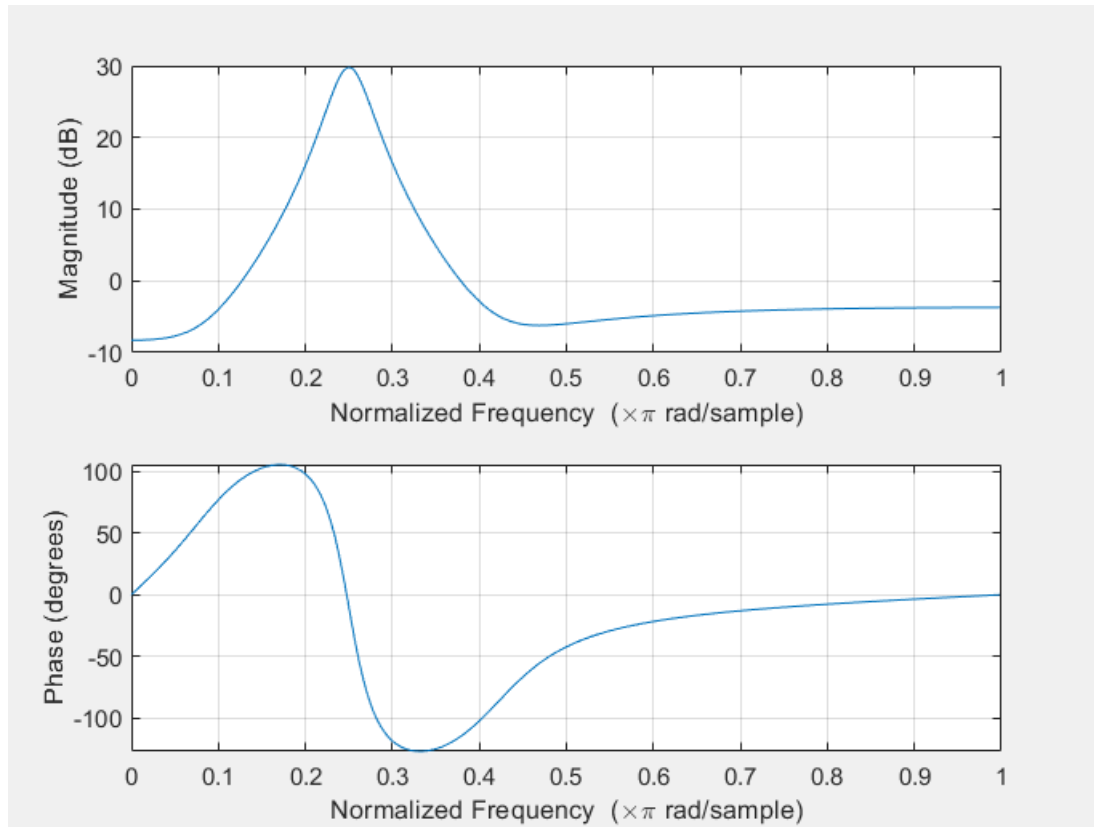
Επανάληψη ερωτημάτων α) και β) για μηδενικά στις θέσεις  $\{0.77 \pm 0.2i, 0.2 \pm 0.77i\}$ , διατηρώντας τους πόλους ως έχουν.

α) Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2ιδ

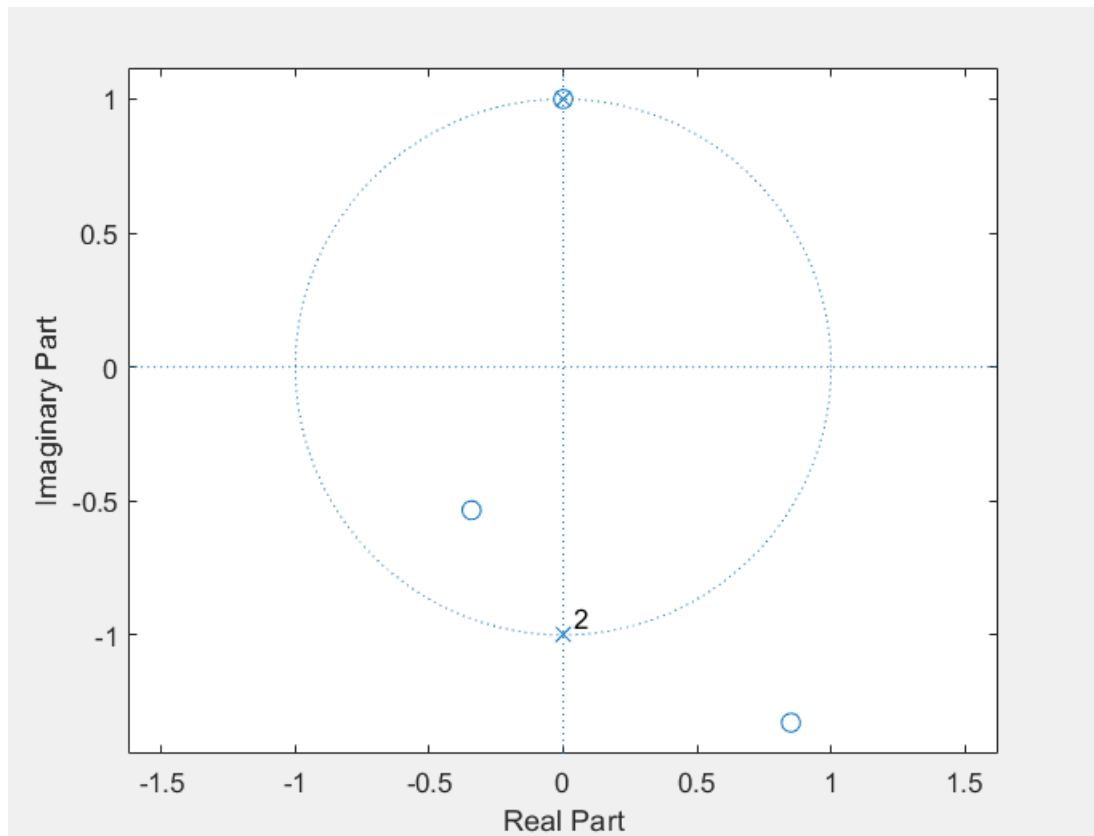
β) Η απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2ε

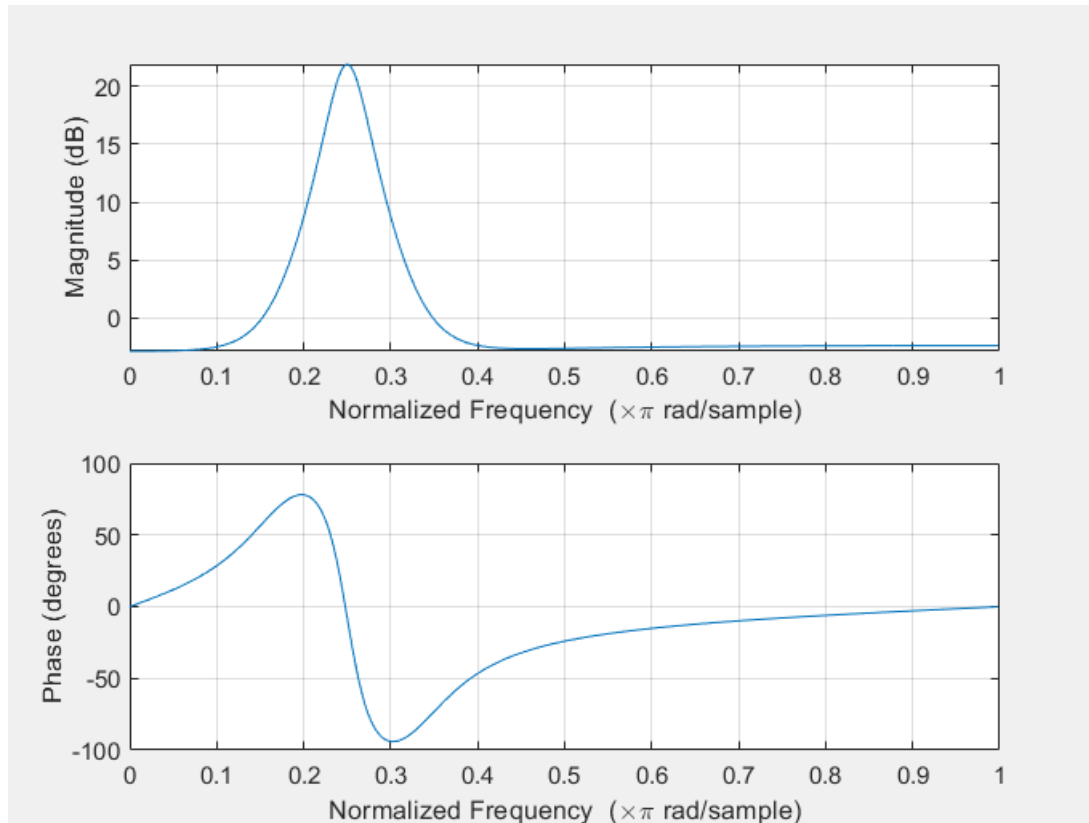
Επανάληψη ερωτημάτων α) και β) για μηδενικά στις θέσεις  $\{0.4 \pm 0.7i, 0.7 \pm 0.4i\}$ , διατηρώντας τους πόλους ως έχουν.

α) Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα πόλων και μηδενικών που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2ιστ

β) Η απόκριση πλάτους και φάσης του φίλτρου που προέκυψαν από τον κώδικα matlab:



Σχήμα 1.2ιζ

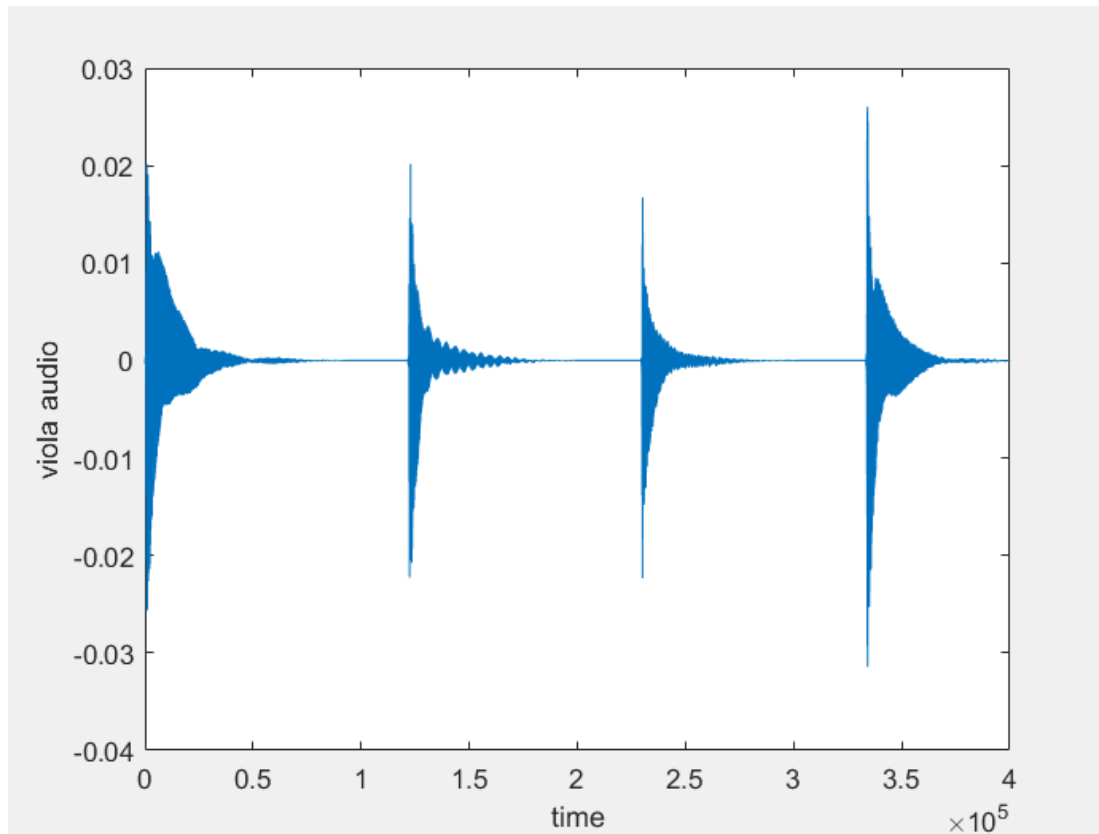
Παρατηρούμε ότι, στην πρώτη περίπτωση, η ζώνη διέλευσης του φίλτρου εκτείνεται από -8 dB έως 30 dB.

Παρατηρούμε ότι, στην δεύτερη περίπτωση, η ζώνη διέλευσης του φίλτρου εκτείνεται από 0 dB έως 25 dB.

Οπότε, συμπεραίνουμε, και στις δύο περιπτώσεις, ότι πρόκειται για ζωνοπερατά φίλτρα με πεπερασμένη συχνότητα.

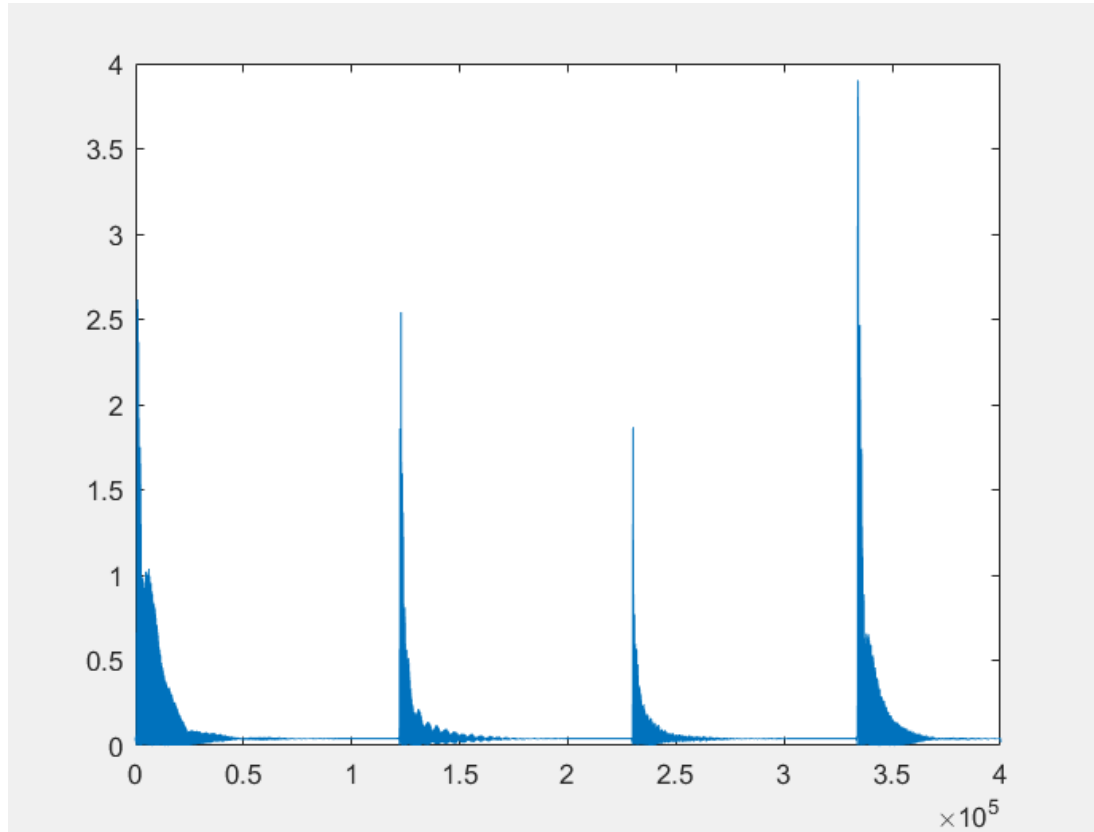
## 2.1 Ανάλυση Μουσικών Σημάτων

α) Η ζητούμενη γραφική για το σήμα από τη βιόλα είναι η παρακάτω:



Σχήμα 2.1α

β) Η ζητούμενη γραφική παράσταση της ενέργειας του σήματος συναρτήσει του χρόνου είναι η παρακάτω:

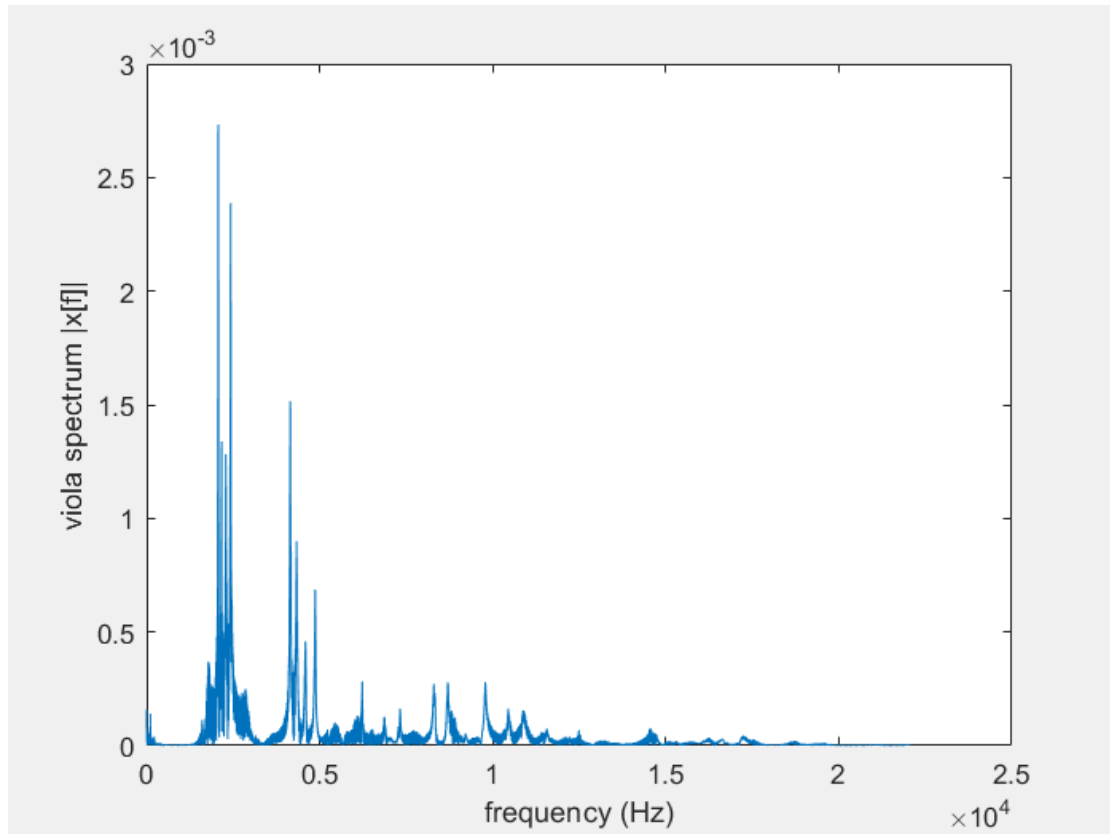


Σχήμα 2.1β

Παρατηρούμε ότι η γραφική αυτή είναι παρόμοια με αυτή του σήματος (ερώτημα (α)) με τη διαφορά ότι, στη προκειμένη περίπτωση, η γραφική έχει μόνο θετικές τιμές ή μηδενικές. Οπότε, η γραφική της ενέργειας του σήματος είναι εκείνη του σήματος, με τη διαφορά ότι έχουν μετατραπεί οι αρνητικές τιμές του σήματος σε μηδενικές. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, αφού ο τύπος της **ενέργειας σήματος περιέχει την εξίσωση σήματος στο τετράγωνο**, οπότε δεν πρέπει να υπάρχουν οι αρνητικές τιμές στην συγκεκριμένη γραφική.

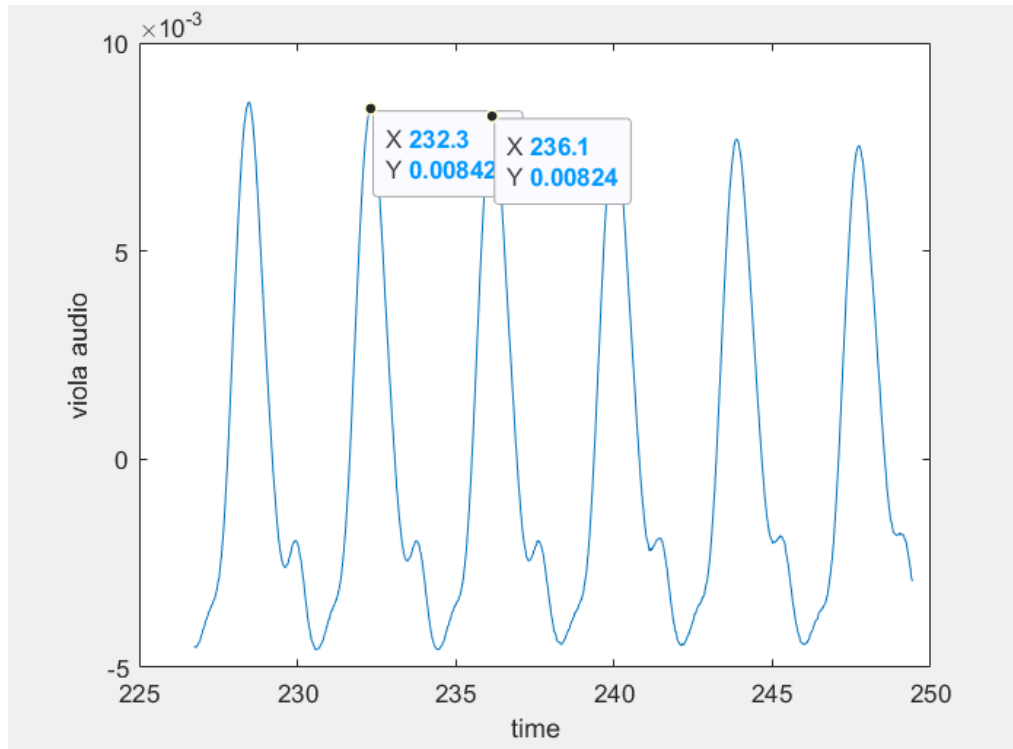


γ) Η γραφική παράσταση του μέτρου φάσματος του σήματος (σε γραμμική κλίμακα) συναρτήσει της συχνότητας είναι η παρακάτω:



Σχήμα 2.1γ

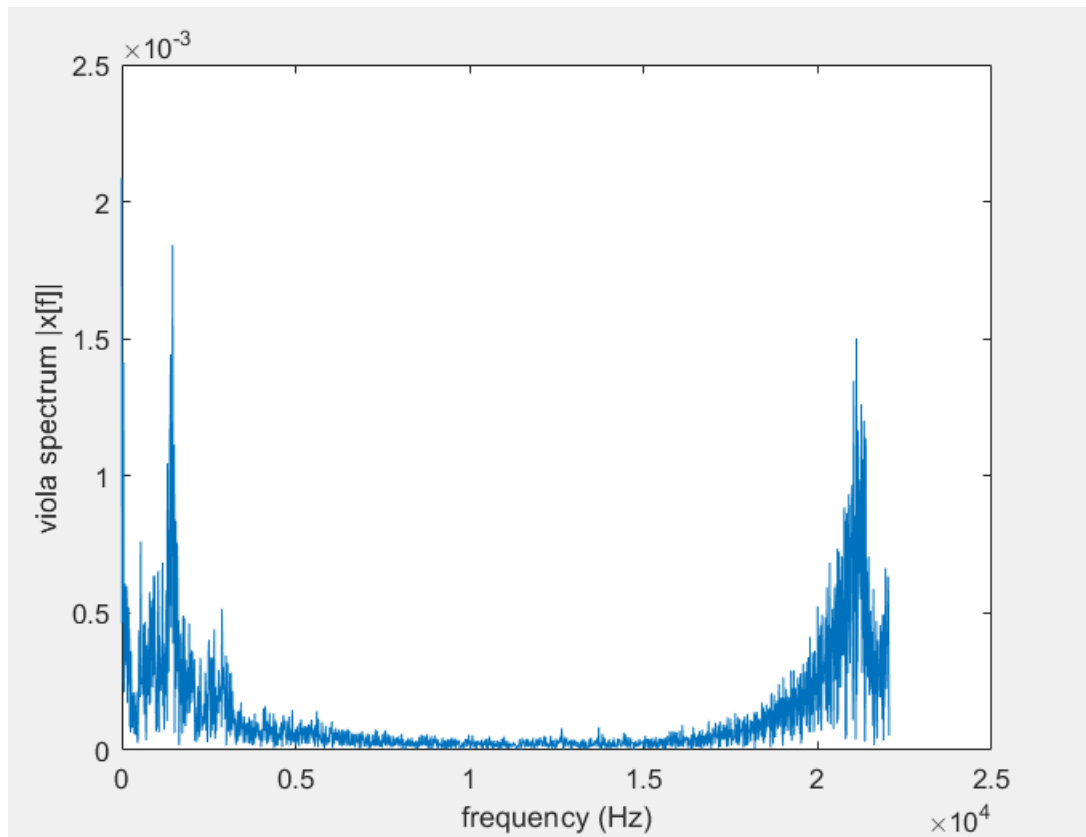
δ) Απομονώνοντας μία νότα, η γραφική που προκύπτει στο πεδίο του χρόνου είναι η παρακάτω:



Σχήμα 2.1δ

Παρατηρούμε ότι το σήμα είναι περιοδικό και θυμίζει αρκετά την ημιτονοειδή συνάρτηση. Αντλώντας στοιχεία από δύο διαδοχικές κορυφές της γραφικής έχουμε ότι  $T = (236,1 - 232,3) 10^3 = 3800$  ms. Επίσης, παρατηρούμε ότι ένα δείγμα είναι 5 s. Οπότε η περίοδος ανά δείγματα είναι 760 ms ανά δείγμα.

ε) Παρακάτω απεικονίζεται το μέτρο φάσματος συναρτήσει της συχνότητας (Hz):



Σχήμα 2.1ε

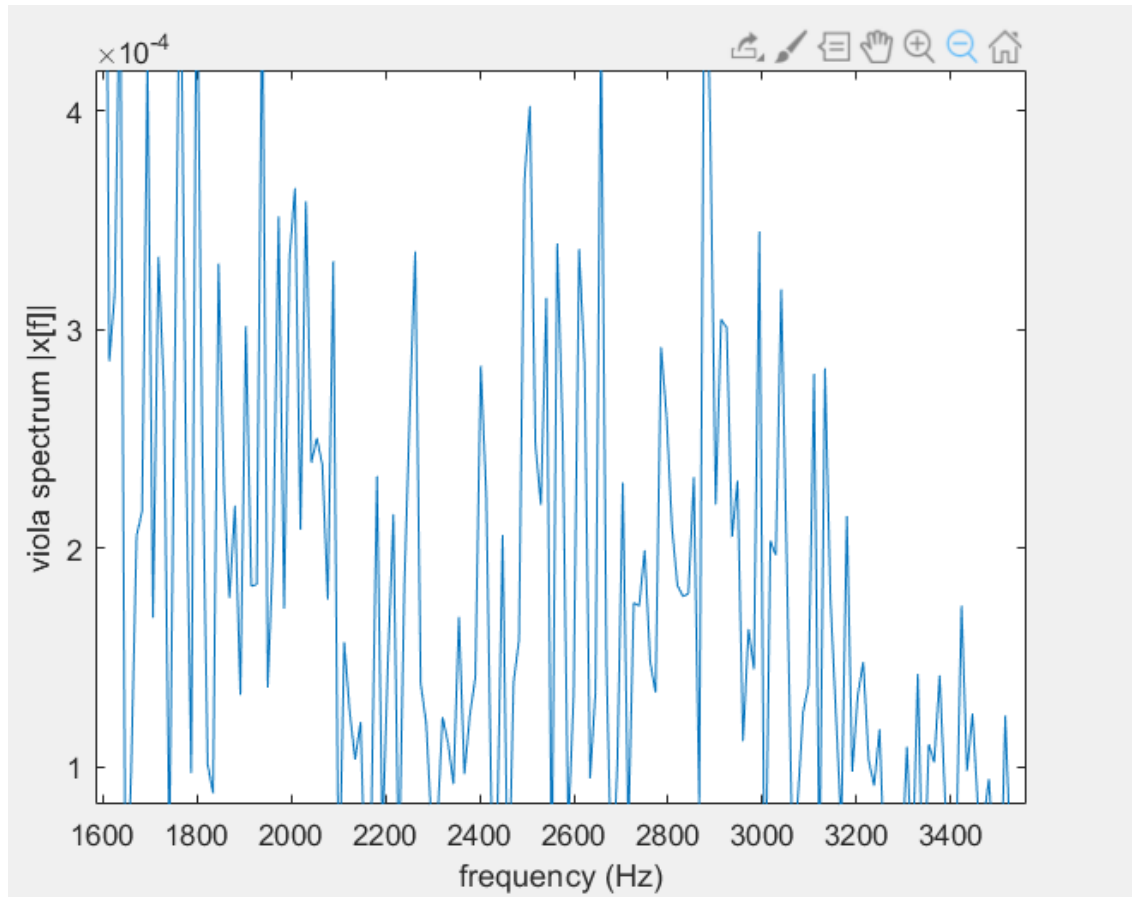
Η θεμελιώδης συχνότητα είναι  $f_{\max} = 2,205 \times 10^4$  Hz. Ισχύει ότι  $f = 2f_{\max}$ , αφού  $f = 44,1$  kHz. Οπότε, αφού  $T = \frac{1}{f}$  η σχέση θεμελιώδους συχνότητας και περιόδου επιβεβαιώνεται.

Παρατηρούμε ότι η μορφή του φάσματος είναι σχεδόν συμμετρική με κέντρο συμμετρίας την συχνότητα  $1,25 \times 10^4$  Hz (περίπου).

Αν μεγεθύνουμε την γραφική σε κάποιο σημείο της γραφικής, παρατηρούμε ότι εμφανίζονται αρμονικές υψηλότερης τάξης

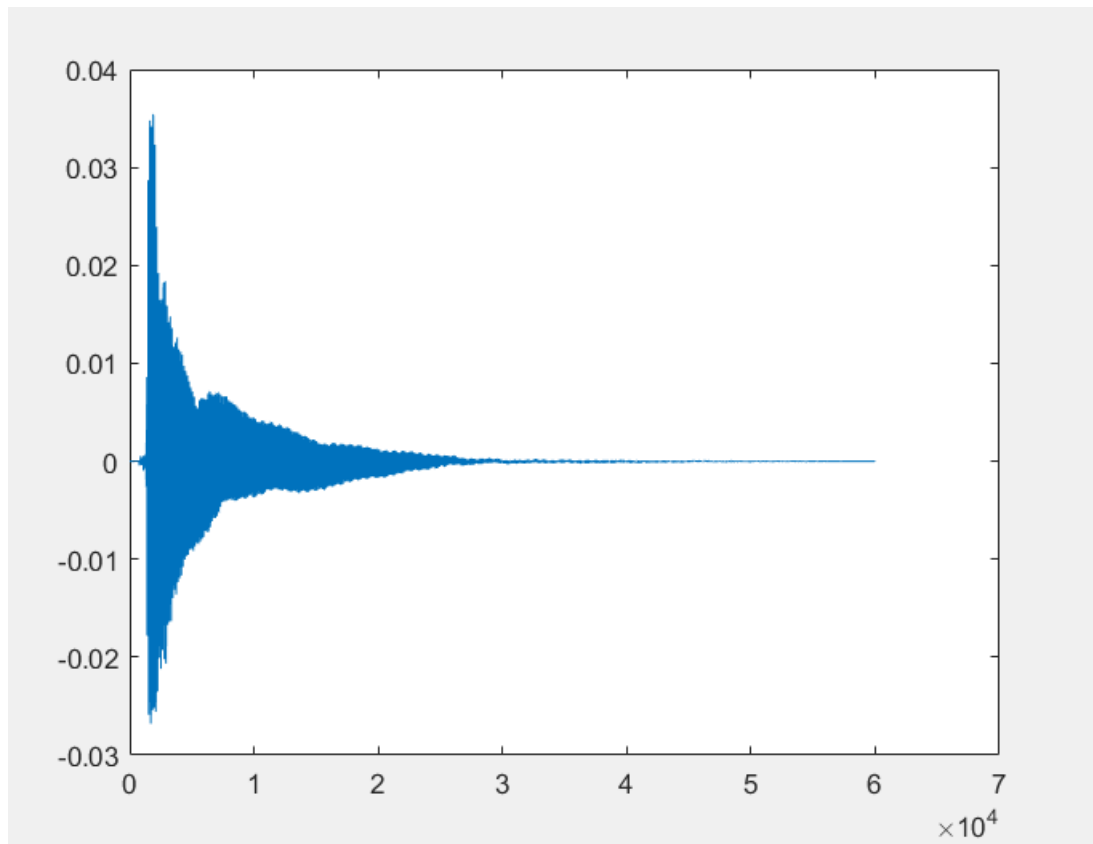
Το DFT που κατασκευάσαμε στο γ) ερώτημα είναι, στο περίπου, μία διαδοχική σειρά της γραφικής του ερωτήματος αυτού με μειωμένα μέγιστα φάσματα ανά επανάληψη.

Παρακάτω, φαίνεται η ζητούμενη γραφική μεγεθυμένη σε κάποιο σημείο της γραφικής:



Σχήμα 2.1στ

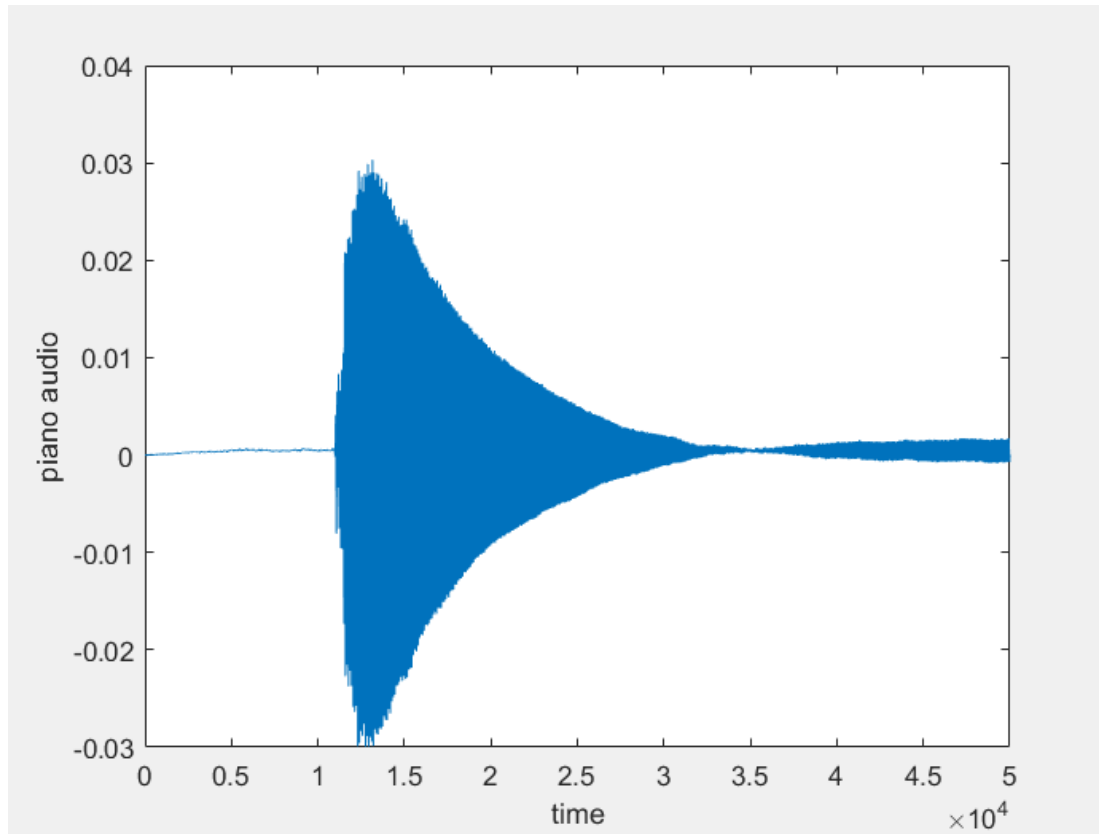
στ) Παρακάτω απεικονίζεται το σήμα του αρχείου viola\_note.wav:



Σχήμα 2.1ζ

## 2.2 Εφαρμογή Φίλτρων για τη Δημιουργία Ηχούς και Αντήχησης εφέ σε Μουσικά Σήματα

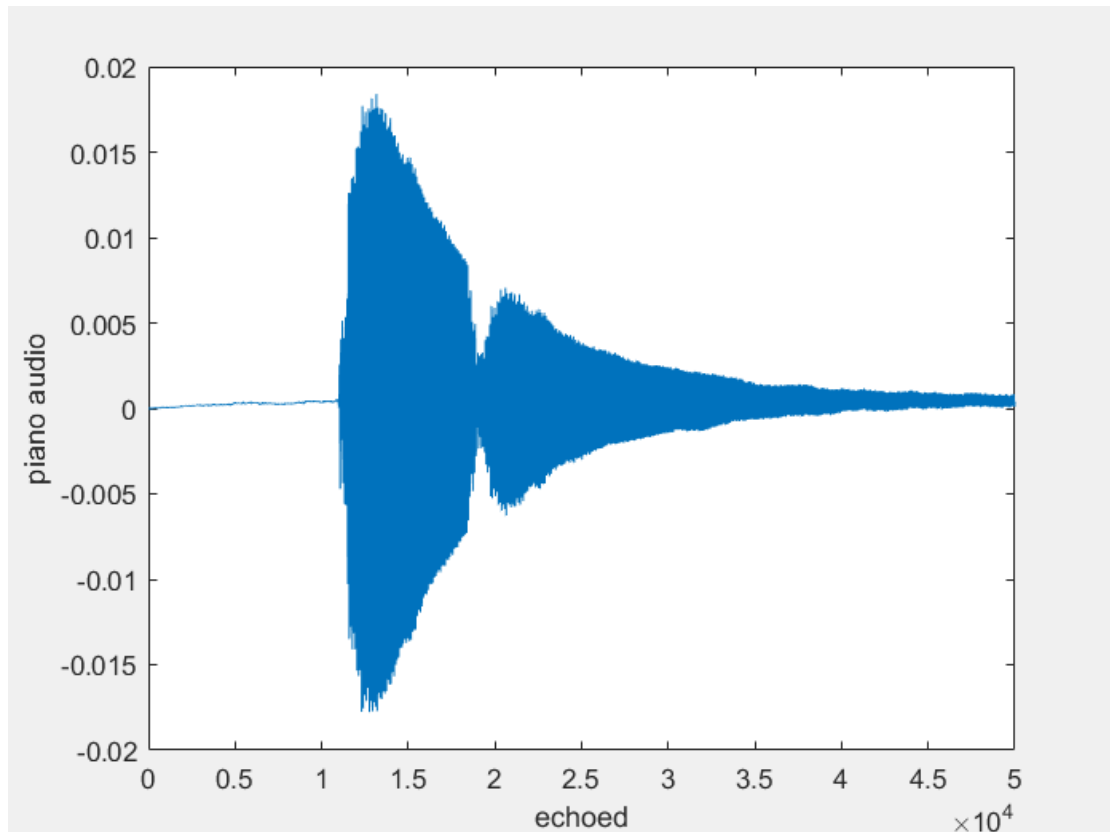
α) Η ζητούμενη γραφική για το σήμα από το πιάνο είναι η παρακάτω:



Σχήμα 2.2α

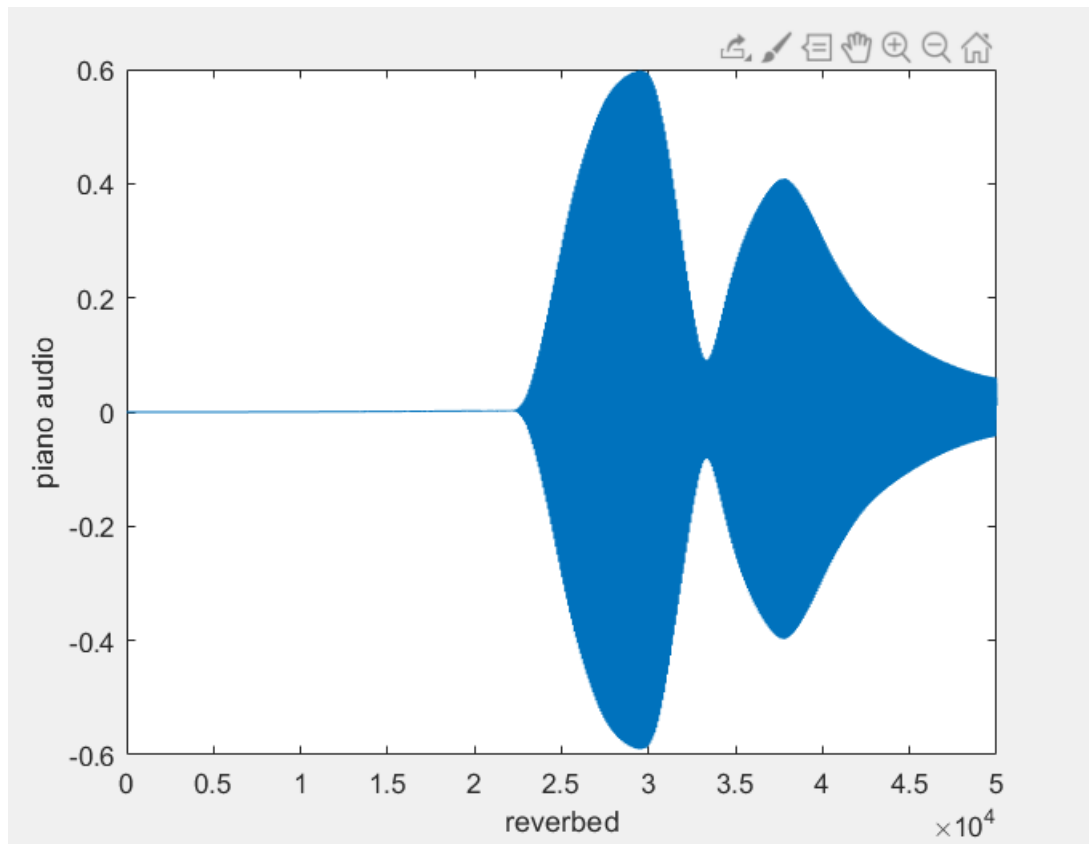
β) Βρίσκοντας τον χρόνο που αντιστοιχεί σε ένα δείγμα και το πλήθος των δειγμάτων που αντιστοιχεί σε 0.15 sec, υπολογίζουμε ότι  $P \approx 7448$ .

Παρακάτω, απεικονίζεται το φίλτρο ηχούς:



Σχήμα 2.2β

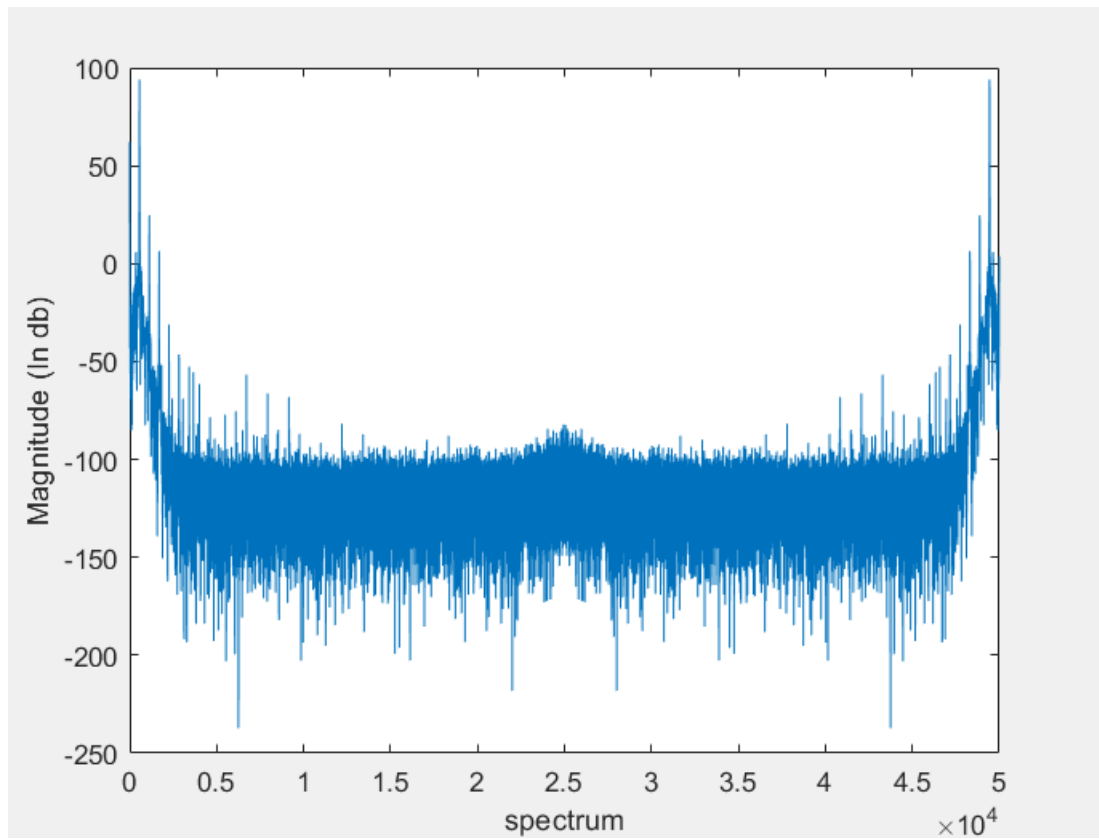
Παρακάτω, απεικονίζεται το φίλτρο αντήχησης:



Σχήμα 2.2γ

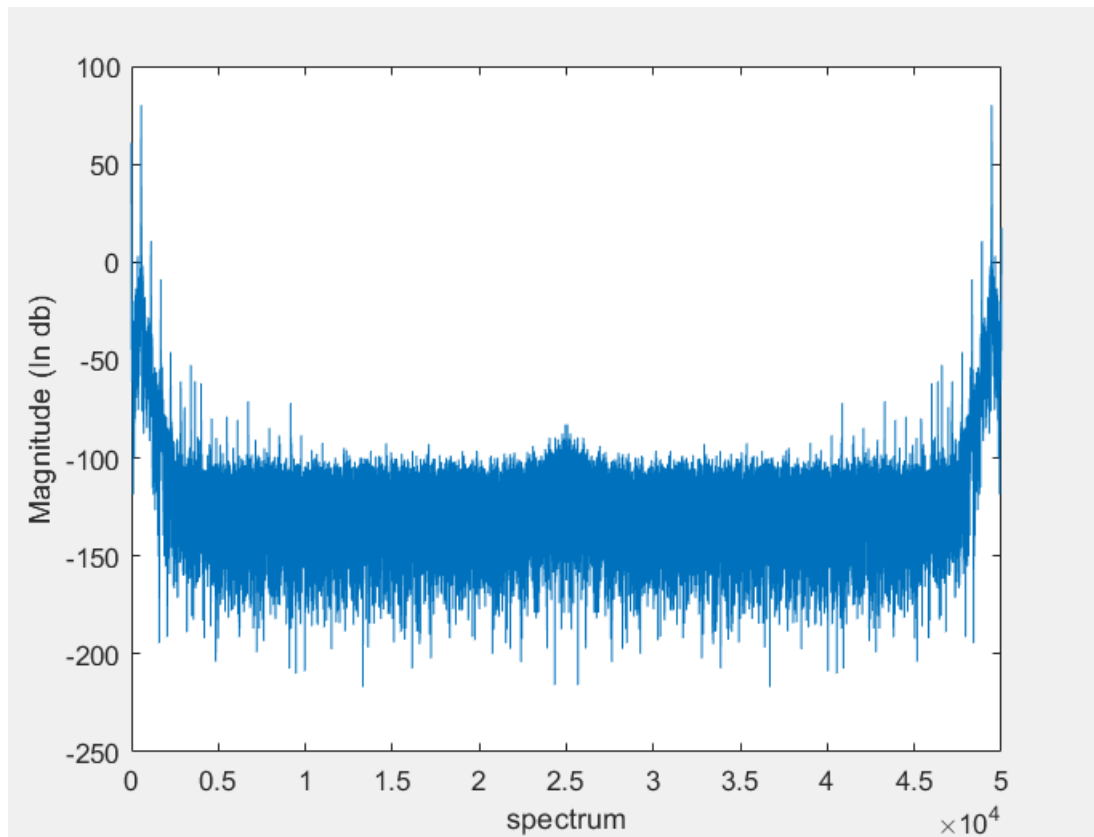


γ) Παρακάτω, απεικονίζεται το μέτρο του φάσματος του αρχικού σήματος:



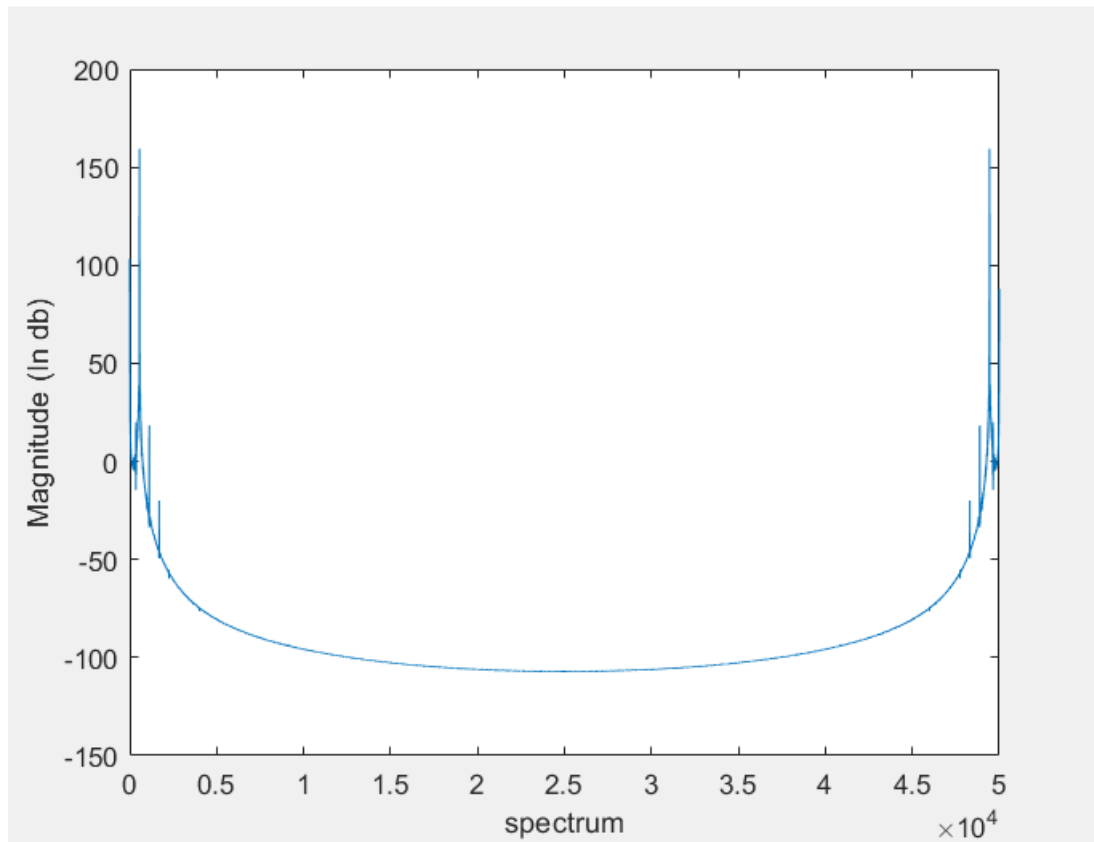
Σχήμα 2.2δ

Παρακάτω, απεικονίζεται το μέτρο του φάσματος του σήματος ηχούς:



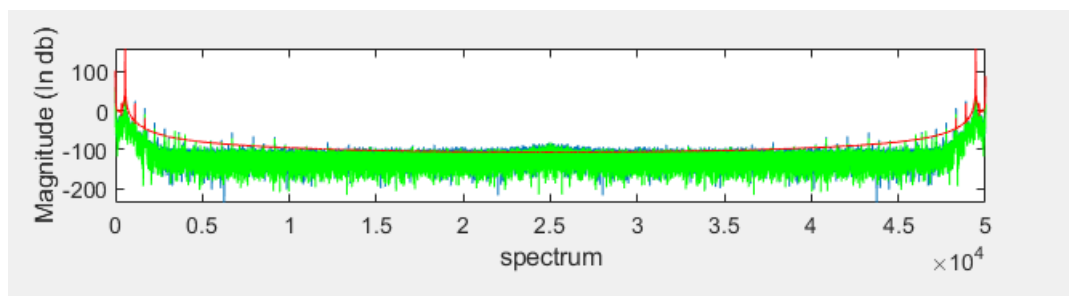
Σχήμα 2.2ε

Παρακάτω, απεικονίζεται το μέτρο του φάσματος του σήματος αντήχησης:



Σχήμα 2.2στ

Τις παραπάνω απεικονίσεις συγκεντρώνουμε σε ένα διάγραμμα:



Σχήμα 2.2ζ

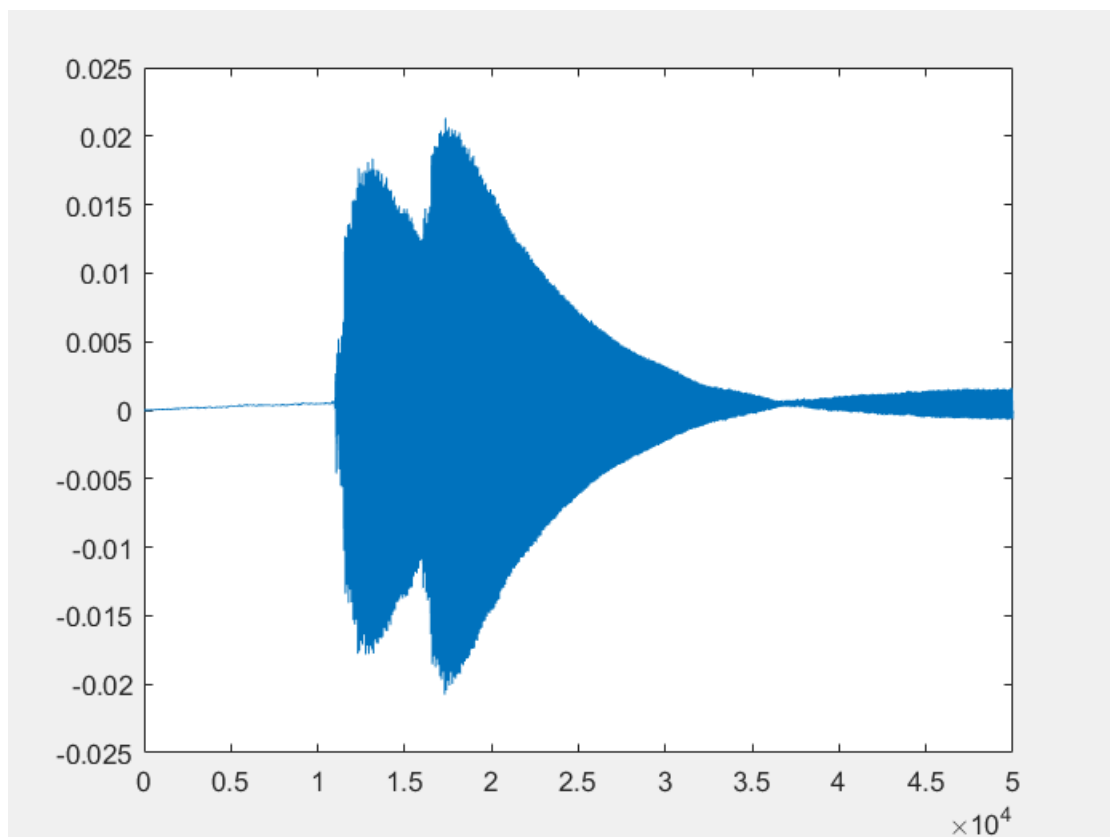
Με μπλε απεικονίζεται το αρχικό σήμα, με πράσινο το σήμα ηχούς και με κόκκινο το σήμα αντήχησης.

Παρατηρούμε ότι το σήμα ηχούς είναι παρόμοιο με εκείνο του αρχικού σήματος. Αυτό συμβαίνει γιατί στο demo που μας δόθηκε, ακούγεται η νότα κάθε φορά. Οπότε αν απομονώσουμε μία νότα και εκτελέσουμε ηχώ στο διάστημα αυτό, θα προκύψει στο περίπου το αρχικό demo που μας δόθηκε.

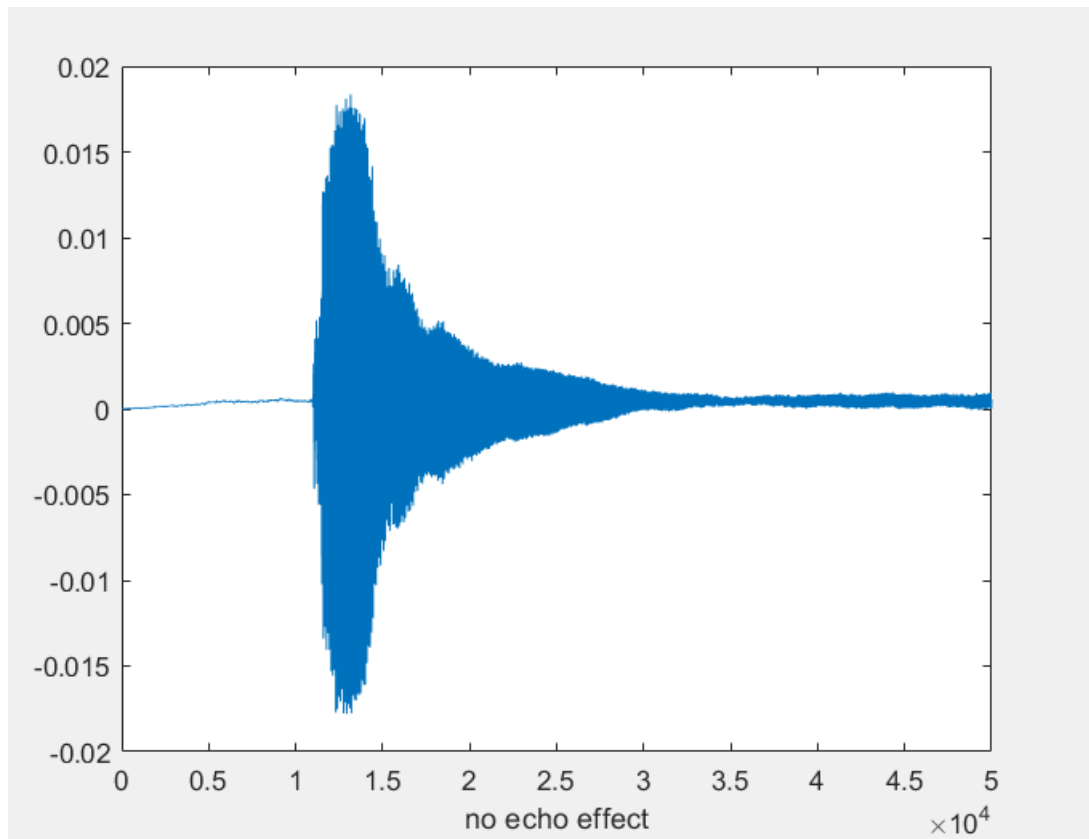
δ)

Τροποποιούμε την παράμετρο  $P$  ώστε να αντιστοιχεί σε μικρότερα τμήματα καθυστέρησης ηχούς.

Με διάφορες δοκιμές, παρατηρούμε ότι για  $P = 2995$  σταματάει να γίνεται αντιληπτό το echo effect. Παρακάτω, απεικονίζονται διαδοχικά τα σήματα ηχούς με παράμετρο  $P = 4999$  ώστε να αντιστοιχεί σε μικρότερα τμήματα καθυστέρησης ηχούς και με παράμετρο  $P = 2995$  ώστε να μη γίνεται αντιληπτό το echo effect.



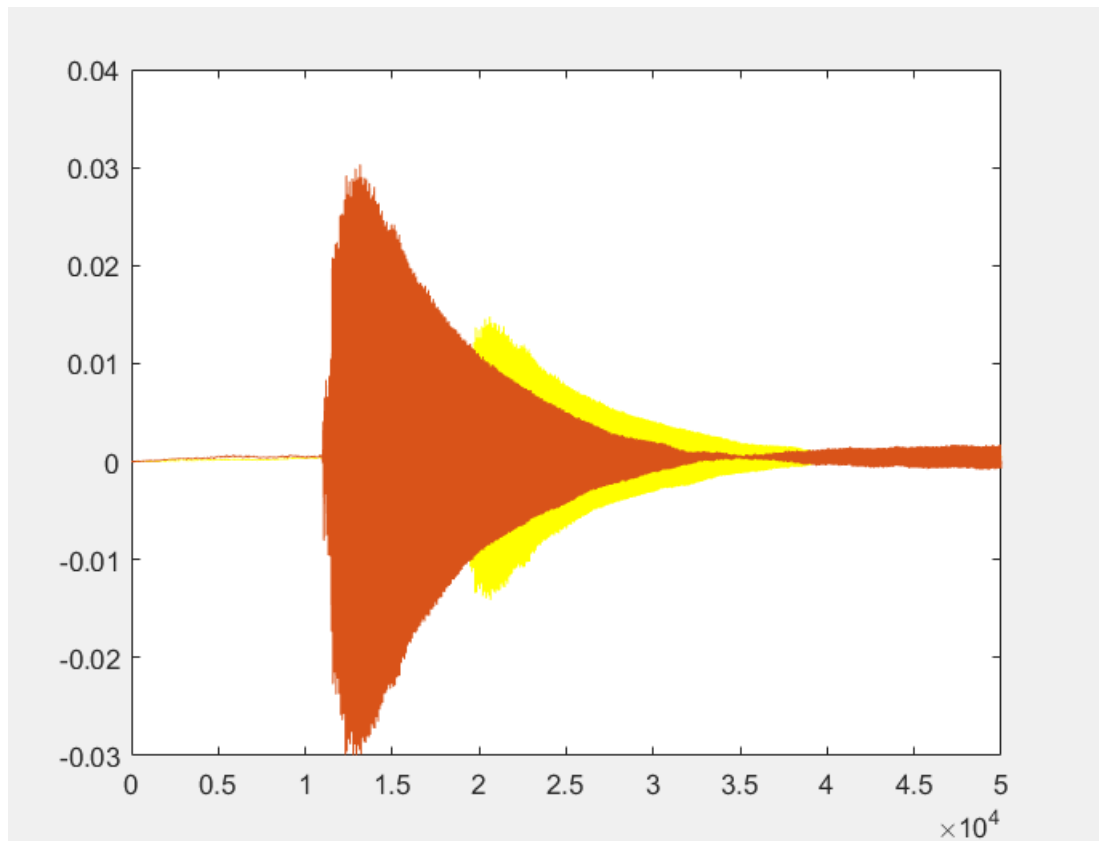
Σχήμα 2.2η



Σχήμα 2.20

στ) Για να υπάρξει απαλοιφή αντήχησης από το δοσμένο σήμα γίνεται αν τα νέα διανύσματα είναι ίσα και ανάποδα από εκείνα του δοσμένου σήματος.

Παρακάτω, απεικονίζονται στο ίδιο διάγραμμα το αρχικό σήμα (πορτοκαλί χρώμα) με το σήμα αντήχησης (κίτρινο χρώμα):



Σχήμα 2.2ι

Παρατηρούμε ότι πρόκειται για παρόμοιες γραφικές με τη διαφορά ότι το σήμα αντήχησης καταλαμβάνει μικρότερο εύρος ακουστικών συχνοτήτων από το αρχικό σήμα και συγκεκριμένα το μισό του αρχικού σήματος.