

ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

29 Νοεμβρίου 2023

Σειρά 5

Άσκηση 1

Σε μια σειρά όμοιων (και ανεξάρτητων) ιπποδρομιών τρέχουν έξι άλογα με πιθανότητες να κερδίσουν

$$(1/4, 1/5, 1/5, 1/7, 3/28, 1/10).$$

Οι αντίστοιχες αποδόσεις από το γραφείο στοιχημάτων είναι $(4, 5, 5, 7, 10, 10)$. Ένας παίκτης αρχικά διαθέτει ένα ποσό B_0 , ενώ παριστάνουμε με B_k το ποσό του μετά την k -οστή ιπποδρομία. Σε κάθε ιπποδρομία ο παίκτης έχει τη δυνατότητα να βάλει στην άκρη ένα ποσοστό b_0 του τρέχοντος ποσού του και να στοιχηματίσει ένα ποσοστό b_i στο άλογο i (τα ποσοστά αυτά μπορούν να διαφέρουν ανά ιπποδρομία). Ο παίκτης μπορεί αν θέλει να στοιχηματίσει κάποιο ποσό σε μερικά ή σε όλα τα άλογα, αλλά προφανώς $b_0 + b_1 + \dots + b_6 = 1$.

1. Ποια είναι η βέλτιστη κατανομή στοιχήματος (b_0, b_1, \dots, b_6) στην k ιπποδρομία;
2. Με ποιο παράγοντα έχει πολλαπλασιασθεί το ποσό του παίκτη μετά από δέκα ιπποδρομίες, δηλαδή πόσο είναι το πηλίκο B_{10}/B_0 ;
3. Αν ο παίκτης αποφασίσει να παίζει σε όλες τις ιπποδρομίες σύμφωνα με το ολλανδικό στοιχείμα, πόσο θα είναι το πηλίκο B_{10}/B_0 ;

Στη συνέχεια το γραφείο αποφασίζει να μειώσει κάπως τις αποδόσεις, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές αποδόσεις με τον ίδιο συντελεστή $19/20$.

4. Ποια είναι τότε η βέλτιστη κατανομή $(b_0, b_1, b_2, \dots, b_6)$ σε κάθε ιπποδρομία;
5. Ποιο είναι το πηλίκο B_{10}/B_0 μετά από δέκα ιπποδρομίες;

Άσκηση 2

Να κατεβάσετε από το Project Gutenberg ένα έργο του Shakespeare της επιλογής σας.

1. Να υπολογίσετε τη συχνότητα που έχει κάθε γράμμα του αγγλικού αλφαβήτου ή το κενό (συνολικά 27 σύμβολα), αγνοώντας όλα τα άλλα σύμβολα (σημεία στίξης κ.λπ.) και μη διακρίνοντας τα κεφαλαία από τα πεζά (μικρά).
2. Πόση είναι η εντροπία ανά χαρακτήρα που προκύπτει;
3. Να γεννήσετε ένα τυχαίο κείμενο μήκους 100 χαρακτήρων σύμφωνα με την προσέγγιση πρώτης τάξης, δηλαδή σύμφωνα με τις σχετικές συχνότητες που έχουν προκύψει στο πρώτο ερώτημα.
4. Να κάνετε τα ίδια για ζεύγη χαρακτήρων, να βρείτε την εντροπία ανά χαρακτήρα και να γεννήσετε ομοίως ένα κείμενο με προσέγγιση δεύτερης τάξης.
5. Να προχωρήσετε ομοίως σε ανώτερες τάξεις μέχρις εκεί που νομίζετε ότι είναι εφικτό.

Σημείωση: Αν θέλετε μπορείτε εναλλακτικά να κάνετε την άσκηση με την ελληνική γλώσσα, κατεβάζοντας από την ίδια πηγή ένα ελληνικό κείμενο και παραβλέποντας επίσης τόνους ή πνεύματα (κατά περίπτωση), δηλαδή χρησιμοποιώντας 24 γράμματα και το κενό (συνολικά 25 σύμβολα).