ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Μάθημα: Ψηφιακές Επικοινωνίες Ι

Ονοματεπώνυμο: Ειρήνη Δόντη

Α.Μ: 03119839

1η Σειρά Ασκήσεων

Αθήνα 2022

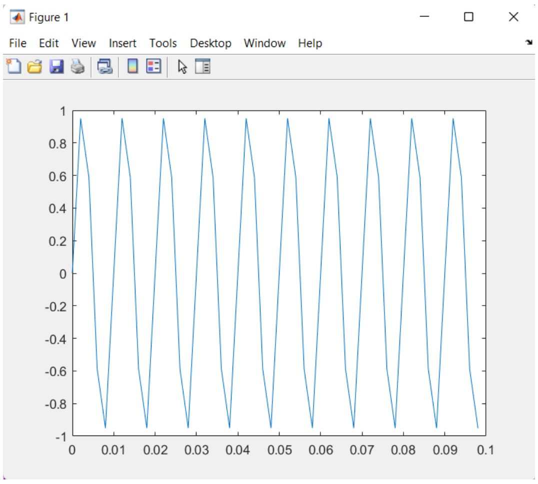
Περιεχόμενα

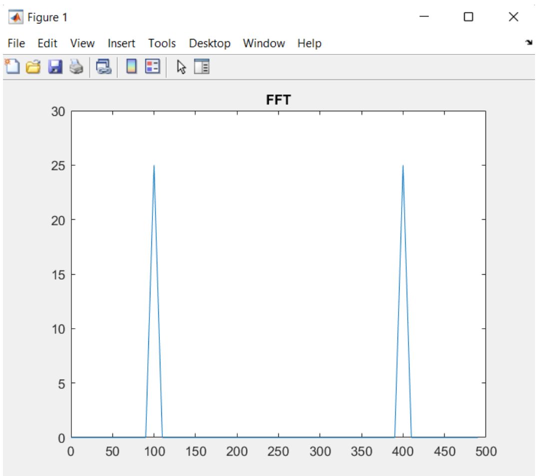
Μέρος 2: Δειγματοληψία – Ψηφιοποίηση

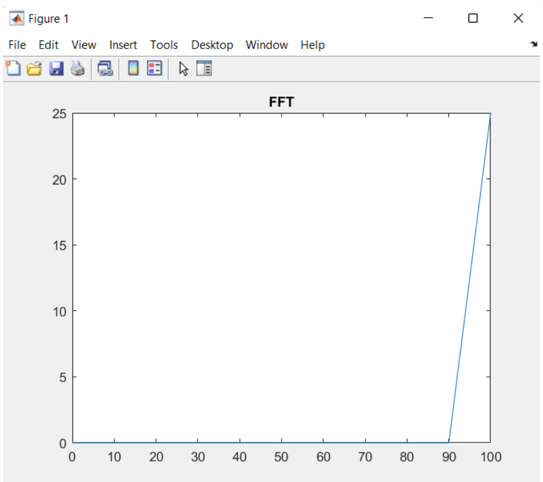
Δοκιμάζουμε τις εντολές στο παράθυρο εντολών του MATLAB και έπειτα αποθηκεύουμε την εργασία σε αρχείο με όνομα lab_2_19839.m.

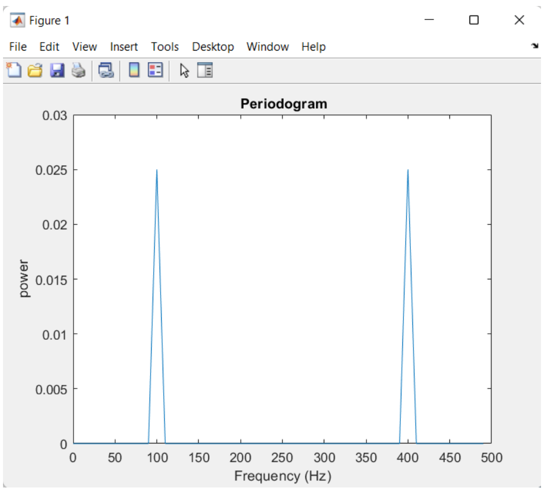
Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα για τιμές fs = 500, 1000, 2000 Hz.

❖ Αλλάζουμε τις τιμές της συχνότητας δειγματοληψίας σε fs = 500 Hz. Οπότε, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

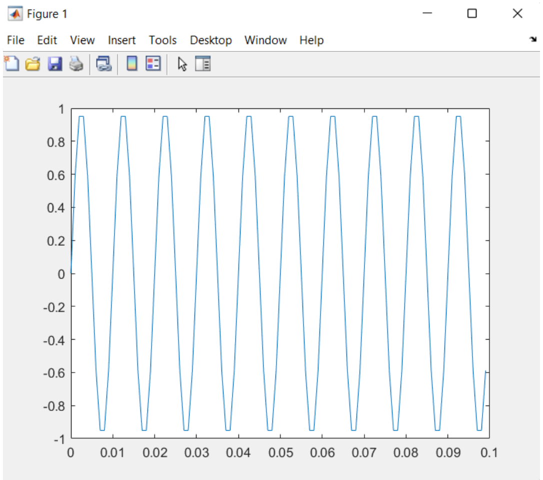


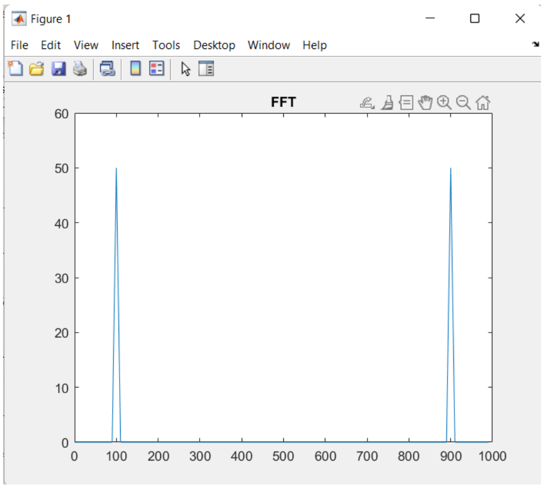


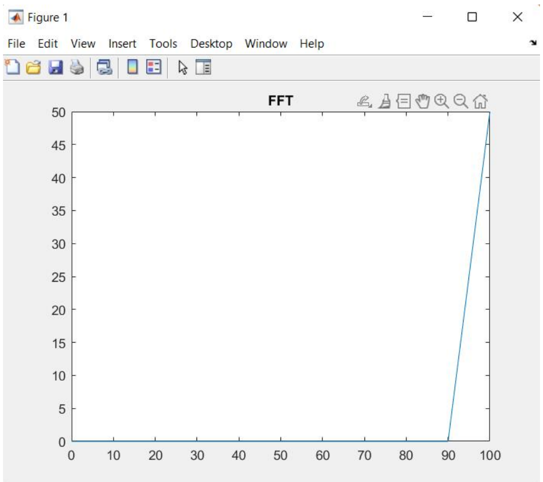


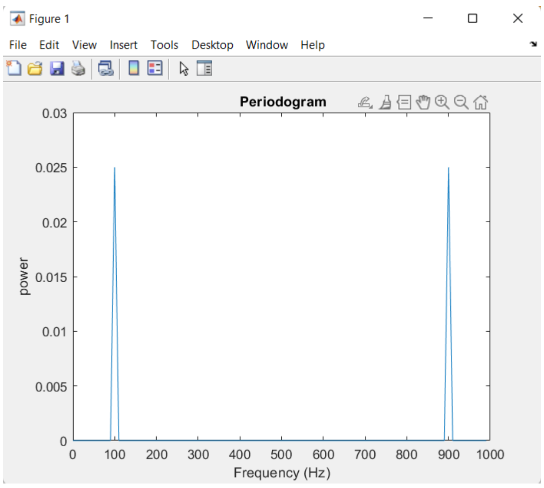


❖ Αλλάζουμε τις τιμές της συχνότητας δειγματοληψίας σε fs = 1000 Hz. Οπότε, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

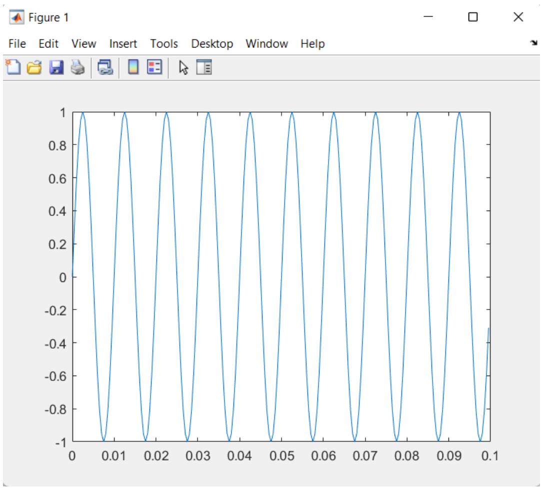


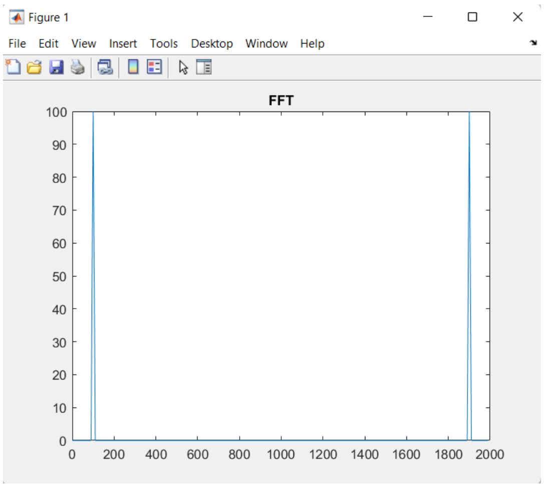


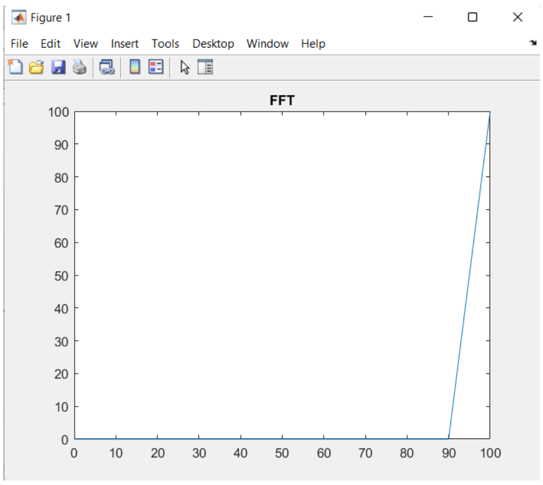


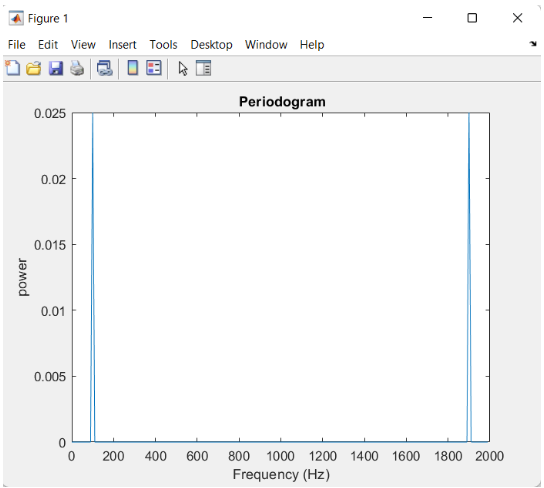


❖ Αλλάζουμε τις τιμές της συχνότητας δειγματοληψίας σε fs = 2000 Hz. Οπότε, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:









Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση του αρχικού σήματος (διάγραμμα αριστερά και πάνω) παραμένει περίπου ίδια για όλες τις διαφορετικές τιμές της συχνότητας δειγματοληψίας fs.

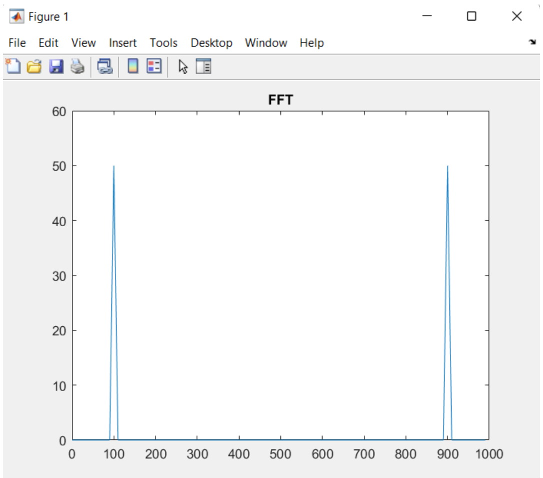
Επίσης, περίπου ίδια παραμένει και η γραφική παράσταση του πλάτους FFT στην περιοχή 0 ως 100 με κλίμακα 0 ως L/2 (διάγραμμα αριστερά και κάτω) με τη μόνη διαφορά ότι για fs=500 Hz, το πλάτος του διακριτού μετασχηματισμού Fourier είναι το μισό από εκείνο με fs=1000 Hz και το τετραπλάσιο από εκείνο με fs=2000 Hz. Αυτό είναι λογικό, καθώς το πλάτος του διακριτού μετασχηματισμού εξαρτάται από τη συχνότητα fs.

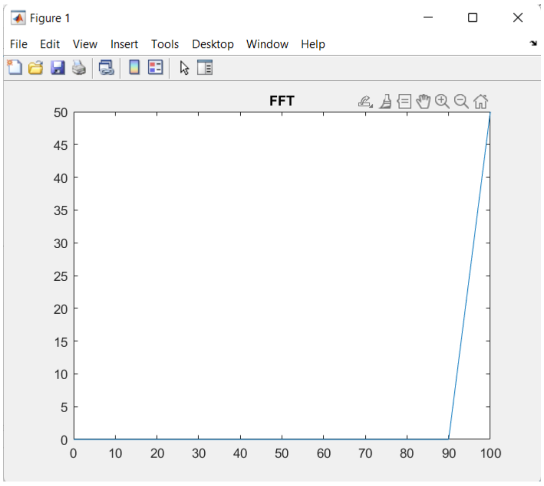
Παρόμοια ισχύουν και για τα πλάτη της γραφικής παράσταση του πλάτους FFT για τα N σημεία. Σε αυτή την περίπτωση, οι συνιστώσες του διαγράμματος είναι κοντά στις συχνότητες 100 Hz και fs-100 Hz, γεγονός που είναι λογικό, καθώς η συχνότητα του σήματος είναι f=100 Hz.

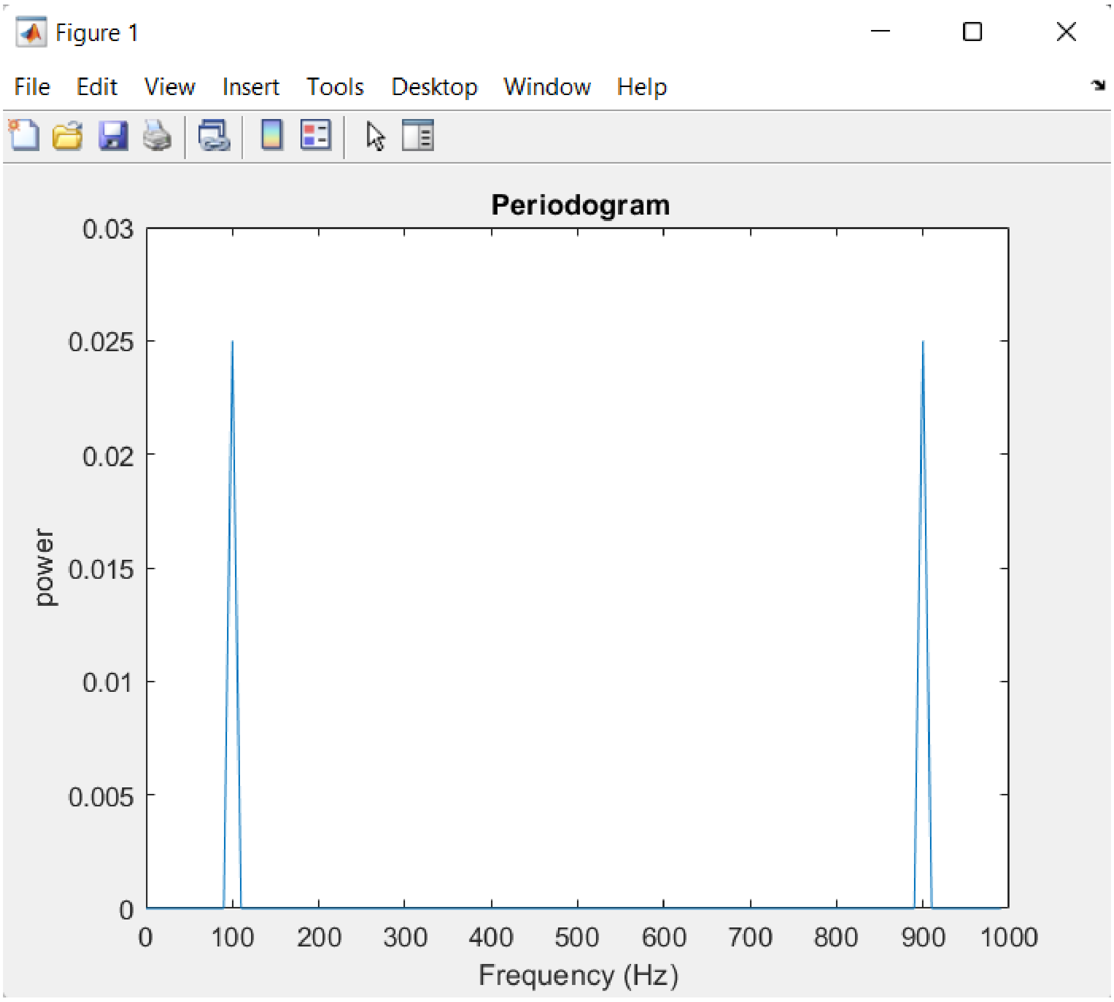
Τέλος, το περιοδόγραμμα για κάθε συχνότητα δειγματοληψίας (διάγραμμα δεξιά και κάτω) είναι παρόμοιο με το διάγραμμα πλάτους FFT για N σημεία στις συχνότητες που αναπαρίστανται. Το μόνο που αλλάζει είναι η πυκνότητα φασματικής ισχύος η οποία είναι ίδια για κάθε τιμή της fs. Το παραπάνω είναι λογικό, καθώς η μέγιστη πυκνότητα φασματικής ισχύος είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα δειγματοληψίας.

Ακολούθως, για fs=1000 Hz μεταβάλλουμε το μήκος μετασχηματισμού Fourier:

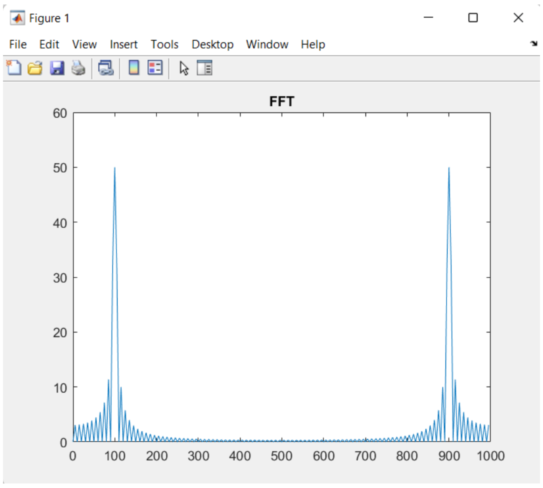
❖ Για μήκος μετασχηματισμού Fourier N=L, έχουμε:

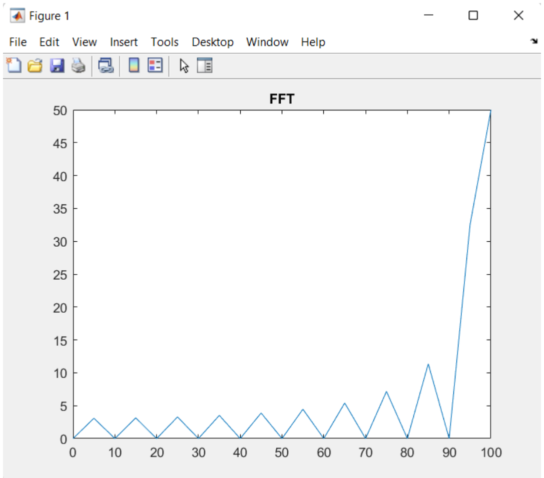


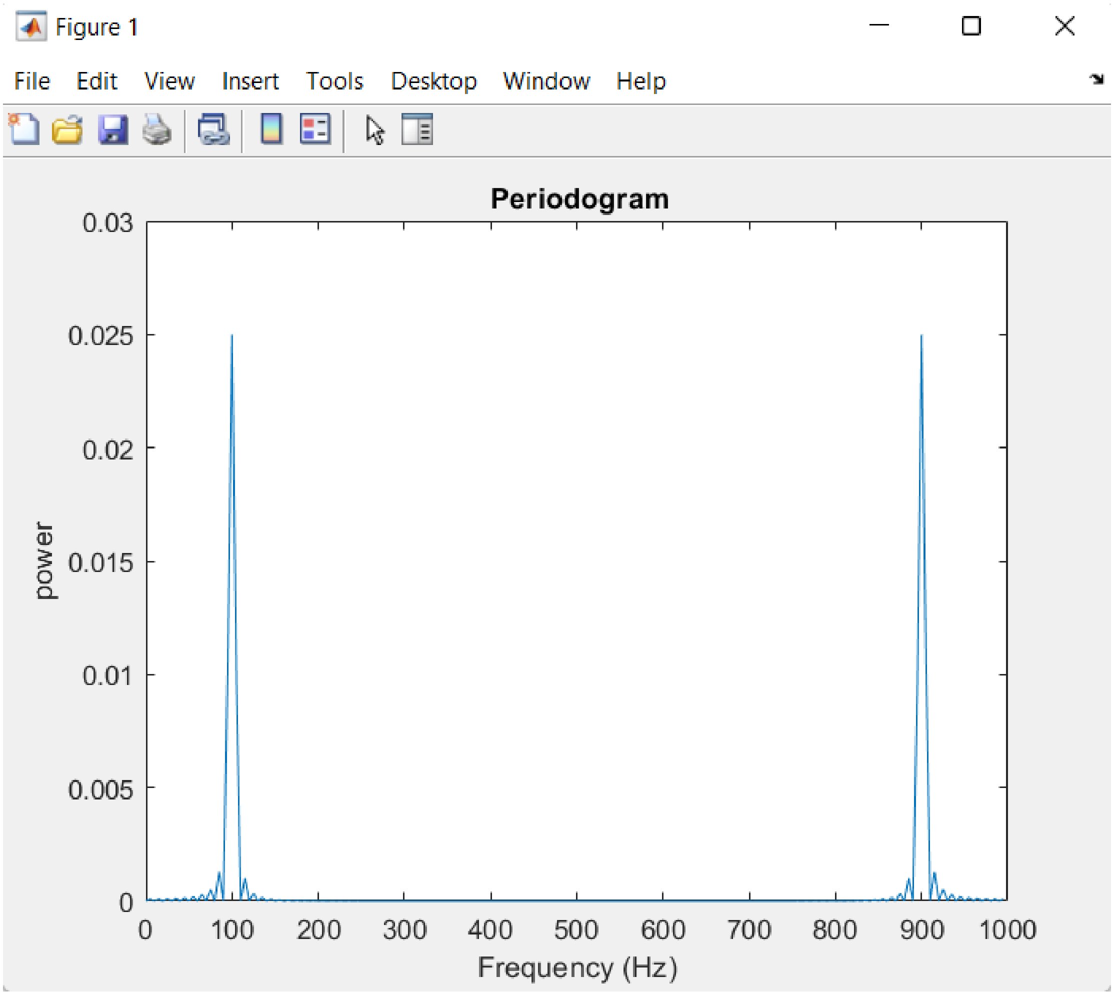




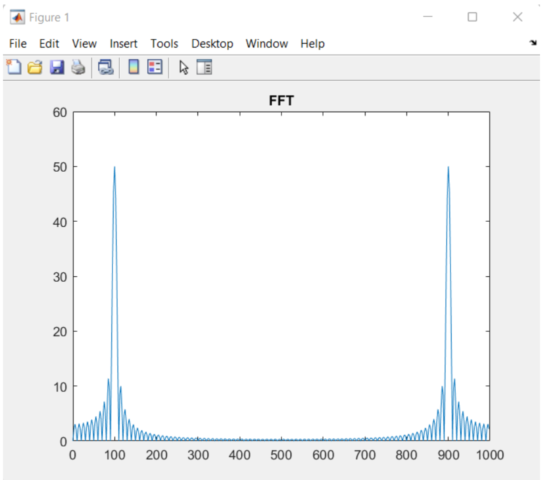
❖ Για μήκος μετασχηματισμού Fourier N= 2L, έχουμε:

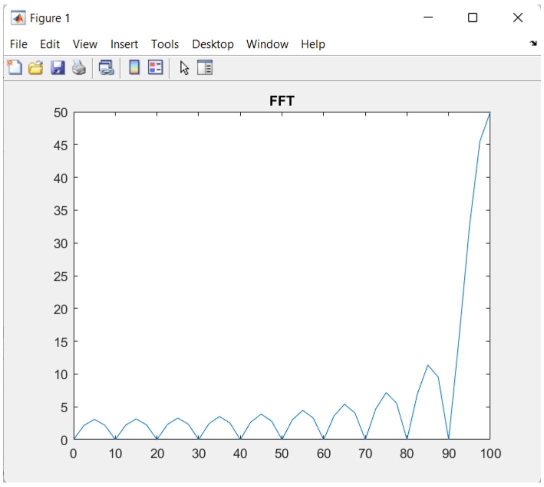


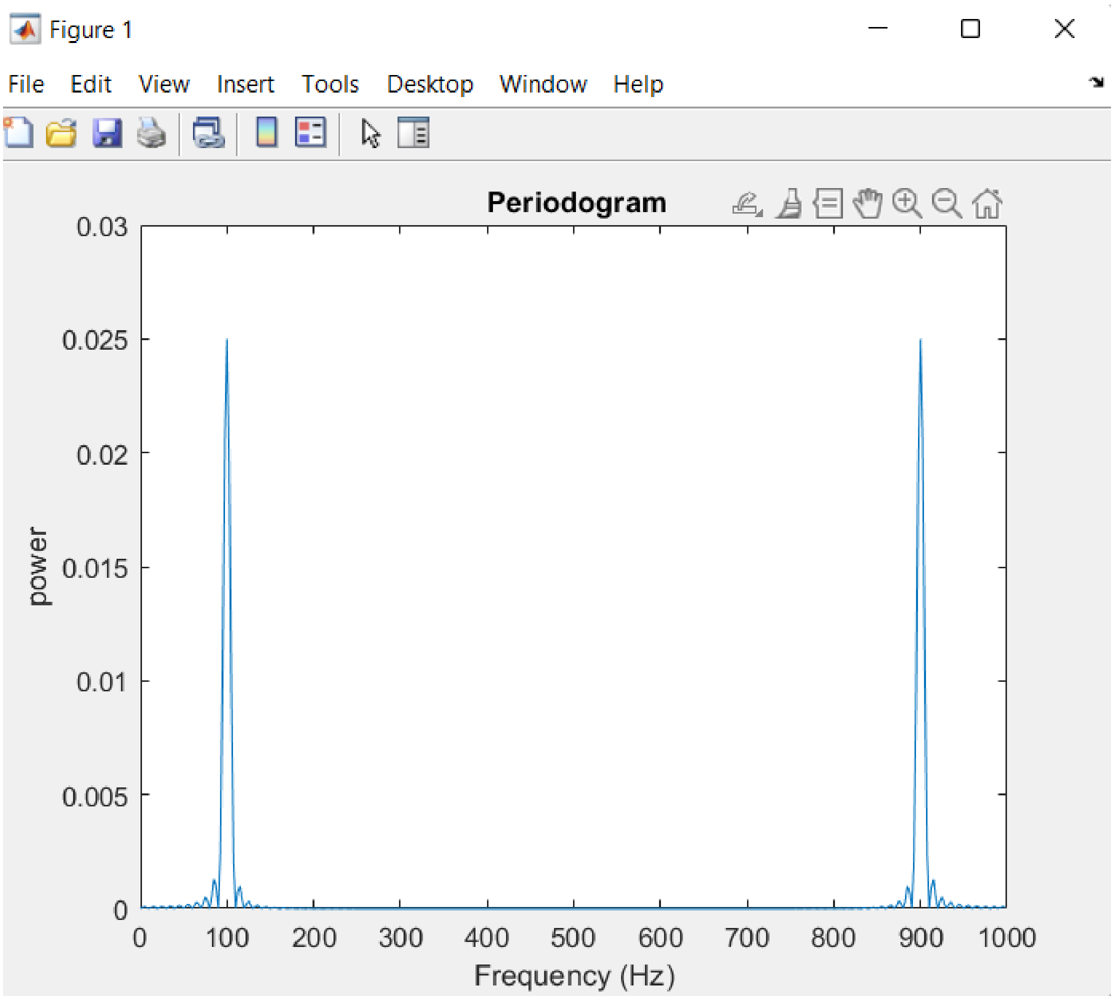




❖ Για μήκος μετασχηματισμού Fourier N= 4L, έχουμε:







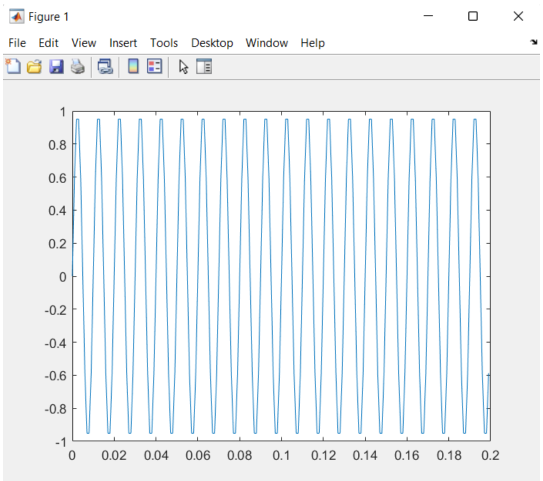
Οι γραφικές παραστάσεις του αρχικού σήματος για κάθε τιμή του μήκους μετασχηματισμού Fourier είναι οι ίδιες, καθώς δεν εξαρτώνται από το μέγεθος.

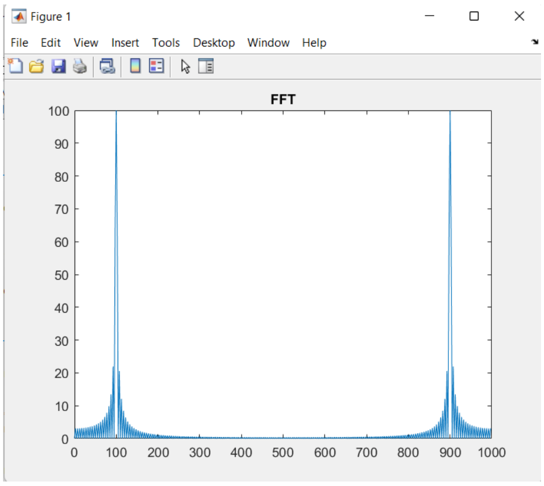
Παρατηρούμε ότι, καθώς αυξάνεται το μήκος μετασχηματισμού Fourier δημιουργούνται περισσότερες συνιστώσες στο διάγραμμα του διακριτού μετασχηματισμού Fourier χωρίς να αλλάζει το πλάτος (αυτό είναι λογικό, καθώς δε μεταβάλλεται η συχνότητα δειγματοληψίας). Η παραπάνω περιγραφή αποτελεί το φαινόμενο της φασματικής διαρροής, καθώς η συνάρτηση παράθυρο εξαπλώνει κάθε φασματική συνιστώσα του σήματος στο πεδίο της συχνότητας σε μορφή σειράς λοβών-συνιστωσών.

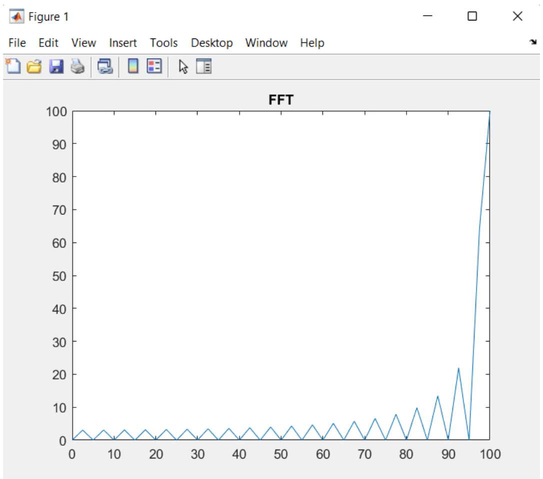
Τέλος, καθώς αυξάνεται το μήκος μετασχηματισμού Fourier N, η πυκνότητα φασματικής ισχύος παραμένει περίπου ίδια, καθώς είναι ανεξάρτητη από το μήκος μετασχηματισμού Fourier (αφού ουσιαστικά ισούται με $|x|^2$) .

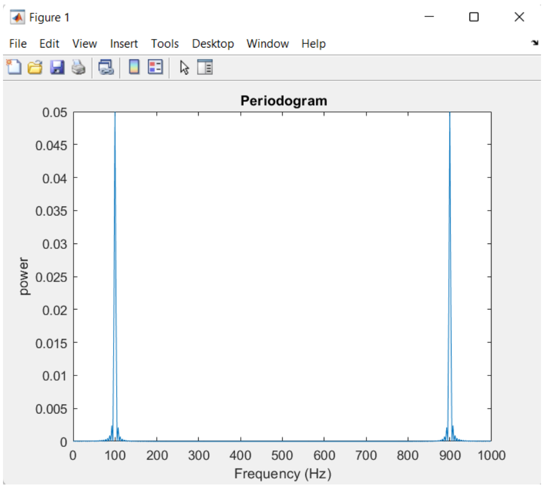
Αλλάζουμε τη διάρκεια T του σήματος με μήκος μετασχηματισμού Fourier N=2L:

❖ Για διάρκεια σήματος T=0.2 sec, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

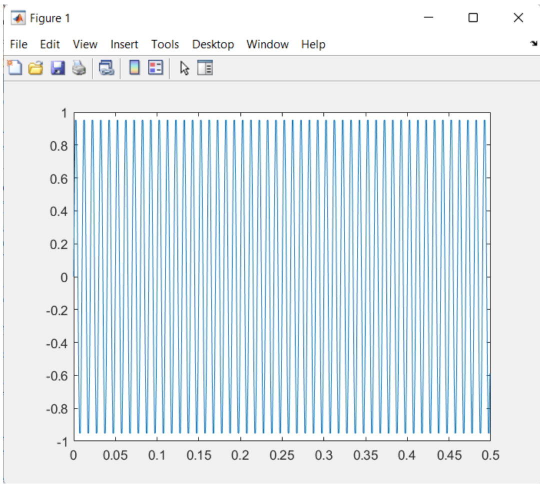


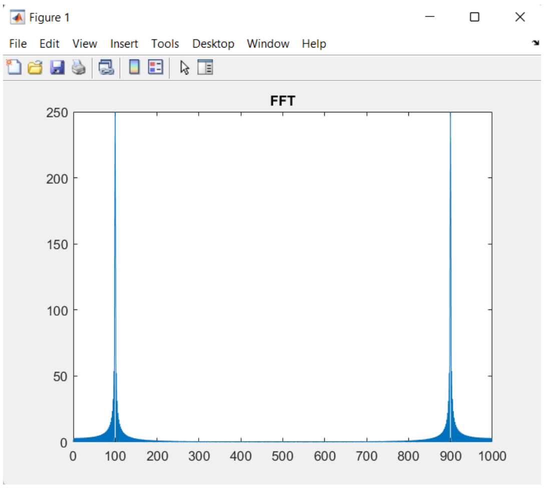


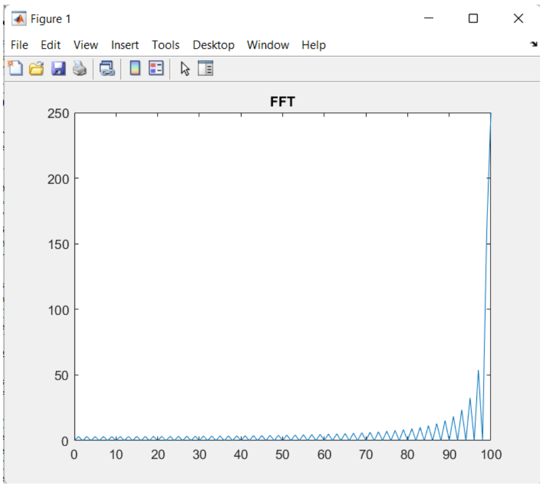


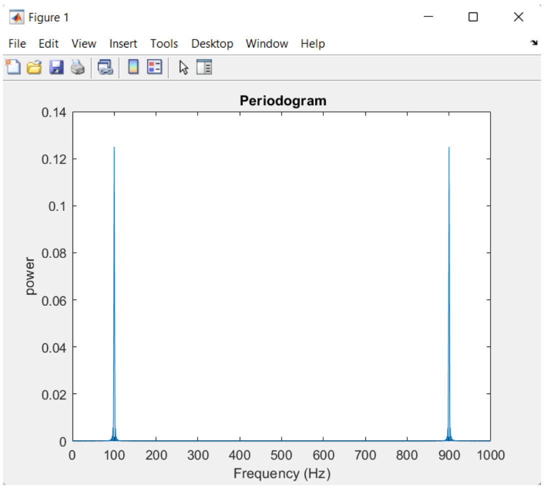


❖ Για διάρκεια σήματος T=0.5 sec, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:

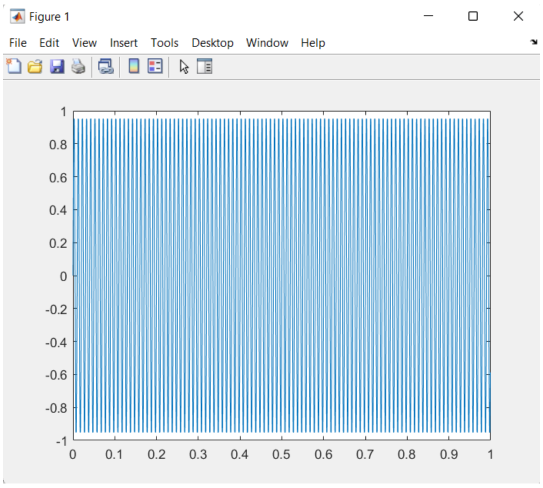


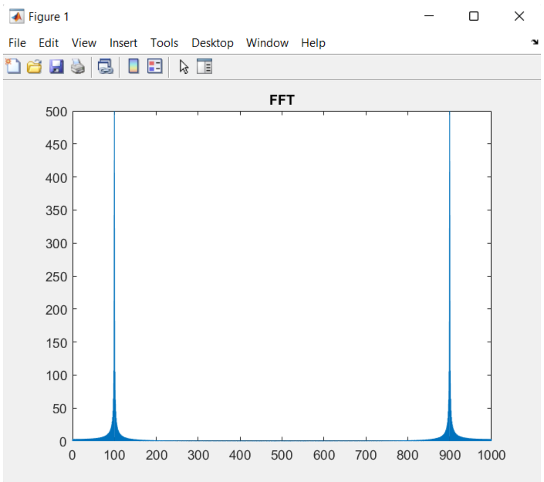


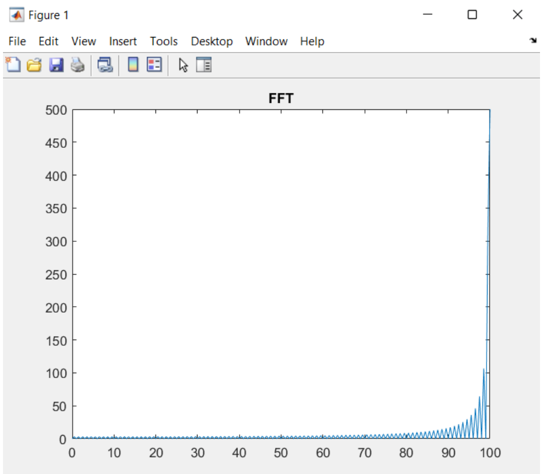


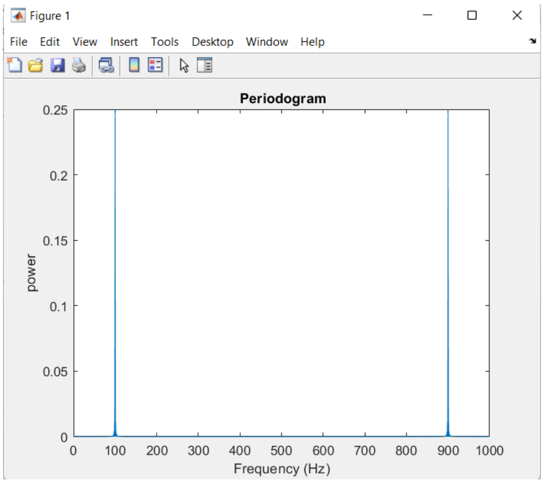


❖ Για διάρκεια σήματος T=1 sec, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις:









Εφόσον αλλάζει η διάρκεια T του σήματος, τότε η γραφική παράσταση του σήματος (αριστερά και πάνω) θα αναπαρίσταται με διαφορετική περίοδο. Εφόσον δεν μεταβάλλεται η συχνότητα δειγματοληψίας, τα διαγράμματα του περιοδογράμματος και του διακριτού μετασχηματισμού Fourier (διαγράμματα κάθετα και δεξιά) θα έχουν σχεδόν συγκεντρωμένη πληροφορία στα σημεία 100 Hz και fs-100 Hz με συχνότητα σήματος ίση με 100 Hz.

Παρατηρούμε ότι, καθώς η περίοδος T του σήματος αυξάνεται, τόσο περισσότερο συγκεντρώνεται η πληροφορία στα σημεία 100 Hz και fs-100 Hz και συνεπώς η γραφική του φάσματος να τείνει στη συνάρτηση δέλτα.

Μέρος 3: Εφαρμογή Α

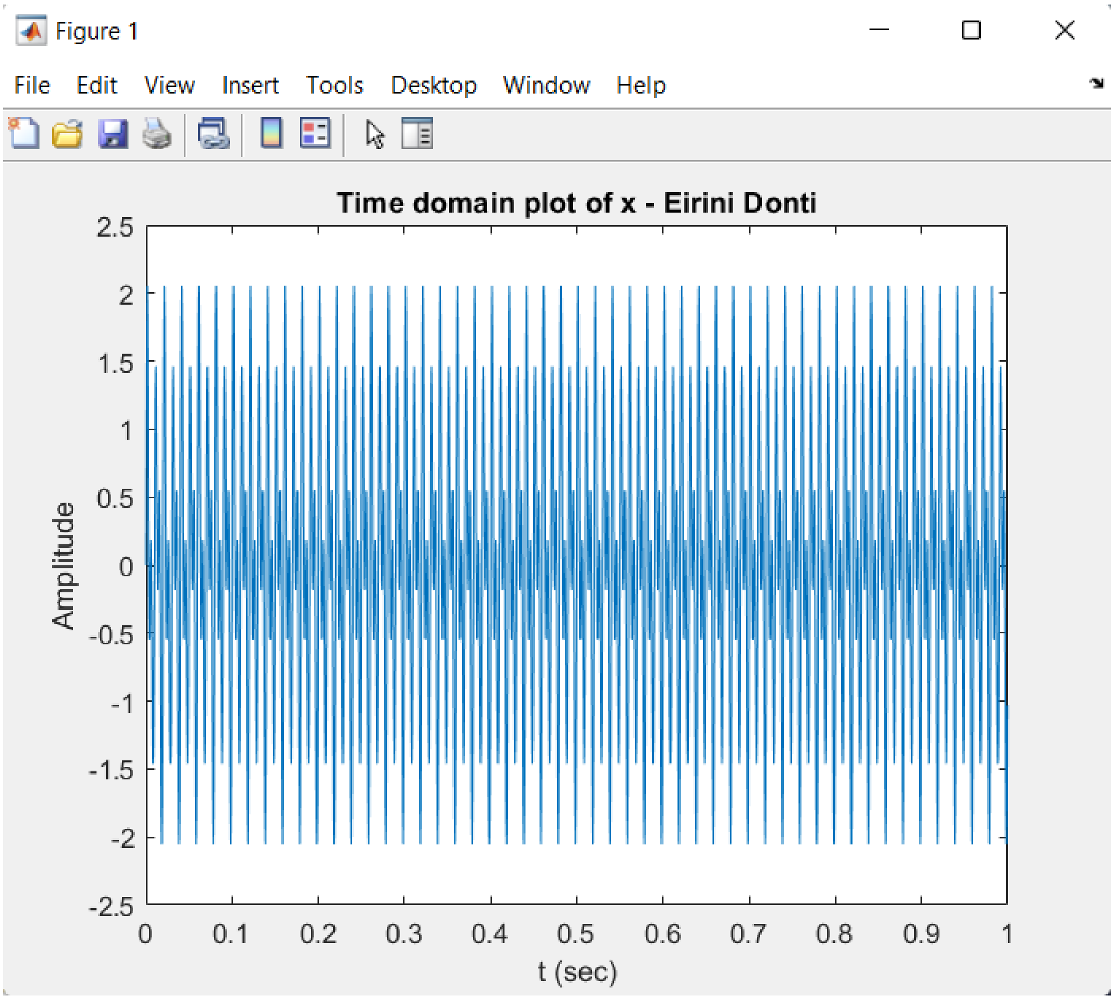
Παρακάτω, παρατίθεται ο ζητούμενος κώδικας για το μέρος 3:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Part 1 Δημιουργήστε το σήμα Eirini Donti
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
close all % κλείστε όλες τις γραφικές παραστάσεις
clear all % καθαρίστε τον χώρο εργασίας
clc       % καθαρίστε το παράθυρο εντολών
Fs=2000;  % συχνότητα δειγματοληψίας 2000 Hz
Ts=1/Fs;  % περίοδος δειγματοληψίας
L=2000;   % μήκος σήματος (αριθμός δειγμάτων)
T=L*Ts;   % διάρκεια σήματος
t=0:Ts:(L-1)*Ts;               % χρονικές στιγμές υπολογισμού το σήματος

x=sin(2*pi*100*t)...           % ημιτονικό σήμα συχνότητας 100 Hz
+ 0.3*sin(2*pi*150*(t-2))...   % συνιστώσα 150 Hz
+ sin(2*pi*200*t);             % συνιστώσα 200 Hz

% Σχεδιάστε το σήμα στο πεδίο του χρόνου

figure(1)                      % άνοιγμα παραθύρου για γραφική παράσταση
plot(t,x)                      % γραφική παράσταση του σήματος
title('Time domain plot of x - Eirini Donti') % τίτλος γραφικής παράστασης
xlabel('t (sec)')              % λεζάντα στον άξονα x
ylabel('Amplitude')            % λεζάντα στον άξονα y
pause                          % αναμονή, πιέστε ένα πλήκτρο για να συνεχίσετε
axis([0 0.3 -2 2])             % εμφάνιση του σήματος από 0 έως 0.3 sec και
                               % κλίμακα από -2 έως 2
pause                          % αναμονή, πιέστε ένα πλήκτρο για να συνεχίσετε

% Υπολογίστε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier

N = 2^nextpow2(L);             % μήκος μετασχηματισμού Fourier.
                               % η nextpow2 βρίσκει τον εκθέτη της δύναμης του 2 που
                               % είναι μεγαλύτερη ή ίση από το όρισμα L
                               % εναλλακτικά, =ceil(log2(L))
Fo= Fs/N;                      % ανάλυση συχνότητας
f=(0:N-1)*Fo;                  % διάνυσμα συχνοτήτων
X= fft(x,N);                   % αριθμητικός υπολογισμός του διακριτού μετασχηματισμού
                               % Fourier (DFT) για N σημεία

% Σχεδιάστε το σήμα στο πεδίο συχνότητας
% Αφού το σήμα είναι πραγματικό μπορείτε
% να σχεδιάσετε μόνο τις θετικές συχνότητες

figure(2)                                         % άνοιγμα παραθύρου για γραφική παράσταση
plot(f(1:(length(f))),abs(X(1:(length(X)))))      % γραφική παράσταση των θετικών συχνοτήτων
title('Frequency domain plot of x - Eirini Donti') % τίτλος γραφικής παράστασης
xlabel('f (Hz)')                                  % λεζάντα στον άξονα x
ylabel('Amplitude')                               % λεζάντα στον άξονα y
pause                                             % αναμονή για να δείτε το σχήμα
                                                  % πιέστε ένα πλήκτρο για να συνεχίσετε

% για τη γραφική παράσταση του αμφίπλευρου φάσματος
% πρέπει να χρησιμοποιήσετε την fftshift ώστε ο όρος για
% τη συχνότητα μηδέν να μετακινηθεί στην αρχή των αξόνων
% δείτε help fftshift για περισσότερες λεπτομέρειες

figure(3)                                       % άνοιγμα παραθύρου για γραφική παράσταση
f=f-Fs/2;                                       % ολίσθηση συχνοτήτων προς τα αριστερά κατά -Fs/2
X=fftshift(X);                                  % ολίσθηση της μηδενικής συχνότητας στο κέντρο
                                                % του φάσματος
                                                % (ακολουθούν πολλές εντολές σε μια γραμμή)
plot(f,abs(X));title('Two sided spectrum of x - Eirini Donti'); xlabel('f (Hz)');
ylabel('Amplitude')
pause                                           % αναμονή, πιέστε ένα πλήκτρο για να συνεχίσετε

% Υπολογίστε την ισχύ

power=X.*conj(X)/N/L;                           % υπολογισμός πυκνότητας ισχύος
figure(4)                                       % άνοιγμα παραθύρου για γραφική παράσταση
plot(f,power)                                   % ισχύς ανά συνιστώσα συχνότητα
xlabel('Frequency (Hz)')                        % λεζάντα στον άξονα x
ylabel('Power')                                 % λεζάντα στον άξονα y
title('{\bf Periodogram - Eirini Donti}')       % τίτλος διαγράμματος με παχιά γράμματα
pause

disp('Part2')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Part 2 Προσθέστε θόρυβο στο σήμα
n=0.5*randn(size(x));            % Συμπληρώστε τον κώδικα για τη δημιουργία του σήματος θορύβου n με τη
                                 % βοήθεια της συνάρτησης randn.
                                 % Το διάνυσμα θορύβου n θα πρέπει να είναι του ίδιου μεγέθους με αυτό της
figure(5)                        % ημιτονοειδούς κυματομορφής x του πρώτου μέρους. Δείτε help size.
plot(t,n)                        % Σχεδιάστε το σήμα θορύβου στο διάστημα από 0 έως 0.3 sec και κλίμακα
axis([0 0.3 -2 2])               % από -2 έως 2
xlabel('Time (t)')
ylabel('Noise')
title('Noise Signal - Eirini Donti')
pause
Fx=fft(n,N);                     % Υπολογίστε το περιοδόγραμμα του n και σχεδιάστε την πυκνότητα φάσματος
power=Fx.*conj(Fx)/Fs/L;         % ισχύος του σήματος θορύβου.
figure(6)
plot(f,power)
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Power')
title('{\bf Periodogram - Eirini Donti}')
pause
s=x+n;                           % Προσθέστε το σήμα θορύβου και το x για να λάβετε το σήμα με θόρυβο s.
figure(7)
plot(t,s)                        % Σχεδιάσατε το σήμα με θόρυβο s στο πεδίο του χρόνου στην περιοχή 0 έως
xlabel('Time (t)')               % 0.2 sec και κλίμακα από -2 έως 2 καθώς και το αμφίπλευρο φάσμα του
ylabel('Signal')
title('Signal with noise - Eirini Donti')
axis([0 0.2 -2 2])
pause
%f=f-Fs/2;
S=fft(s,N);
S=fftshift(S);
figure(8)
plot(f,abs(S)); title('Two sided spectrum of s - Eirini Donti'); xlabel('f (Hz)');
ylabel('Amplitude')
pause
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

disp('Part3')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Part 3. Πολλαπλασιασμός σημάτων
signal=1*sin(2*pi*700*t)         % Συμπληρώστε τον κώδικα δημιουργίας ενός ημιτονοειδούς σήματος συχνότητας
signal = s.*signal               % 700 Hz και πολλαπλασιάστε με το προηγούμενο σήμα s.
                                 % Τα δύο σήματα θα πρέπει να είναι του ίδιου μεγέθους και να χρησιμοποιηθεί
figure(9)                        % ο τελεστής '.*' για ανά στοιχείο πολλαπλασιασμό.
plot(t,signal)                   % Σχεδιάστε το αποτέλεσμα στο πεδίο του χρόνου στην περιοχή 0 έως 0.2 sec
axis([0 0.2 -2 2])               % και κλίμακα από -2 έως 2 καθώς και στο πεδίο της συχνότητας
xlabel('Time (t)')               % χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση fftshift.
ylabel('Signal')
title('Signal - Eirini Donti')
pause
%f=f-Fs/2;
Signal=fft(signal,N);
Signal=fftshift(Signal);
figure(10)
plot(f,abs(Signal)); title('Two sided spectrum of signal - Eirini Donti'); xlabel('f (Hz)');
ylabel('Amplitude')
pause
```

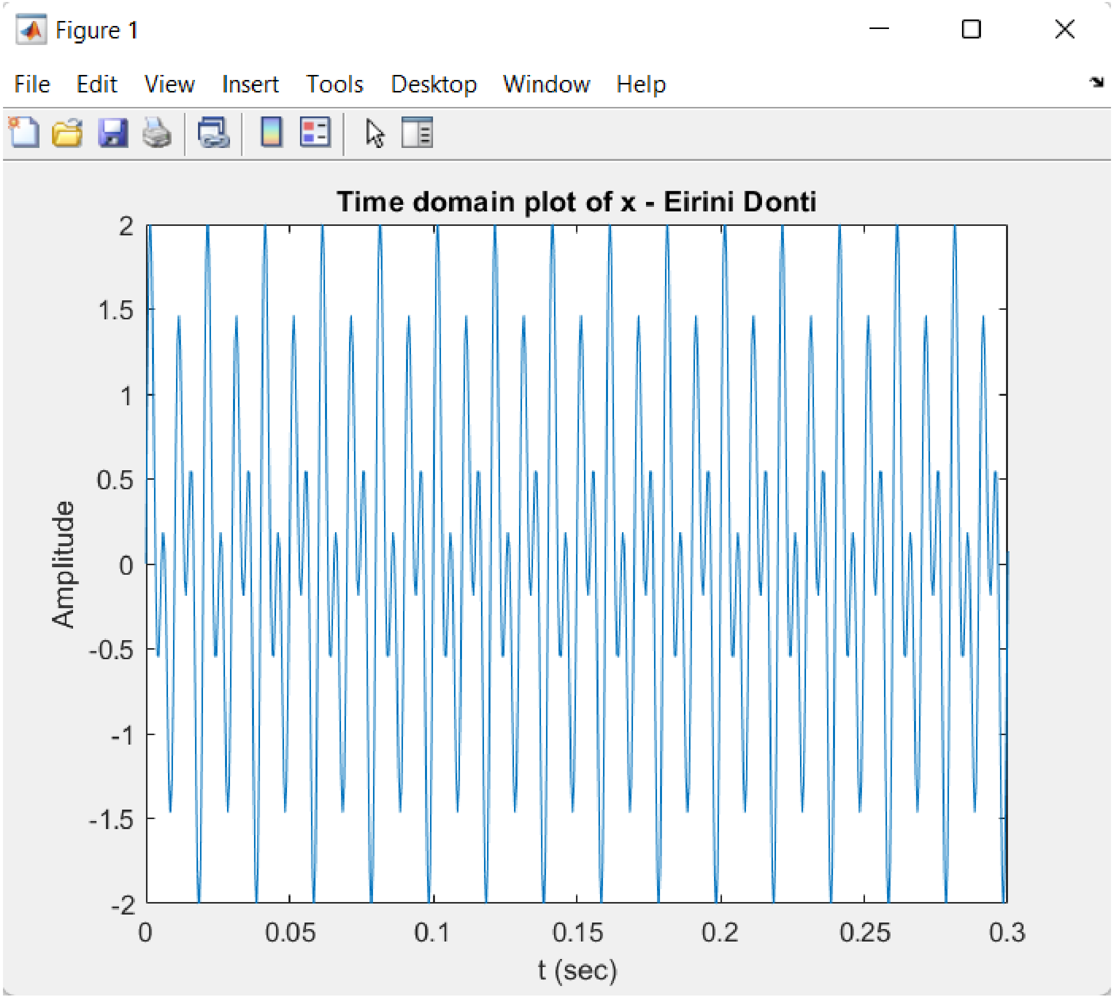
Ανοίγουμε το MATLAB και δημιουργούμε ένα νέο αρχείο M-file στο οποίο αντιγράφουμε τον δοσμένο κώδικα. Αφού συμπληρώσαμε τις απαραίτητες εντολές, για να τρέξει το πρόγραμμα, σώσαμε το αρχείο με ονομασία lab1_3_19839.m.

Part 1

Το δοσμένο σήμα είναι x = sin(2*π*100*t)+0.3*sin(2*π*150*(t-2))+sin(2*π*200*t). Σχεδιάζουμε το σήμα στο πεδίο του χρόνου με τη βοήθεια της εντολής plot(t,x), το οποίο απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα:

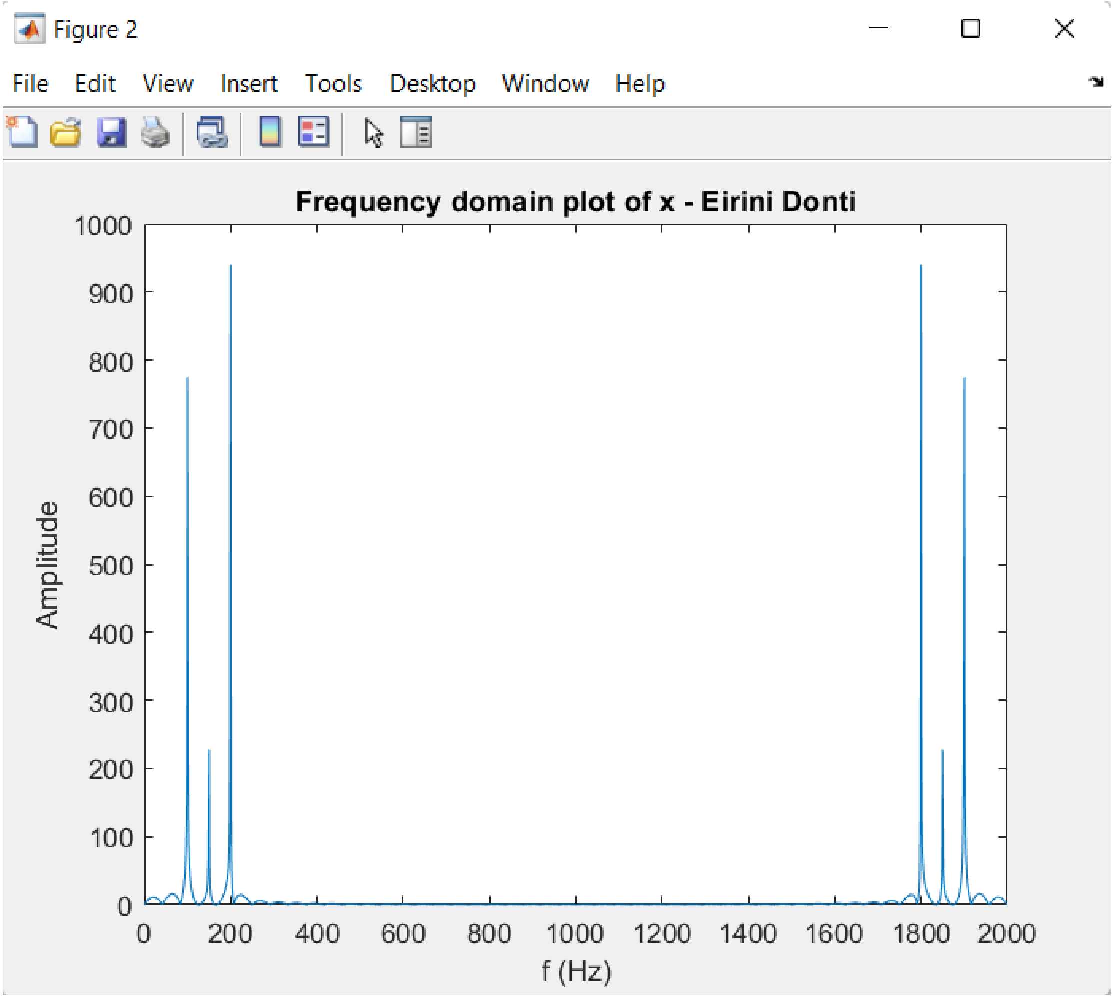


Πιέζοντας ένα οποιοδήποτε πλήκτρο, εμφανίζουμε το σήμα από 0 ως 0.3 sec σε κλίμακα από -2 ως 2 με χρήση της εντολής axis([0 0.3 -2 2]):



Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση που προκύπτει είναι περιοδική συνάρτηση. Το αποτέλεσμα είναι λογικό, αφού το δοσμένο σήμα είναι υπέρθεση ημιτονοειδών συναρτήσεων διαφορετικών πλατών και συχνοτήτων.

Έπειτα, υπολογίζουμε το διακριτό μετασχηματισμό Fourier, για να σχεδιάσουμε το σήμα στο πεδίο συχνότητας. Αφού το σήμα είναι πραγματικό, μπορούμε να σχεδιάσουμε μόνο τις θετικές συχνότητες με τη βοήθεια της εντολής plot(f(1:(length(f))), abs(X(1:(length(X)))). Οπότε, το σήμα στο πεδίο της συχνότητας απεικονίζεται παρακάτω:

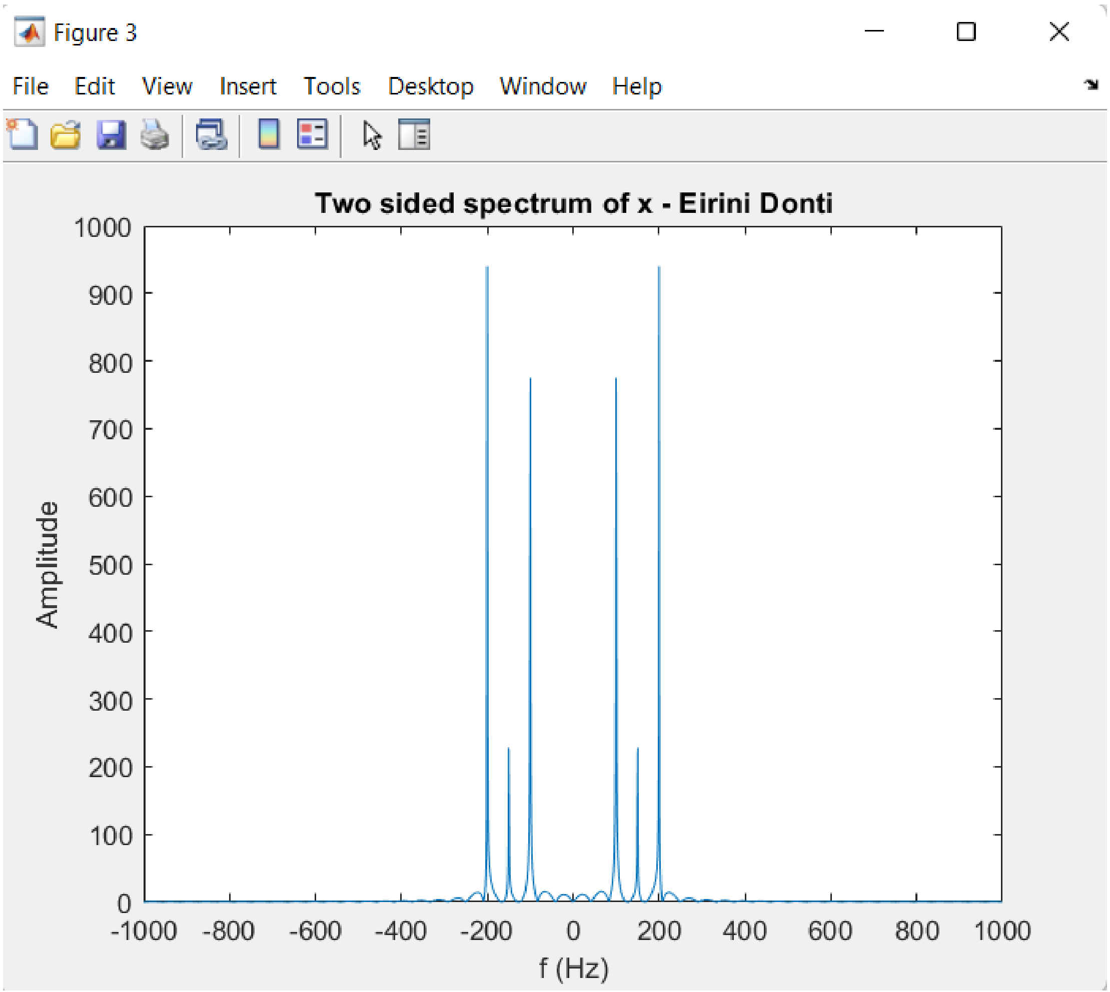


Η παραπάνω γραφική παράσταση αποτελείται από συναρτήσεις dirac στα σημεία που βρίσκονται οι κάθετες ευθείες. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, καθώς ο μετασχηματισμός Fourier του δοσμένου σήματος είναι:

$$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - 200\pi) - \delta(\omega + 200\pi) + 0.3\delta(\omega - 300\pi) - 0.3\delta(\omega + 300\pi) + \delta(\omega - 400\pi) - \delta(\omega + 400\pi)]$$

Οπότε, οι θετικές συχνότητες που απεικονίζονται στο διάγραμμα με τη μορφή συναρτήσεων dirac είναι οι f = 100, 150, 200 Hz και οι 2000-f Hz ή fs-f Hz γεγονός που επιβεβαιώνεται με την παραπάνω γραφική.

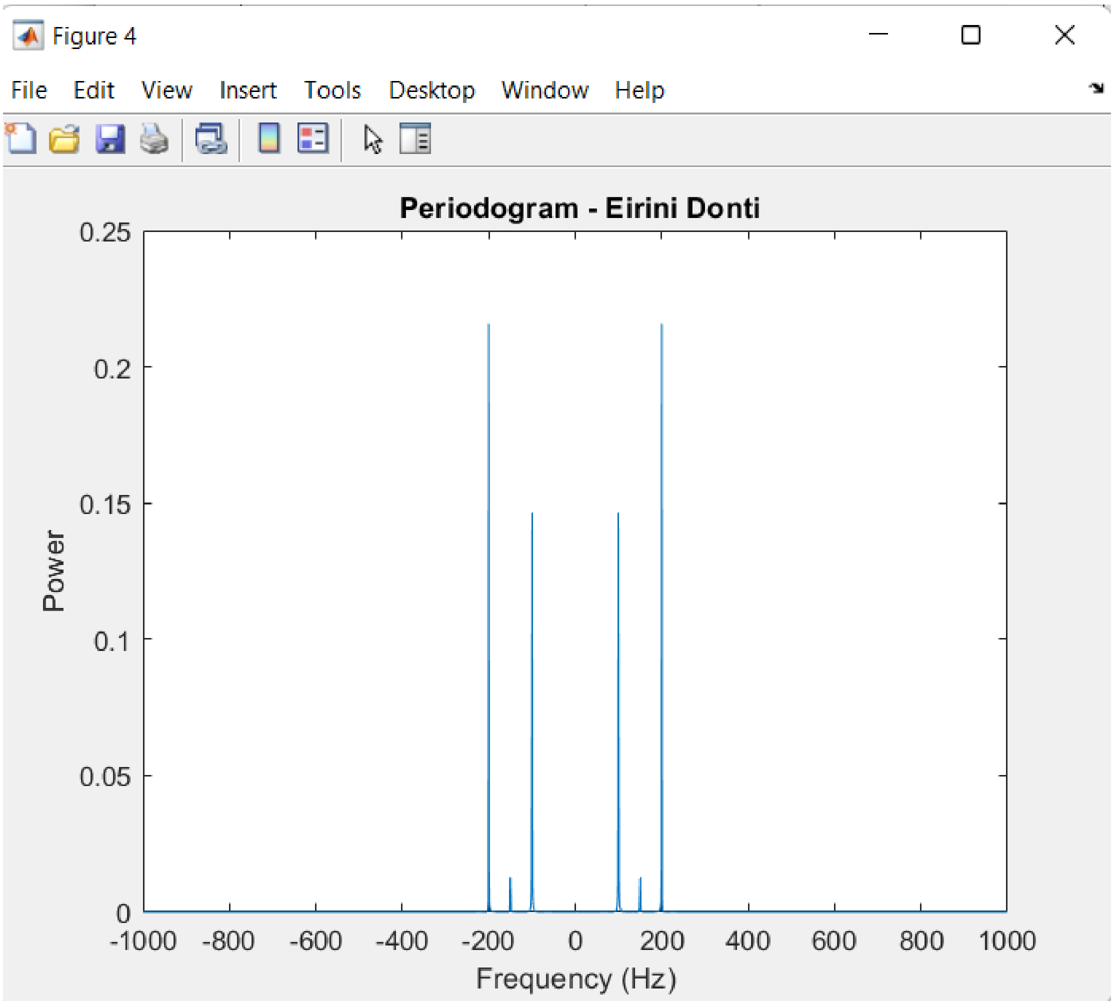
Για τον σχεδιασμό αμφίπλευρου φάσματος, χρησιμοποιήσαμε την εντολή fftshift, η οποία ολισθαίνει τη μηδενική συχνότητα στο κέντρο του φάσματος και την εντολή plot(f, abs(X)) η οποία απεικονίζει το ζητούμενο διάγραμμα, όπως φαίνεται παρακάτω:



Σε αντίθεση με πριν, απεικονίζουμε το φάσμα και με τις αρνητικές συχνότητες. Το παραπάνω διάγραμμα είναι λογικό, διότι ο μετασχηματισμός Fourier, όπως είπαμε και πριν, είναι:

$$\frac{\pi}{j}[\,\delta(\omega - 200\pi) - \delta(\omega + 200\pi) + 0.3\delta(\omega - 300\pi) - 0.3\delta(\omega + 300\pi) + \delta(\omega - 400\pi) - \delta(\omega + 400\pi)].$$

Έπειτα, υπολογίζουμε την πυκνότητα φασματικής ισχύος με τον γνωστό τύπο $power = \frac{X \cdot X*}{\frac{N}{L}}$ με X = fftshift(fft(x,N)), για τον σχεδιασμό του περιοδογράμματος. Χρησιμοποιούμε την εντολή plot(f,power) η οποία εμφανίζει το ζητούμενο περιοδόγραμμα, όπως φαίνεται παρακάτω:



Το περιοδόγραμμα αποτελεί την εκτίμηση της πυκνότητας φάσματος ισχύος της δοσμένης κυματομορφής:

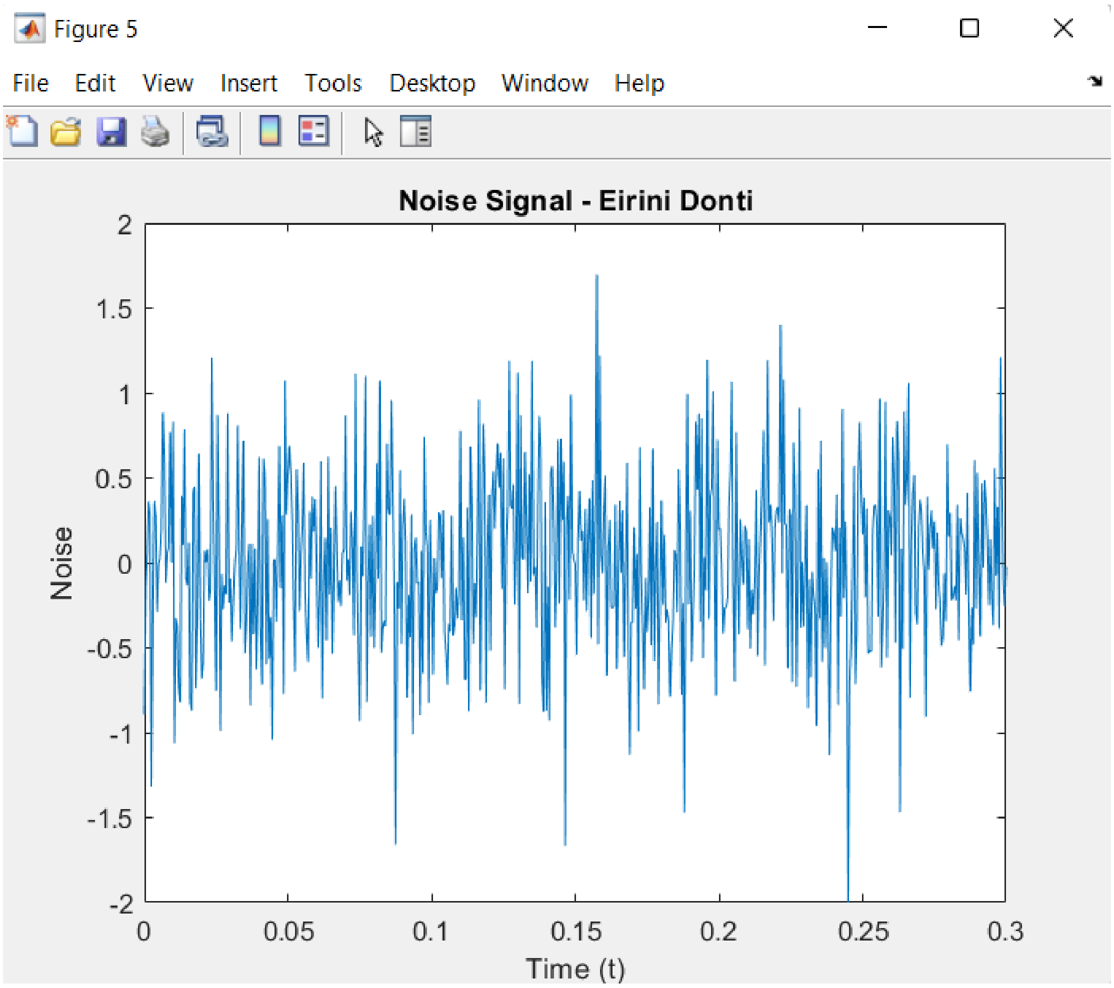
$$-[\frac{\pi}{j}[\,\delta(\omega - 200\pi) - \delta(\omega + 200\pi) + 0.3\delta(\omega - 300\pi) - 0.3\delta(\omega + 300\pi) + \delta(\omega - 400\pi) - \delta(\omega + 400\pi)]]^2/N/L =$$

$$[\pi[\,\delta(\omega - 200\pi) - \delta(\omega + 200\pi) + 0.3\delta(\omega - 300\pi) - 0.3\delta(\omega + 300\pi) + \delta(\omega - 400\pi) - \delta(\omega + 400\pi)]]^2/N/L$$

Οπότε, οι συχνότητες που απεικονίζονται στο διάγραμμα με τη μορφή συναρτήσεων dirac είναι οι f = ±100, ±150, ±200 Hz, γεγονός που επιβεβαιώνεται με την παραπάνω γραφική. Το παραπάνω διάγραμμα μοιάζει πολύ με τη γραφική παράσταση του αμφίπλευρου φάσματος, γιατί ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος είναι η υπέρθεση συναρτήσεων dirac.

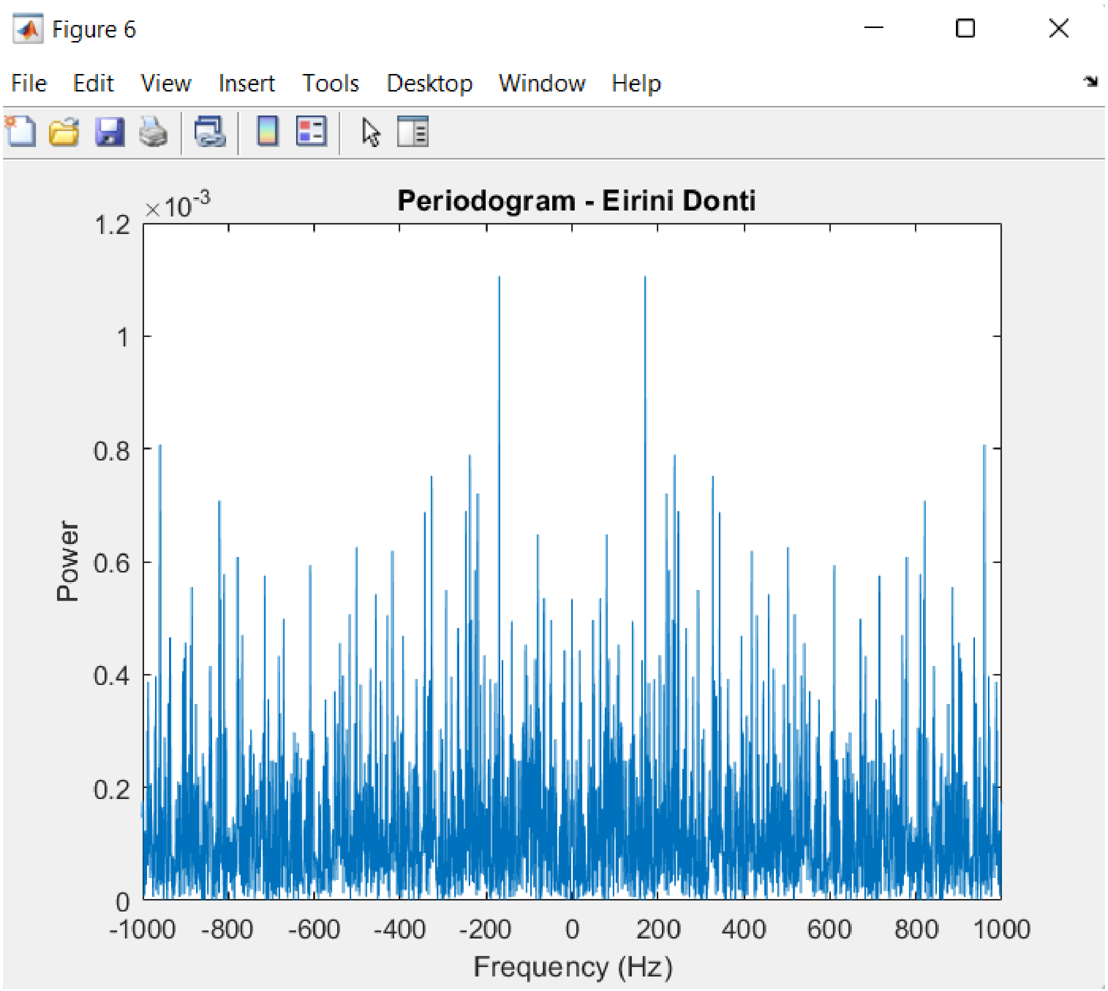
Part 2

Προσθέτουμε θόρυβο στο σήμα με τη βοήθεια της συνάρτησης randn, δηλαδή γράφουμε την εντολή n=0.5*randn(size(x)) ώστε να δημιουργηθεί θόρυβο ίσου μεγέθους με αυτό της ημιτονοειδούς κυματομορφής x. Σχεδιάζουμε το σήμα θορύβου στο διάστημα από 0 ως 0.3 sec σε κλίμακα από -2 ως 2 με τη βοήθεια των εντολών plot(t,n) και axis([0 0.3 -2 2]), όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



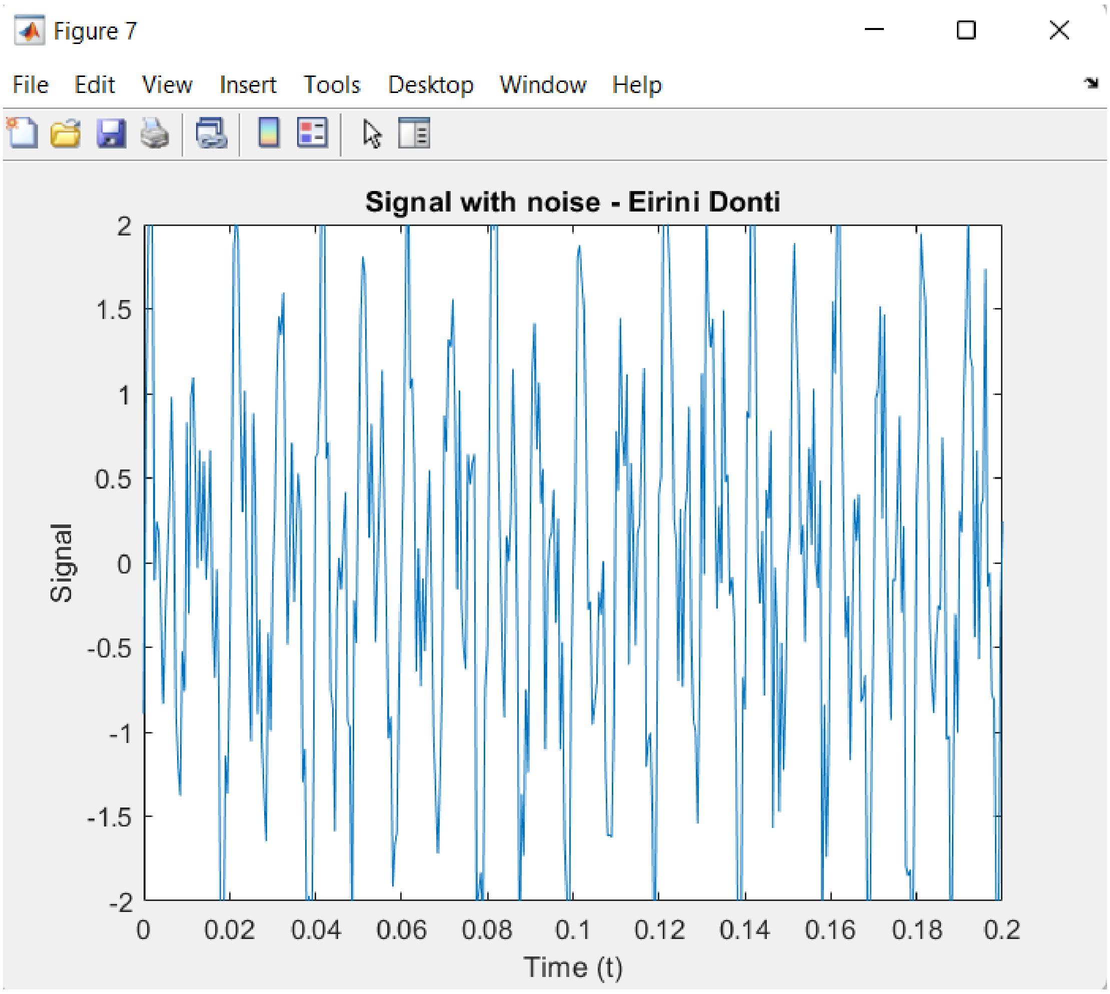
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω γραφική δε θυμίζει κάποια γραφική παράσταση γνωστής συνάρτησης. Το γεγονός αυτό είναι λογικό, αφού η συνάρτηση randn παράγει τυχαία σημεία για την αναπαράσταση της γραφικής.

Έπειτα, υπολογίζουμε την πυκνότητα φασματικής ισχύος με τον γνωστό τύπο $power = \frac{X \cdot X*}{\frac{N}{L}}$ με X = fftshift(fft(n,N)), για τον σχεδιασμό του περιοδογράμματος. Χρησιμοποιούμε την εντολή plot(f,power) η οποία εμφανίζει το ζητούμενο περιοδόγραμμα, όπως φαίνεται παρακάτω:



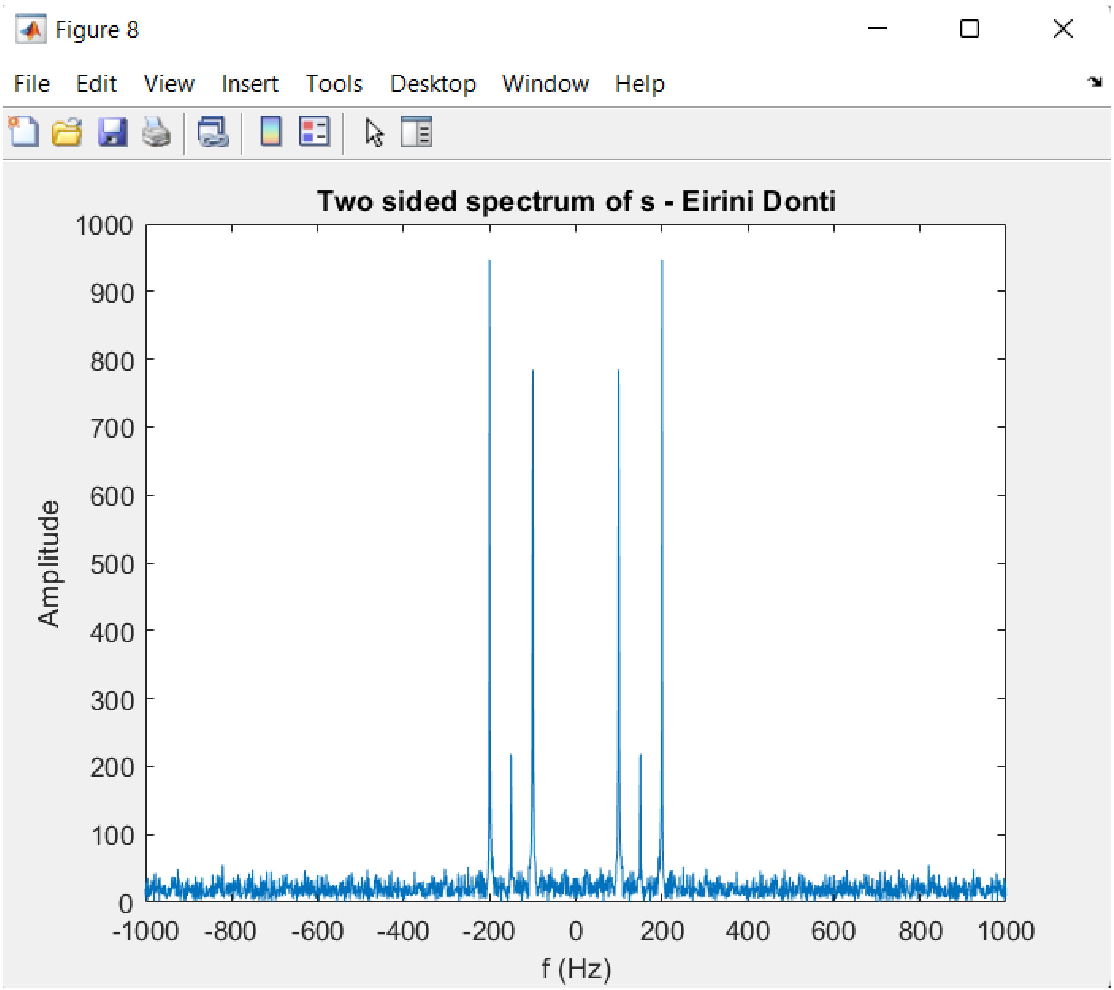
Το παραπάνω περιοδόγραμμα εμφανίζει πολλές διαφορές με το περιοδόγραμμα του σήματος χωρίς τον θόρυβο. Αρχικά, το περιοδόγραμμα του σήματος θορύβου εμφανίζει πολλές συνιστώσες οι οποίες δε συναντώνται στο περιοδόγραμμα χωρίς το θόρυβο. Συνεπώς, το παραπάνω περιοδόγραμμα καταλαμβάνει περισσότερο εύρος συχνοτήτων από εκείνο χωρίς το θόρυβο. Το παραπάνω γεγονός είναι φυσιολογικό, καθώς η συνάρτηση randn προσθέτει τυχαίες συνιστώσες οι οποίες αντιστοιχούν, εν τέλει, σε τυχαίες τιμές ανά συχνότητα στο περιοδόγραμμα.

Προσθέτουμε το σήμα θορύβου και το x για να λάβουμε το σήμα με θόρυβο s. Σχεδιάζουμε το σήμα με θόρυβο s στο πεδίο του χρόνου στην περιοχή 0 ως 0.2 sec και κλίμακα από -2 ως 2 με τη βοήθεια των εντολών plot(t,s) και axis([0 0.2 -2 2]), όπως στο παρακάτω διάγραμμα:



Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση που προκύπτει μοιάζει με εκείνη του σήματος χωρίς θόρυβο αλλά είναι παραμορφωμένη, καθώς η συνάρτηση randn προσθέτει στοιχεία στο σήμα που το αλλοιώνουν.

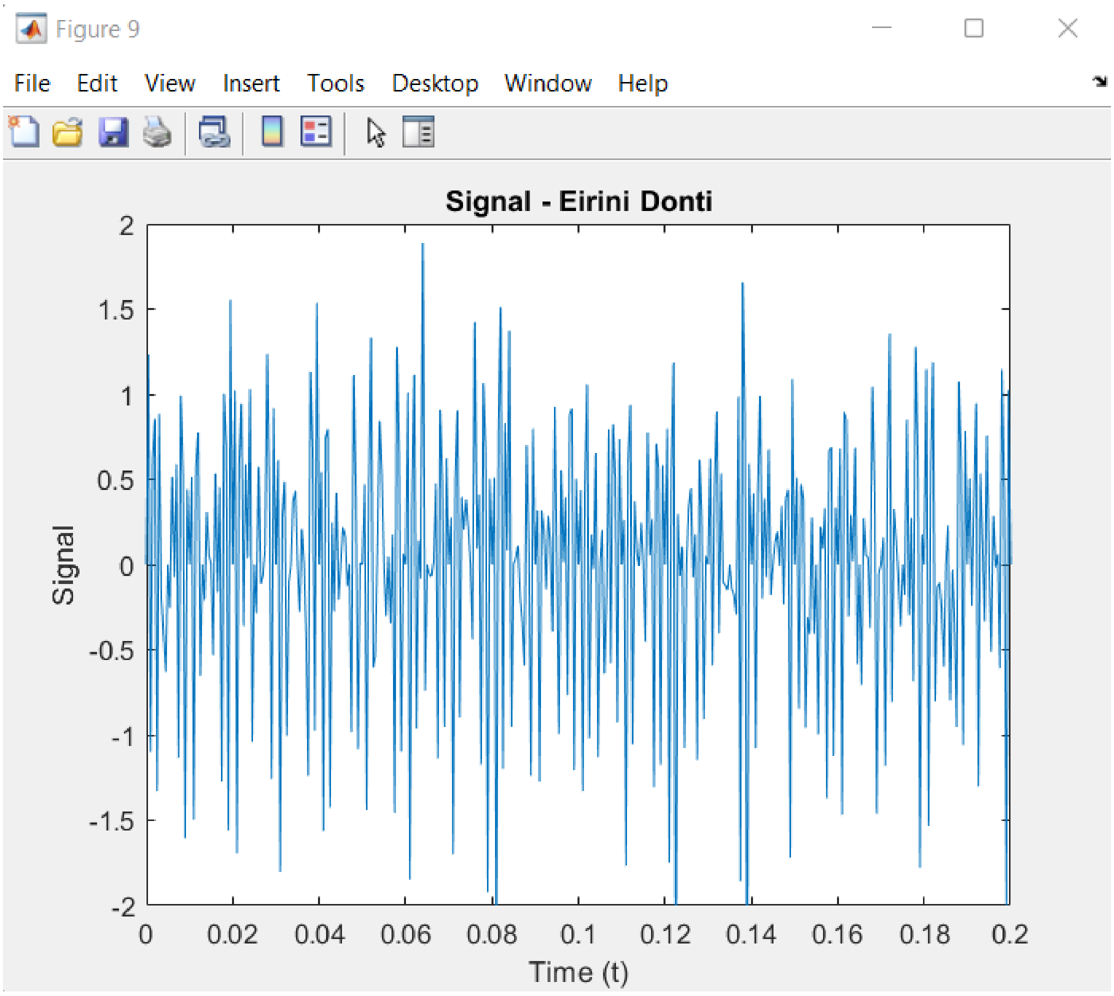
Επίσης, υπολογίζουμε το αμφίπλευρο φάσμα του σήματος με θόρυβο με τη βοήθεια των εντολών S=fftshift(fft(s,N)). Χρησιμοποιούμε την εντολή plot(f,abs(S)) για να απεικονίσουμε το ζητούμενο διάγραμμα, όπως φαίνεται παρακάτω:



Παρατηρούμε ότι το αμφίπλευρο φάσμα του σήματος με θόρυβο είναι παρόμοιο με εκείνο του σήματος χωρίς θόρυβο. Η μόνη διαφορά στηρίζεται στο γεγονός ότι, στο παραπάνω διάγραμμα υπάρχουν συνιστώσες με αρκετά μικρό πλάτος, οι οποίες είναι αποτέλεσμα της παρεμβολής του θορύβου στο σήμα.

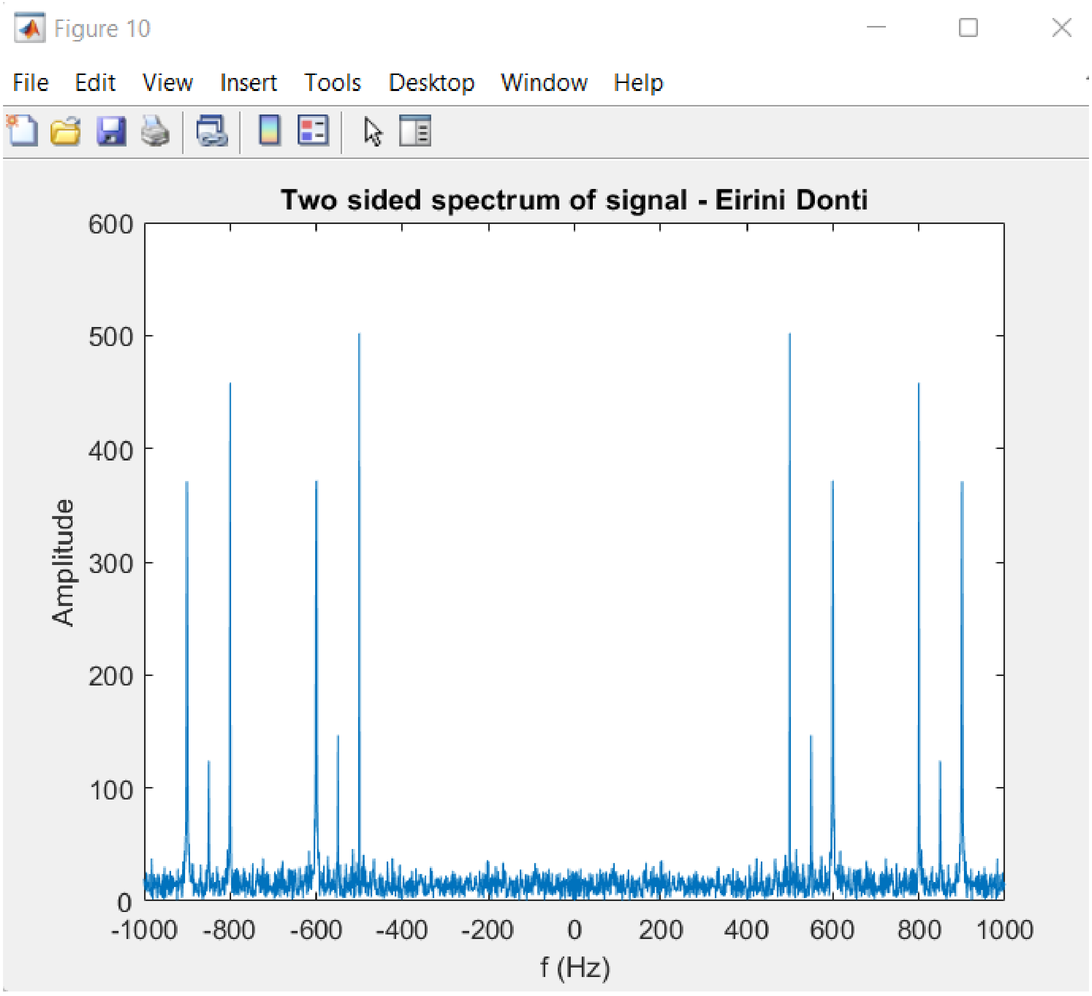
Part 3

Θεωρούμε ημιτονοειδές σήμα συχνότητας 700 Hz μοναδιαίου πλάτους με την εντολή sin(2*pi*700*t) και το πολλαπλασιάζουμε με το προηγούμενο σήμα s. Έπειτα, σχεδιάζουμε το αποτέλεσμα signal, στο πεδίο του χρόνου, στην περιοχή 0 ως 0.2 sec και κλίμακα από -2 ως 2 με τη βοήθεια των γνωστών εντολών plot(t,signal) και axis([0 0.2 -2 2]) αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Το παραπάνω διάγραμμα έχει πολλές διαφορές με το αρχικό σήμα και το σήμα με το θόρυβο, καθώς είναι το πιο παραμορφωμένο από όλα. Αυτό συμβαίνει, καθώς το σήμα υπέστη αλλοιώσεις με τον πολλαπλασιασμό του ημιτονοειδούς σήματος.

Τέλος, σχεδιάζουμε το αποτέλεσμα στο πεδίο της συχνότητας χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση fftshift όπως σε προηγούμενα υποερωτήματα. Οπότε, λαμβάνουμε το παρακάτω ζητούμενο διάγραμμα:



Η παραπάνω γραφική παράσταση εμφανίζει διαφορές σε σχέση με εκείνη του σήματος χωρίς το θόρυβο. Εκτός, από το γεγονός ότι στο παραπάνω διάγραμμα υπάρχουν συνιστώσες με αρκετά μικρό πλάτος, οι οποίες είναι αποτέλεσμα της παρεμβολής του θορύβου στο σήμα, υπάρχουν επιπλέον συνιστώσες dirac συναρτήσεων οι οποίες είναι αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού του σήματος με την ημιτονοειδή συνάρτηση. Το προκύπτον διάγραμμα είναι λογικό, καθώς το σήμα έχει μετασχηματισμό Fourier τη *συνέλιξη* του μετασχηματισμού Fourier της ημιτονοειδής συνάρτησης (που είναι η υπέρθεση συναρτήσεων dirac) με τον μετασχηματισμό Fourier του σήματος s.