

Oefententamen Functioneel Programmeren (2IA05), op woensdag 4 april 2012.

---

0. Functie  $f: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$  is als volgt gedefinieerd:

$$\begin{aligned} f \cdot 0 &= 1 \\ f \cdot 1 &= 2 \\ f \cdot (n+2) &= f \cdot (n+1) + 2 * f \cdot n \end{aligned}$$

(a) Bewijs dat  $(\forall n: n \in \text{Nat} : f \cdot n = 2^n)$ . [ 1 punt ]

(b) Gebruik tupling om voor  $f$  een efficiëntere declaratie af te leiden. [ 1 punt ]

1. Geef een afleiding van een declaratie voor een functie  $f$ , van type  $\mathcal{L}_*(\text{Int}) \rightarrow \text{Int}$ , die voor alle integer lijsten  $s$  ter lengte  $n$  voldoet aan: [ 3 punten ]

$$f \cdot s = (\sum i: 0 \leq i < n : i + s \cdot i) .$$

2. We beschouwen het recursieve datatype  $\mathcal{LT}(B)$  van (eindige) binary leaf-trees over een (gegeven) type  $B$ :

$$\begin{aligned} \langle b \rangle &\in \mathcal{LT}(B) \text{ , voor alle } b \in B \text{ ,} \\ \langle s, t \rangle &\in \mathcal{LT}(B) \text{ , voor alle } s, t \in \mathcal{LT}(B) . \end{aligned}$$

Verder is een functie  $flt$ , van type  $\mathcal{L}_*(\mathcal{L}_*(B)) \rightarrow \mathcal{L}_*(B)$ , gegeven, als volgt, voor alle  $bs \in \mathcal{L}_*(B)$  and  $xs \in \mathcal{L}_*(\mathcal{L}_*(B))$ :

$$\begin{aligned} flt \cdot [] &= [] \\ flt \cdot (bs \triangleright xs) &= bs ++ flt \cdot xs \end{aligned}$$

Tenslotte is een waarde  $\diamond$  gegeven waarvoor geldt  $\neg(\diamond \in B)$ . Functie  $L$ , van type  $\mathcal{LT}(B) \rightarrow \mathcal{L}_*(B \cup \{\diamond\})$ , is als volgt gedefinieerd, voor alle  $b \in B$  en  $s, t \in \mathcal{LT}(B)$ :

$$\begin{aligned} L \cdot \langle b \rangle &= [b] \\ L \cdot \langle s, t \rangle &= [\diamond] ++ L \cdot s ++ L \cdot t \end{aligned}$$

- (a) Geef een afleiding van een declaratie voor een functie  $F$ , van type  $\mathcal{L}_*(\mathcal{LT}(B)) \rightarrow \mathcal{L}_*(B \cup \{\diamond\})$ , en die voldoet aan, voor alle  $ss \in \mathcal{L}_*(\mathcal{LT}(B))$ : [ 2 punten ]

$$F \cdot ss = flt \cdot (L \bullet ss) .$$

(b) Laat zien dat functie  $F$  (min of meer) een generalisatie is van functie  $L$ . [ 1 punt ]

(c) Leid uit de onder (a) verkregen oplossing een, gelijkwaardige en even efficiënte, staartrecursieve declaratie voor dezelfde functie af. [ 2 punten ]

---