

# Normalenformen Schema

- DNF:  $(\_ \wedge \_ \wedge \dots) \vee (\_ \wedge \_ \vee \dots) \vee \dots$
- KNF:  $(\_ \vee \_ \vee \dots) \wedge (\_ \vee \_ \vee \dots) \wedge \dots$

# Minimale Normalenformen

- Worstcase: Tautologie/Kontradiktion
  - $2^n$  Min-/Maxterme
  - KNF/DNF verbieten 1/0
- ~~Min-/Maxterme müssen ALLE Variablen aus  $f$  enthalten~~
- Müssen DNF/KNF Schema entsprechen!
- Erlaube auch Tautologie/Kontradiktion

# Minimalformen

- Ursprungsfunktion vereinfachen
  - Wann fertig? Minimal?
- ODER
- Min-/Maxterme zusammenfassen
- Variablen in Min-/Maxtermen entfallen
  - Wann fertig? Minimal?
  - Schlechte Term-Auswahl

# Rechnerisch vereinfachen

- Minterm für  $a$  und  $\bar{a}$  existiert
  - Implikant gilt für  $a \wedge \bar{a} = 1$
  - Ersetze 2 Minterme mit einem, aber ohne  $x$
- $(c \wedge b \wedge a) \vee (c \wedge b \wedge \bar{a}) = (c \wedge b) \wedge (a \vee \bar{a}) = (c \wedge b) \wedge 1$   
 $= (c \wedge b)$
-

# Doppelte Verschmelzungen

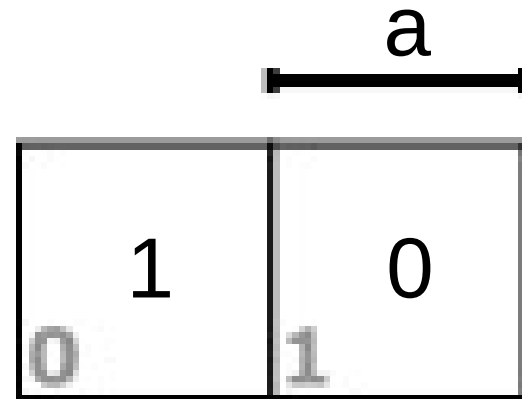
- $(c \wedge b \wedge a) \vee (c \wedge b \wedge \bar{a}) \vee (c \wedge \bar{b} \wedge a)$ 
  - $(c \wedge b)?$
  - $(c \wedge a)?$
- BEIDES!!
- Sehr leicht zu übersehen

# Algorithmus? KV-Diagramm!

- Karnaugh-Veitch-Diagramm
- Platziere „benachbarte“ Implikanten nebeneinander
  - Benachbart = ein Variablenwechsel
  - $(c \wedge b \wedge a) \vee (c \wedge b \wedge \bar{a})$  sind **benachbart**
  - $(c \wedge b \wedge a) \vee (c \wedge \bar{b} \wedge \bar{a})$  sind **nicht benachbart**

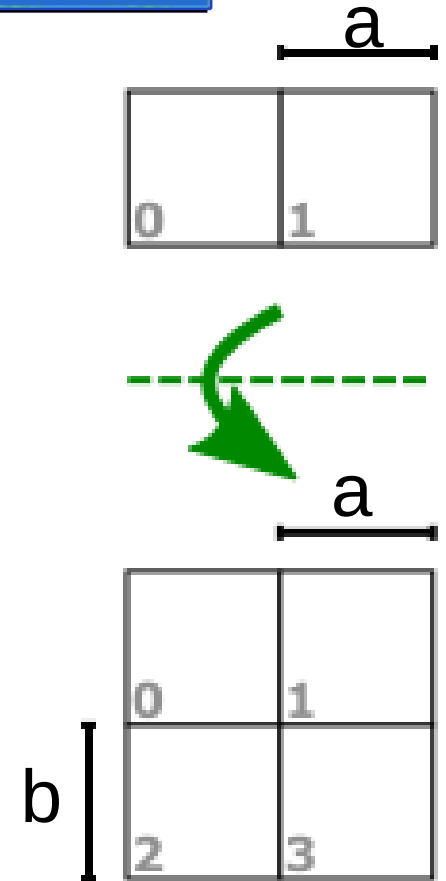
# KV – Eine Variable

#	a	f
0	0	1
1	1	0



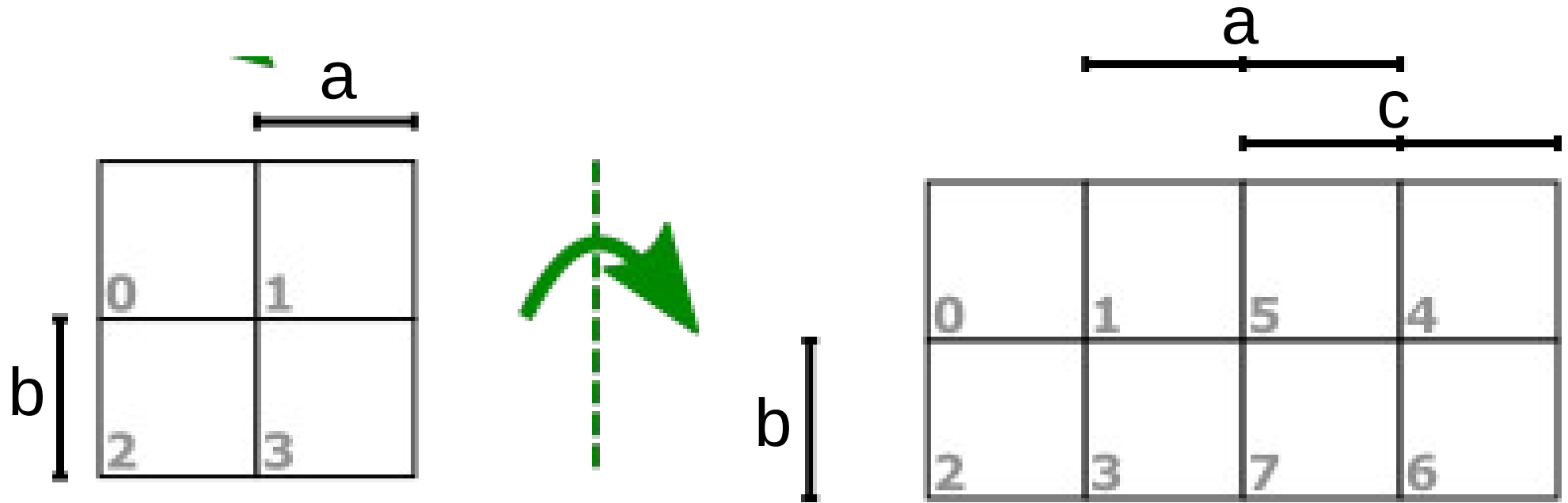
# KV – Zwei Variablen

#	b	a	y
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0





# KV – Drei Variablen



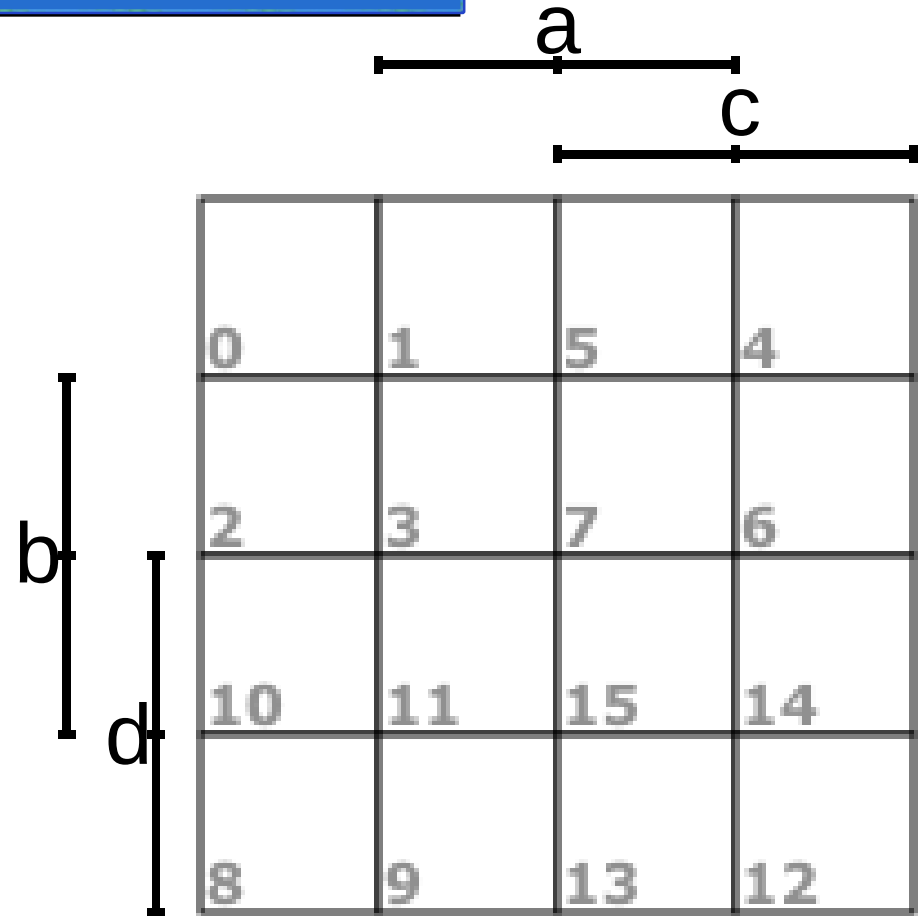
# KV – Vier Variablen

The diagram shows a 4x4 grid with dimensions labeled. Dimension 'a' is the width of the first two columns, 'c' is the width of the last two columns, 'b' is the height of the first two rows, and 'd' is the height of the last two rows.

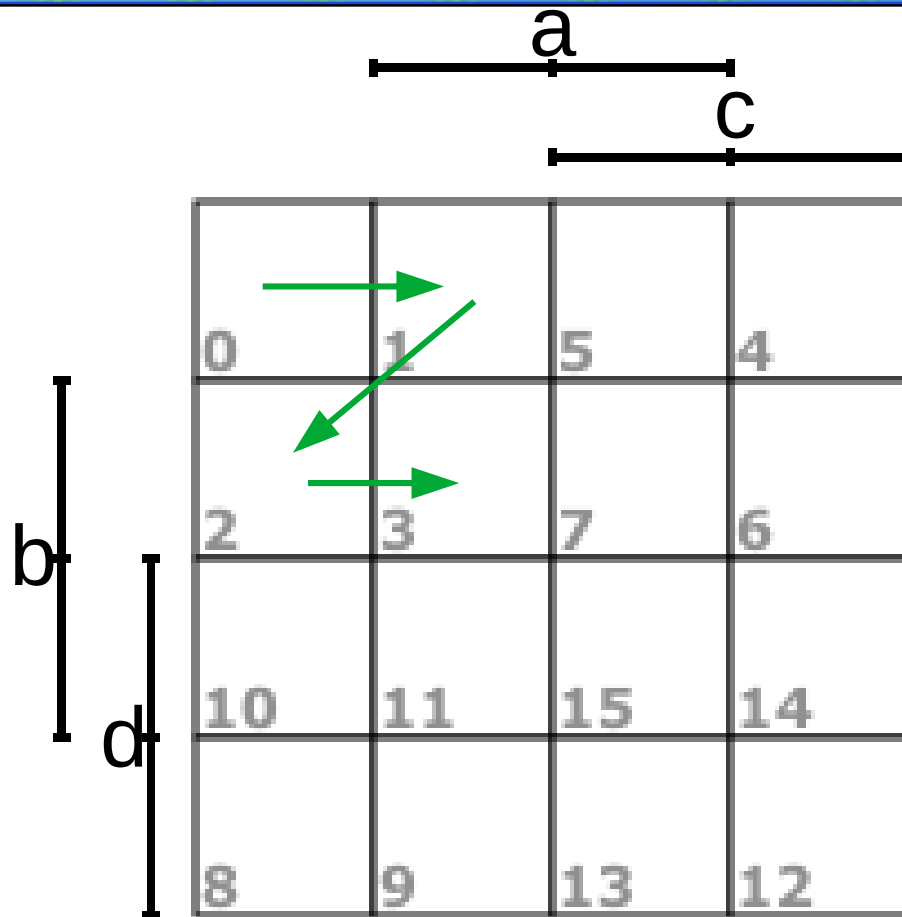
0	1	5	4
2	3	7	6
10	11	15	14
8	9	13	12

# KV-Diagramm ausfüllen?

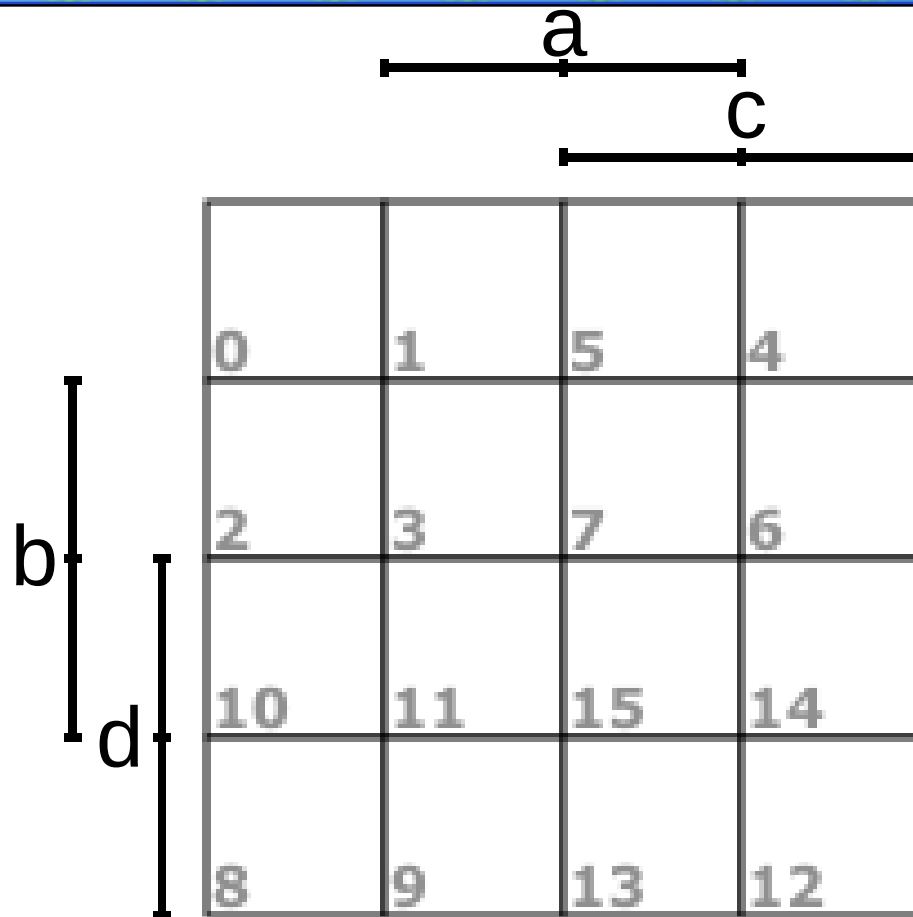
#	d	c	b	a	y
0	0	0	0	0	y0
1	0	0	0	1	y1
2	0	0	1	0	y2
3	0	0	1	1	y3
4	0	1	0	0	y4
5	0	1	0	1	y5
6	0	1	1	0	y6
7	0	1	1	1	y7
..	...	...	...	...	...



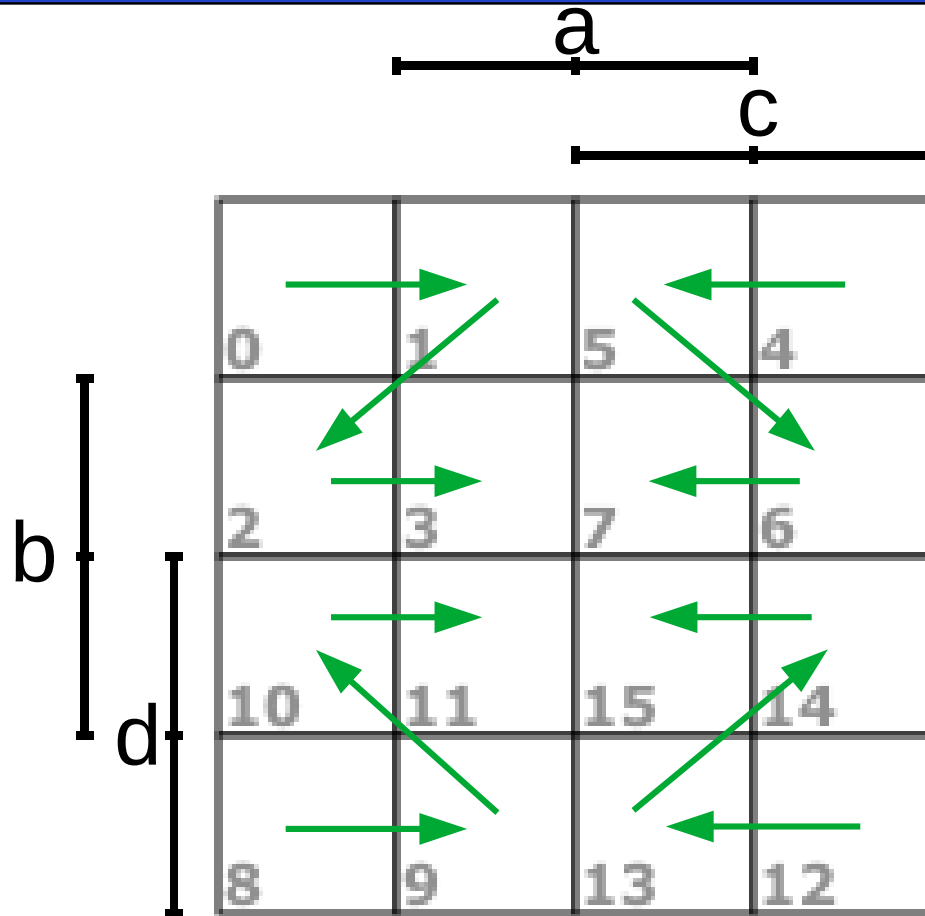
# Z-Trick



# Z-Trick



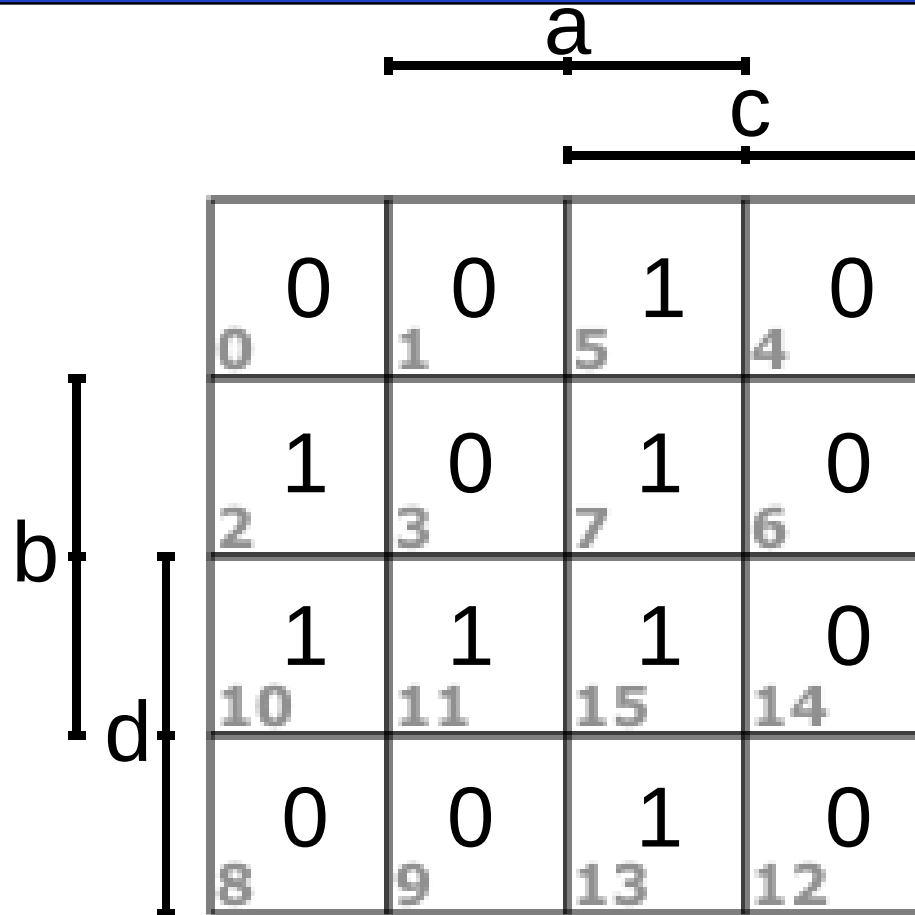
# Z-Trick



# KV-Blöcke bilden

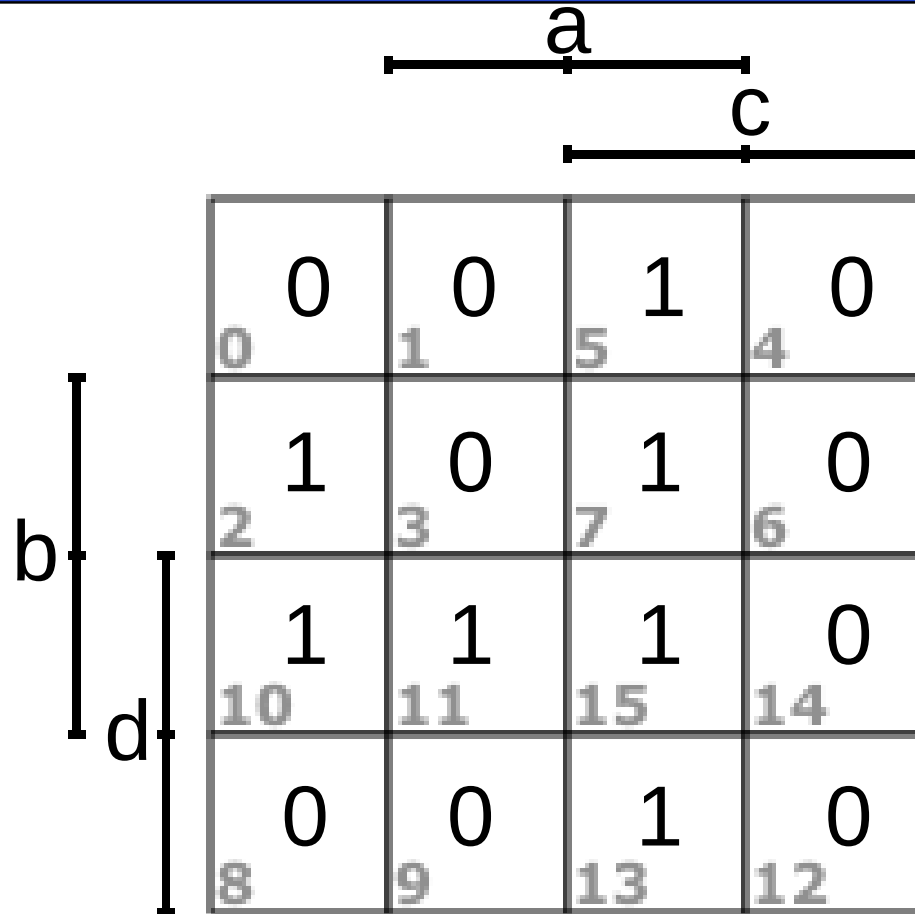
- 2ier Blöcke aus Einsen bilden (rechteckig)
- Blöcke maximal groß machen
  - Durch **einen** anderen Block abgedeckte weglassen
- Blöcke können über den Rand herausragen!
  - Achtung vor gleichen Blöcken

# Blöcke bilden: $2^1$

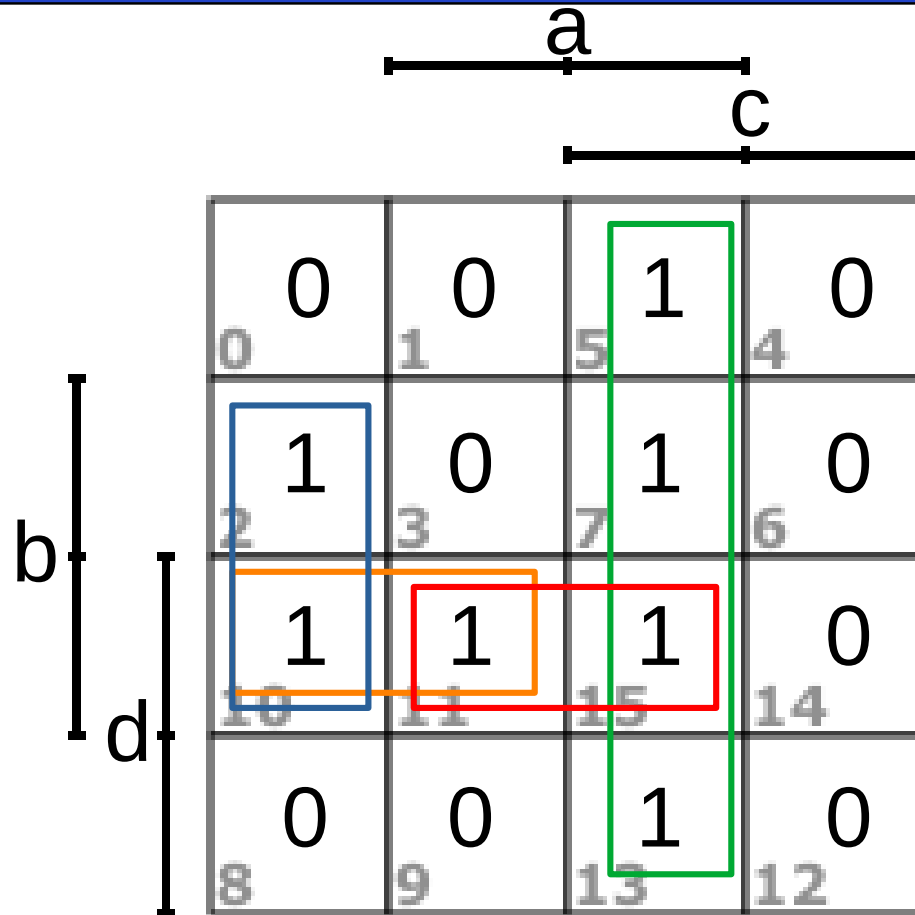




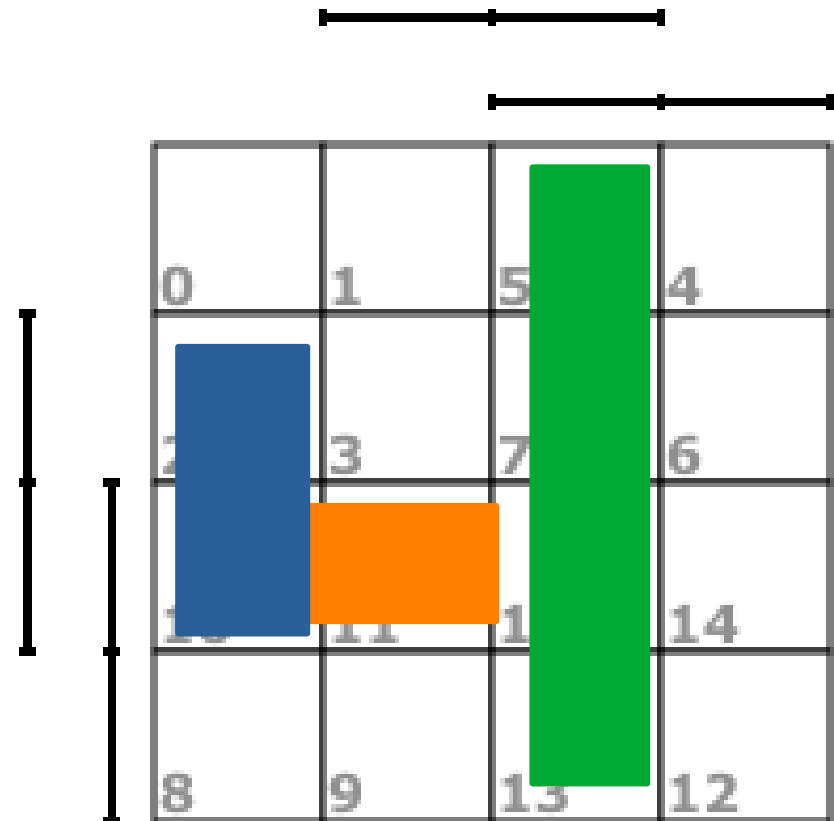
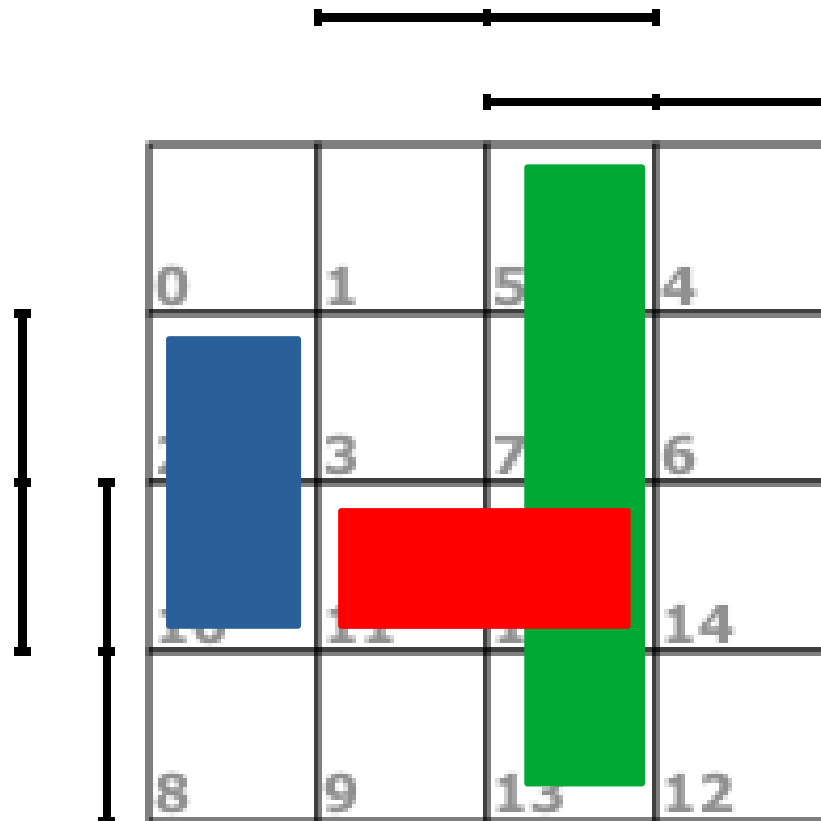
# Blöcke bilden: $2^2$



# Blöcke bilden: $2^2$



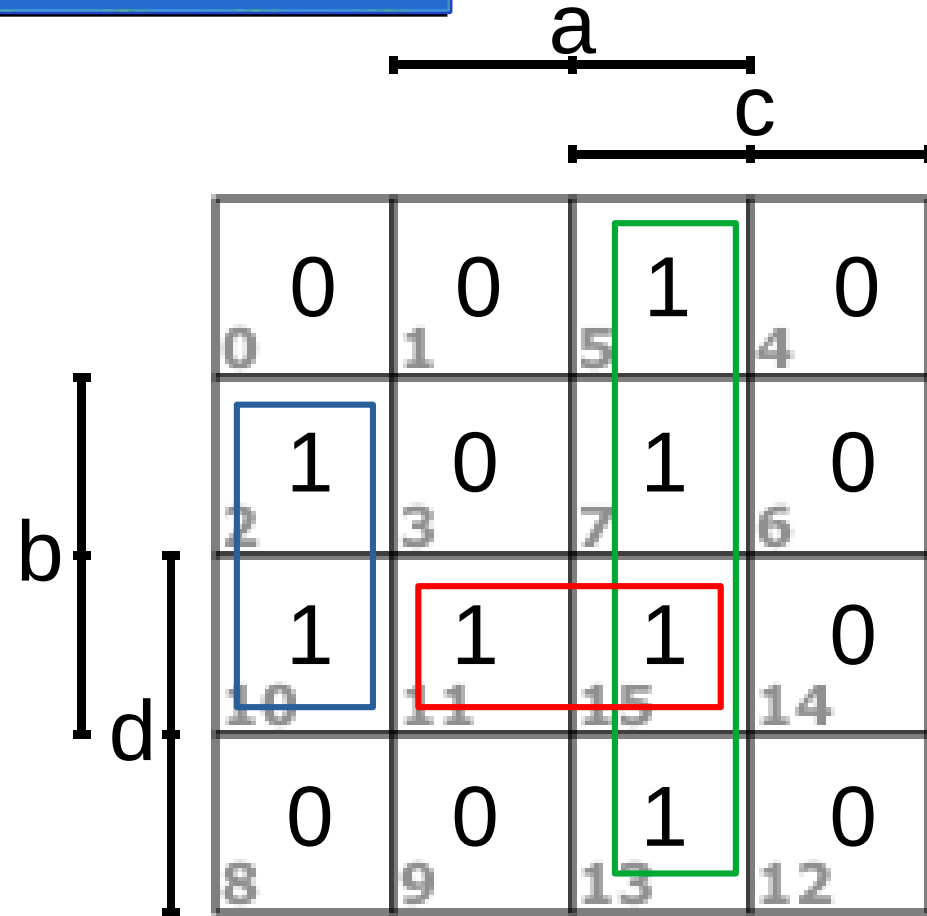
# NICHT eindeutig



# Blöcke → DMF

- Blöcke werden durch Variablen beschrieben, bei denen die Belegung konstant ist
- Je größer der Block, desto kleiner der Implikant
- DMF:

$$(ca) \vee (\bar{c}b\bar{a}) \vee (dba)$$



# KV-Diagramm: DMF

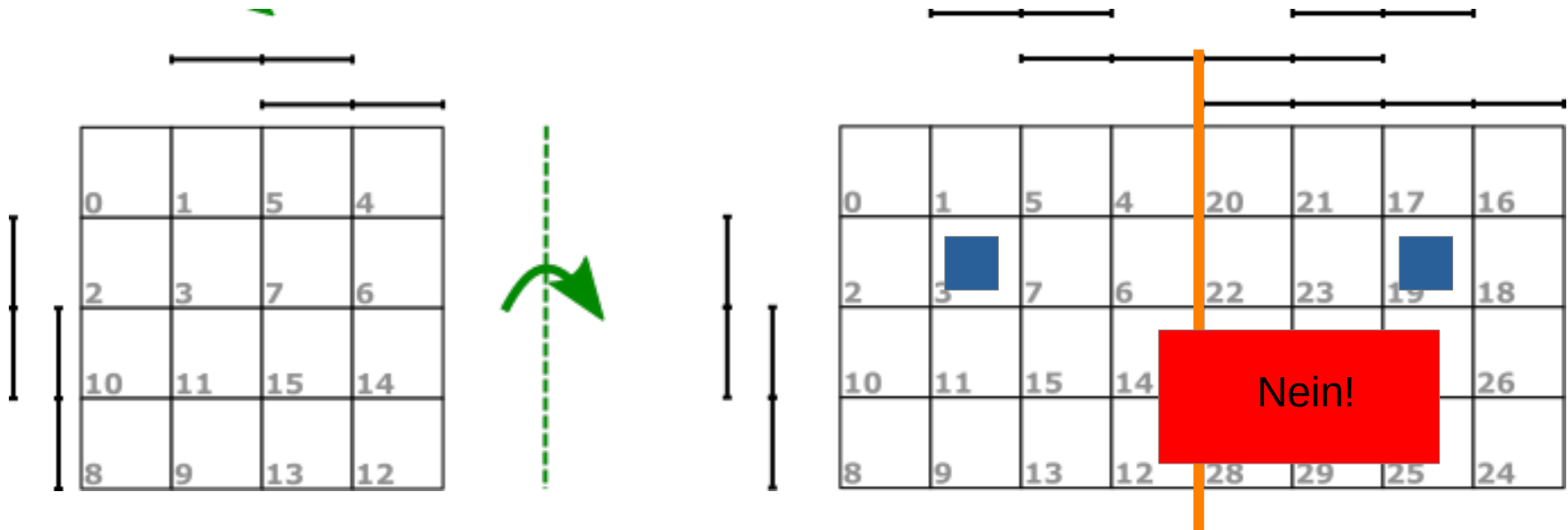
- Funktion  $\rightarrow$  Tabelle
- Tabelle  $\rightarrow$  KV-Diagramm
- 1en mit maximalen  $2^i$ -Blöcke abdecken
- Blöcke  $\rightarrow$  Implikanten
- Minimale Menge der größten Implikanten wählen
- Disjungieren der übrigen Implikanten

# KV-Diagramm: KMF

- Blöcke mit Nullen bilden
- Implikate der Blöcke bilden
- Minimale Abdeckung der größten Blöcke
- Implikate negieren
- DeMorgan
- Konjunktion & Klammern nicht vergessen!

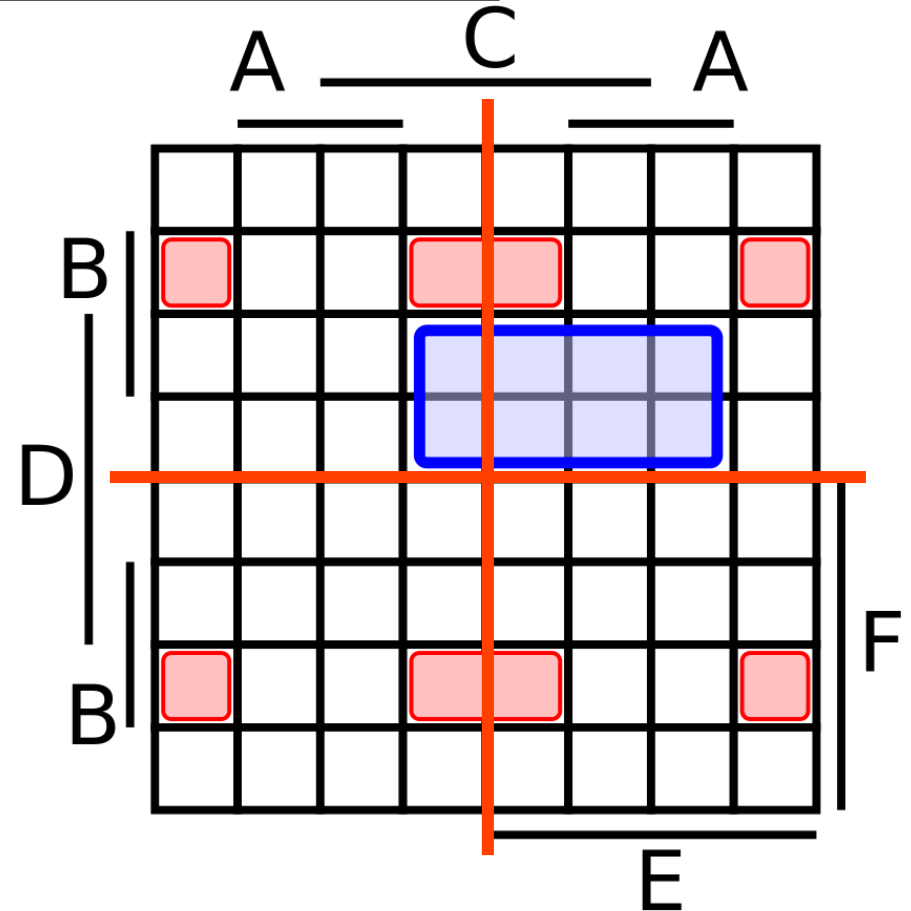
# KV mit 5 und 6 Variablen

- Zusammenfallen in 4-Variablen KVs (wie ein Z)
  - „Aufeinanderliegende“ Zellen sind ebenfalls **benachbart**
  - Blöcke **nach** dem Falten gebildet werden



# 6er KV

Rot = benachbarte Blöcke  
Blau = nicht benachbart!





# KV Latex

- Datei *kvmacros.tex* in den Ordner LaTeX-Projekt
- `\input{kvmacros.tex}` **vor** `\begin{document}`
- Weiter mit **Latex KV Diagramme** zeichnen

# Wichtig! KV-Minimierung

- 0en auch ins KV eintragen!
- NICHT immer eindeutig!
- Blöcke über Wände
- 4er-Block über alle Ecken nicht übersehen!
- KV-Beschriftung wie in der VL
  - Sonst funktioniert der Z-Trick nicht
- Ist der Block durch andere obligatorische Blöcke abgedeckt?
- Nicht hinschmieren (sofort 0P auf die Aufgabe!)

# Übung KV I

#	d	c	b	a	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1

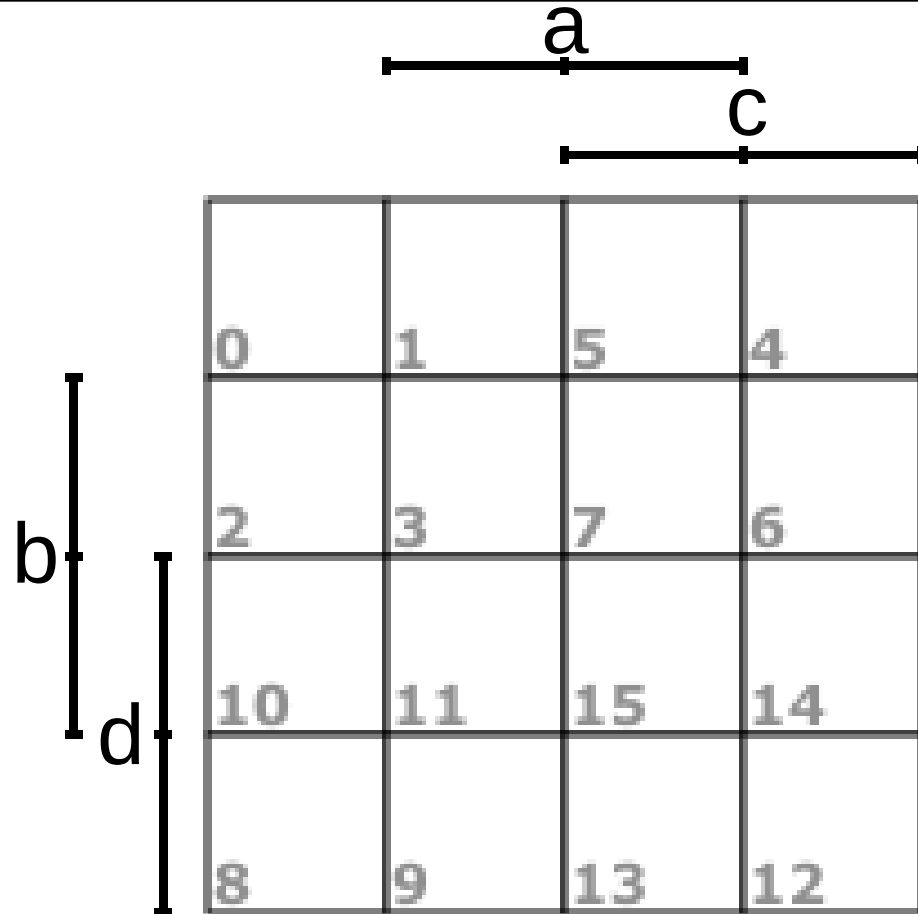
#	d	c	b	a	y
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

# Übung KV II

#	d	c	b	a	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1

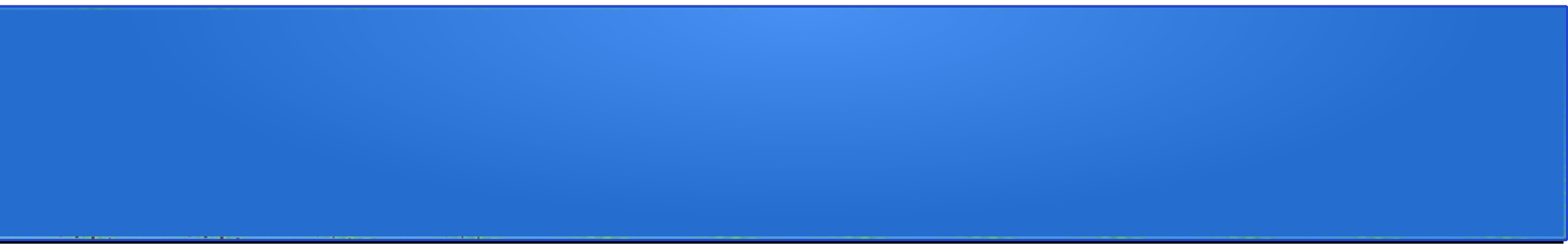
#	d	c	b	a	y
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

# Übung KV II



DMF:

KMF:



#	d	c	b	a	y
0	0	0	0	0	$y_0$
1	0	0	0	1	$y_1$
2	0	0	1	0	$y_2$
3	0	0	1	1	$y_3$
4	0	1	0	0	$y_4$
5	0	1	0	1	$y_5$
6	0	1	1	0	$y_6$
7	0	1	1	1	$y_7$

#	d	c	b	a	y
8	1	0	0	0	$y_8$
9	1	0	0	1	$y_9$
10	1	0	1	0	$y_{10}$
11	1	0	1	1	$y_{11}$
12	1	1	0	0	$y_{12}$
13	1	1	0	1	$y_{13}$
14	1	1	1	0	$y_{14}$
15	1	1	1	1	$y_{15}$