Organisatorisches

- Keine Aufzeichnung des Tutoriums
- Leute ohne ÜbungspartnerIn?

Zahlensysteme

Zahlensysteme (Decimal)

- Ziffern 0-9
- Ziffern sind Reste der Division durch 10
- $182_{10} = 1 * 100 + 8 * 10 + 2 * 1$

  $= 1 * 10^2 + 8 * 10^1 + 2 * 10^0$
- Summe aus Potenzen

Zahlensysteme (zur Basis b)

- Darstellung ist eindeutig!
- Erster einstelliger Wert immer 0
- Jede Stelle ver-b-facht die Anzahl der Werte
  - Bei i Stellen: b^i Werte
- Größter Wert bei i Stellen: $b^i - 1$
- Voranstehende 0en ignorieren ($007_{10} = 7_{10}$)

Zahlensysteme (12er/Duodecimal)

- Gute Teilbarkeit des Zahlensystems
- Ziffern 0-B
  - 0, 1, 2, ..., 9, A, B
- $182_{12} = 1 * 12^2 + 8 * 12^1 + 2 * 12^0$

  $= 1 * 144 + 8 * 12 + 2 = 242_{10} \neq 182_{10}$
- $182_{10} = 1 * 144 + 3 * 12 + 2 = 132_{12}$
- Ausrechnen der Potenzen schwer (z.B. 11^5)

Zahlensystem umrechnen

- Teilen durch die neues Basis mit Rest
- Weiterteilen des Divisors, bis er 0 ist
- Reste vom letzten zum ersten ergeben Zahl von links nach rechts

Berechnung

182 / 12 = 15 Rest 2

15 / 12 = 1 Rest 3

1 / 12 = 0 Rest 1

Berechnung

$182 / 12 = 15$ Rest 2

$15 / 12 = 1$ Rest 3

$1 / 12 = 0$ Rest 1

132_{12}

Berechnungstrick

- Wenn eine Basis die Potenz der anderen ist
  - $b_1 = b_2^i$
- Eine Ziffer in b_1 entspricht i Ziffern in b_2
- Umrechnen der Ziffern
- „Ersetze einen Ziffernbock **vollständig** mit einer Ziffer“

Berechnungstrick Bsp

- 182_9 ins 3er System:
  - $3^2 = 9$ => 1 Ziffern im 9er-System entsprechen 2 Ziffern im 3er
- $2_9 = 02_3$
- $8_9 = 22_3$
- $1_9 = 01_3$

- Somit $182_9 = 012202_3$

Berechnungstrick Bsp

- 132_4 ins Hexadezimalsystem
  - $4^2 = 16$ => 2 Ziffern im 4er-System entsprechen 1 im 16er
- $32_4 = E_h$
- $01_4 = 1_h$

- $132_4 = 1E_{16}$

Zahlensystem (Wichtig)

- Immer die Basis angeben!
  - Insbesondere beim Umrechnen
  - 10_d = dezimal, 10_b = binär, 10_h bzw. 0x... = hexadezimal
- Rechenwege angeben!!!
- 1MB sind 1 048 576 Byte (also eigentlich 1MiB)
- Wenn x Stellen gefordert sind, auch voranstellende 0en angeben

Übung: Zahlensysteme

- Stellen Sie mit 8 Bit die Zahlen 0_{17}, 17_{9}, 17_{8}, 333_{10} und G_{17} im Binärsystem dar (sofern dies möglich ist)

Boolsche Algebra

Boolsche Algebra/Schaltalgebra

- Zwei Wahrheitswerte:
  - Wahr: 1, True, $\top$
  - Falsch: 0, False, $\perp$
  - [Don‘t Care: *, -]
- Variablen die Wahrheitswerte angeben
- Tautologie: Immer wahr
- Kontradiktion: Immer falsch

Boolsche Operatoren I

- UND/Konjunktion: ∧ , AND, &&, ·, &
  - Wird i.d.R. weggelassen
- ODER/Disjunktion: ∨ , OR, ||, +, ≥ 1
- NICHT/Negation: $\overline{a}$ *[Überstreichung]*, NOT, !, ¬

Boolsche Operatoren II

- NAND($\overline{\wedge}$) und NOR($\overline{\vee}$):
  - Wie AND/OR aber hinterher zusätzlich negiert
- Exclusives OR: $\oplus$, XOR, $\underline{\vee}$, =1
- Implikation: $\Rightarrow$, $\rightarrow$
- Äquivalenz: $\Leftrightarrow$, $\equiv$
- Weitere... und Foliensatz 2: Folie 25

Rechenregeln

- Ähnlich zu Multiplikation($\triangleq$AND) und Addition($\triangleq$OR)
- Distributiv-, Absorptionsgesetz
- Idempotenzgesetz: $a \land a = a \lor a = a$
- DeMorgan: $\overline{a \land b} = \overline{a} \lor \overline{b}$ und $\overline{a \lor b} = \overline{a} \land \overline{b}$
  - Tauscht AND und OR und negiert dabei a und b

Funktionen

- Eine Reihe von (Eingabe-)Variablen
- Notation: y(a, b, ...)
- Entweder Werte(-tabelle) gegeben

  oder
- beschreibende Funktion

Wertetabelle aufstellen

- $2^{\{\text{Anzahl Variablen der Funktion}\}}$ mögliche Belegungen
- Einheitliche Darstellung/Reihenfolge der Belegungen
  - Variablen ordnen: $x_n, \ldots, x_1$ bzw. $z, x, \ldots, b, a$
  - Binär durchzählen!
- 2^i-Blöcke von 0en und 1en abwechseln

Wertetabelle: Drei Variablen

2^0 Blöcke:

#	c	b	a	y
0			0	y_0
1			1	y_1
2			0	y_2
3			1	y_3
4			0	y_4
5			1	y_5
6			0	y_6
7			1	y_7

Wertetabelle: Drei Variablen

2^1 Blöcke:

#	c	b	a	y
0		0	0	y_0
1		0	1	y_1
2		1	0	y_2
3		1	1	y_3
4		0	0	y_4
5		0	1	y_5
6		1	0	y_6
7		1	1	y_7

Wertetabelle: Drei Variablen

2^2 Blöcke:

#	c	b	a	y
0	0	0	0	y_0
1	0	0	1	y_1
2	0	1	0	y_2
3	0	1	1	y_3
4	1	0	0	y_4
5	1	0	1	y_5
6	1	1	0	y_6
7	1	1	1	y_7

Normalisierung

- Produktterm
  - (Ausschließliche) Konjunktion von Literalen
- Implikant
  - Produktterm ist immer wahr, wenn es auch f ist
- Minterm
  - Implikant mit einem Literal für alle Variablen aus f

Normalisierung

- Disjunktionsterm
  - (Ausschließliche) Disjunktion von Literalen
- Implikat
  - Disjunktionsterm ist immer falsch, wenn es auch f ist
- Maxterm
  - Implikat mit einem Literal für alle Variablen aus f
  - Bilde „<u>Minterme“</u> für f=0 und negiere diese

Normalenformen

- Keine Doppelten Min-/Maxterme
- Disjunktive Normalenform
  - Disjungiere alle Minterme
- Konjunktive Normalenform
  - Konjungiere alle Maxterme
- Nachteil: Lang!

Vollständiges Operatorensystem

- Menge aus Operatoren
  - Minimal
  - Kann durch Verknüpfung alle Operationen ersetzen
- Beispiel: $\neg, \wedge, \vee$
  - $a \oplus b = (a \vee b) \wedge \overline{(a \wedge b)}$
- Beweise, dass {…} ein vollst. Operatorensystem ist:
  - Bilde bekanntes Operatorensystem

Boolsche Algebra (Wichtig)

- Nutzt Notation aus der Vorlesung!
- Rechenregeln & -weg angeben
- Ordnen der Variablen Min-/Maxterme

Übung: Normalenformen

- Tragen Sie die Werte der Funktion $y(a; b; c) = a \vee (b \wedge \overline{c})$ *in* eine Tabelle ein
- Bilden Sie Min-/Maxterme
- Geben Sie die DNF und KNF an

#	c	b	a	y	Maxterme	Minterme
0	0	0	0			
1	0	0	1			
2	0	1	0			
3	0	1	1			
4	1	0	0			
5	1	0	1			
6	1	1	0			
7	1	1	1			