



# Algorithmen Tutorium

---

BEGINN: 16:15

# Organisation

---

- Noch keine\*n Abgabepartner\*in?
- Abgaben bitte nur als PDF, sonst harten Abzug oder 0 Punkte
  - **Keine** Scans/Bilder (Auch keine PDFs mit Bildern/Scans)
  - Screenshots/Bilder aus Programmen(z.B. Excel) sind okay
  - Schriebe auf iPad oder Vergleichbarem sind auch okay
- Falls Moodle down ist
  - Deadline wird i.d.R. verlängert => später hochladen
  - Mail mit Abgabe an mich (VOR Abgabeschluss)

# Hilfreiche Programme

---

- Schreiben => LaTeX-Distribution (Overleaf, TeXstudio, ...)
- Tabellen => Excel oder Text
- Abbildungen => LaTeX-Package `tikz`, PaintIO, yEd-Live, Inkscape, ...
- Endliche Automaten => LaTeX-Package `tikz`, <http://madebyevan.com/fsm/>
- Code => LaTeX-Package `lstlistings`

# Master-Theorem

---

- Laufzeit einer Rekursion?

- Einfach:

```
int intLog2(float n) {  
    if (n <= 1) {  
        return 0;  
    }  
    return 1 + intLog2(n / 2);  
}
```

- Allgemeiner Fall:  $T(n) = a * T\left(\frac{n}{b}\right) * f(n)$ 
  - a, b sind Konstanten
  - f(n) ist der „Aufwand“ pro Rekursionsschritt

# Master-Theorem

---

- 3 bzw. 4 Fälle:
  - Nur ein Fall kann zutreffen (wegen  $\varepsilon$ )

	Erster Fall „>“	Zweiter Fall „=“	Dritter Fall „<“
<b>Allgemein</b> Falls gilt:	$f(n) \in \mathcal{O}(n^{\log_b a - \varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$	$f(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$	$f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$ und ebenfalls für ein $c$ mit $0 < c < 1$ und alle hinreichend großen $n$ gilt: $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$
Dann folgt:	$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$	$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log(n))$	$T(n) \in \Theta(f(n))$

- 4. Fall: Fall 1-3 treffen nicht zu
  - $\Rightarrow$  MT nicht anwendbar

Quelle der Beispiele: <https://de.wikipedia.org/wiki/Master-Theorem>

# Master-Theorem (1. Fall)

---

- Formel:  $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + 1000n^2$  (aus Code ablesen)
  - $a = 8, b = 2, f(n) = 1000n^2$
  - $\log_b(a) = \log_2(8) = 3$
- Bedingung prüfen:  $f(n) \in O(n^{\log_b a - \varepsilon}) = O(n^{3 - \varepsilon})$ 
  - Gilt für  $\varepsilon = 1$
- $\Rightarrow T(n) \in \theta(n^3)$

	Erster Fall
Allgemein Falls gilt:	$f(n) \in \mathcal{O}(n^{\log_b a - \varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$
Dann folgt:	$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$

# Master-Theorem (2. Fall)

---

- Formel:  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 10n$ 
  - $a = 2, b = 2, f(n) = 10n$
  - $\log_b(a) = \log_2(2) = 1$
- Bedingung prüfen:  $f(n) \in O(n^{\log_b a}) = O(n^1)$ 
  - Kein  $\varepsilon$ , da  $\theta$
- $\Rightarrow T(n) \in \theta(n * \log_2(n))$

	Zweiter Fall
Allgemein Falls gilt:	$f(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$
Dann folgt:	$T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log(n))$

# Master-Theorem (3. Fall)

- Formel:  $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$ 
  - $a = 2, b = 2, f(n) = n^2$
  - $\log_b(a) = \log_2(2) = 1$
- 1. Bedingung prüfen:  $f(n) \in \theta(n^{\log_b a + \varepsilon}) = \theta(n^{1+\varepsilon})$ 
  - Gilt für  $\varepsilon = 1$
- 2. Bedingung prüfen:  $\exists 0 < c < 1: af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$  ab genügend großem  $n$ 
  - Werte einsetzen :  $2\left(\frac{n}{2}\right)^2 \leq cn^2 \Leftrightarrow 2\frac{n^2}{4} \leq cn^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n^2 \leq cn^2$
  - Gilt für z.B. mit  $c = \frac{1}{2}$  für  $\forall n \geq 1$
- $\Rightarrow T(n) \in \theta(n^2)$

	Dritter Fall
Allgemein Falls gilt:	$f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$ für ein $\varepsilon > 0$ und ebenfalls für ein $c$ mit $0 < c < 1$ und alle hinreichend großen $n$ gilt: $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$
Dann folgt:	$T(n) \in \Theta(f(n))$