MAA 2 - Klausur

Jan Caspar, Aktualisiert 7. Juli 2017, v 1.0.4

Komplexe Zahlen

$i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $i^5 = i$, $i^{-1} = \frac{1}{i} = -i$

Rechenoperationen

$z_1 = a + bi$ $z_2 = c + di$ bzw. $z_1 = [r_1; \phi_1]$ $z_2 = [r_2; \phi_2]$

$z_1 \pm z_2$

Karthesisch	$a \pm c + (b \pm d)i$
Polar	ungünstig
Graphisch	Vektoraddition/Vektorsubtraktion

$z_1 * z_2$

Karthesisch	$a * c - b * d + (a * d + b * c)i$
Polar	$[r_1 * r_2; \phi_1 + \phi_2]$
Graphisch	Drehstreckung (-stauchung)

$\frac{z_1}{z_2}$

Karthesisch	Bruch erweitern mit z_2^*
Polar	$[\frac{r_1}{r_2}; \phi_1 - \phi_2]$
Graphisch	Drehstreckung (-stauchung)

Inversion

$\frac{1}{z} = \frac{1}{a+b*i} = \frac{1}{r} * e^{-i*\phi}$

Potenzieren

$z^n = [r^n; n\phi]$ d.h. $z^n = r^n(cos(n\phi) + i\, sin(n\phi))$

Wurzelziehen

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} * e^{i*\frac{\phi+2*k*\pi}{n}}$ (expo. Form)

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}(\cos(\frac{\phi+2k\pi}{n}) + i * sin(\frac{\phi+2k\pi}{n}))$

mit $k = 0, 1, \dots n-1$ (Hauptwert $k = 0$)

Log

$\ln z = \ln r + i * (\phi + 2k\pi)$ mit $k \in \mathbb{Z}$ (Hauptwert $k = 0$)

konjugiert Komplex

$z = a + i * b \rightharpoonup z^* = a - i * b$

Geometrische Transformationen

Spiegelung an der x-Achse

$\overline{z} = a - bi$

Spiegelung am Nullpunkt

$-z = -a - bi$

Verschiebung um t

$t = (c, d);\ z \to (a + c) + (b + d)i = z + t = z'$

Drehung um ω um den Nullpunkt

$: z \to [r; \phi + \omega] = z \cdot [1; \omega] = p''$

Änderung des Koordinatensystems

Verschiebung

um $t = (c, d) = c + di$

Im alten KS	$z = (a, b) = a + bi$
Im neuen KS	$z_{neu} = (a - c, b - d)_{neu} = z - t$

Drehung

um ω

altes KS	$z = [r; \phi]$
neues KS	$z_{neu} = [r; \phi - \omega]_{neu} = z * [1; -\omega] = \frac{z}{[1;\omega]}$

Kartesische Koordinaten / Polarkoordinaten

Kartesische Koordinaten $(x; y)$

$x = r\, cos(\phi)$, $y = r\, sin(\phi)$

Polarkoordinaten $[r; \phi]$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = |z|$, $\phi = arctan(\frac{y}{x})$

$x + yi = r(\cos(\phi) + i\ \sin(\phi))$

Vektorrechnung

Betrag / Länge

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ bzw Allgemein $\|v\| = \sqrt{v \cdot v}$

Normierung (Einheitsv.)

$\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

Skalarprodukt

$v \cdot w := \sum_{i=1}^{n} = v_i * w_i$

Orthogonalität

$v * w = 0$ (senkrecht bzw. normal, wenn Skalarprodukt = 0)

Abstand zweier Vektoren

$d(v, w) := \|v - w\| = (\sqrt{(v_1 - w_1)^2 + \dots + (v_n - w_n)^2})$

Winkel zwischen zweier Vektoren

$\cos(\alpha) = \frac{v*w}{\|v\|*\|w\|}$

$d(v, w) := \|v - w\| = (\sqrt{(v_1 - w_1)^2 + \dots + (v_n - w_n)^2})$

Projektion (v auf w)

$proj_w(v) := \frac{v*w}{\|w^2\|} * w$

Lineare Abhängigkeit

Mit drei Vektoren

Möglichkeit A Determinante bestimmen, wenn die Determinante = 0 dann sind die Vektoren linear abhängig, sonst nicht.
Matrizen ⟶Determinanten

Möglichkeit B Gauß Algorithmus anwenden. Besitzt das Gleichungssystem eine Nullzeile so ist es linear abhängig. Besitzt es **keine** Nullzeile (nur Nullen) so ist es linear unabhängig.

Vektorräume

Jeder Vektorraum ist über einen Körper aufgebaut. Zum Beispiel V ist der Vektorraum $\mathbb{R}^3$und der Körper K dazu die reelen Zahlen$\mathbb{R}$. $(V, +, *)$. Erste Abbildung ist $V \times V$ (karth. Prod.), Grundlage für Vektoraddition. $K \times V$ ist Grundlage für skalare Multiplikation. Vektorraum muss eine abelsche Gruppe sein. Distributivität von + / * und visa verce.

Erzeugendes System

Mit dem Erzuegendensystem von V kann man jeden Vektor $\vec{v}$ bauen. zB $\mathbb{R}^3 \to a * \begin{matrix}1\\0\\0\end{matrix} + a * \begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix} + c * \begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}$ müssen wieder linear unabhängig sein. $\vec{v} = \lambda_1 * \vec{e_1} + \lambda_2 * \vec{e_2} + \dots + \lambda_n * \vec{e}_n$
Prüfen ob es Basis ist mit linearen Gleichungssystem
$\begin{matrix}x\\y\\z\end{matrix} = \lambda_1 * \vec{v_1} + \lambda_2 * \vec{v_2} + \lambda_3 + \vec{v_3}$, wenn nur eine Lösung ist Basis.

Lineare Hülle

Die lineare Hülle kann man aus nicht linear abhängigen Vektoren bilden indem man sie mit einem Parameter versieht.
z.B.$\mathbb{R}^3$ $t * \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} + u * \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ (Standardbasis)

Basis

Bedingungen: Muss ein **Erzeugendes System** sein (alle Vektoren müssen sich aus der Basis generieren lassen), Muss **eindeutig** sein (Es darf nur eine Möglichkeit geben einen bestimmten Vektor zu generieren, **linear unabhängig!**). Jeder Vektorraum hat eine Basis, meistens besitzt ein Vektorraum mehrere Basen.

Unterräume und Mannigfaltigkeiten

Unvervektorraum U muss folgende Kritieren erfüllen: Darf nicht leer sein. Abeschlossen bezüglich Vektoraddition (Summe von zwei Vektoren muss wieder drinnen sein) $\forall \vec{x}, \vec{y} \in U : \vec{x} + \vec{y} \in U$, Abeschlossenheit bezüglich Skalarmultiplikation $\forall a \in K, \vec{x} \in U : a * x \in U$.

Beispiele im $\mathbb{R}^3$: Jeder Gerade und Ebene die durch den Ursprung geht.
„Jeder Unterraum geht durch den Ursprung.“ „Die von p und U erzeugte lineare Mannigfaltigkeit ist der um p verschobene Unterraum U.“ $U := \{a \begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix} + b \begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix} |a, b \in \mathbb{R}\}$

U ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$, nämlich eine Ebene durch den Ursprung.
$M := \begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix} + U = \{ \begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix} + \lambda \begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix} + \mu \begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix} |\lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$
M ist eine lineare Mannigfaltigkeit, und zwar eine Ebene parallel zu U durch den Punkt [1,2,3]. Nicht eindeutige LGS in Vektor das Vorkommen. Startpunkt die Konstanten (oben 1 2 3). Für 2 lin un. Lösungen (b1,b2) (hom.) $v_1 = \lambda_1 * b_1 + \mu_1 * b_2$und $v_2 = \lambda_2 * b_1 + \mu_2 * b_2 \implies v_1 + v_2 = (\mu_1 + \mu_2) * b_1 + (\lambda_1 + \lambda_2) * b_2 \in L$, für 2 Lösungen$\lambda = 0$ und $\mu = 0$

Gram-Schmidt'sches Orthogonalisierungsverfahren

Sei V der Vektorraum und die Vektoren $v_1 \dots v_2 \in V$ sind linear unabhängig.
Sei $\{b_1, ..., b_n\}$ eine Basis von V . Dann ist die Menge $\{v_1, ..., v_n\}$ mit

$v_i := b_i - \sum_{j=1}^{i-1} proj_{v_j}(b_i)$ eine orthogonale Basis von V .
Anschließendes Normalisieren
$v_i' := \frac{1}{||v_i||} v_i$ ergibt eine Orthonormalbasis von V.

Abstandsberechnung

Sei $\{b_1, ..., b_r\}$ eine ONB von U (zumindest orthogonal!), v sei Vektor bei gesuchtem Punkt
$p := \sum_{j=1}^{r} proj_{b_j}(v)$

Matrizen (r×s)

Inverse (Kehrmatrix) A^{-1}zu A

$A * A^{-1} = A^{-1} * A = E$ $\quad det A^{-1} = \frac{1}{det A}$
Die Inverse existiert für quadratische Matrizen wenn $det A \neq 0$⟺Matrix regulär

Berechnung über Multiplikation mit E (Gauß-Jordan-Algorithmus)

Die zu invertierende Matrix A wird in einer Blockmatrix mit der Einheitsmatrix geschrieben $\boxed{A \mid E}$, nun werden so lange Gaußschritte (+ die Division einer ganzen Zeile mit einer Zahl ist erlaubt) vollzogen über diese Blockmatrix bis links die Einheitsmatrix ist, rechts steht nun die Inverse.

Es gilt
$(A^{-1})^{-1} = A$ und $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ und $(A * B)^{-1} = B^{-1} * A^{-1}$

Spezialfall 2×2 Matrizen

$$A = \begin{matrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{matrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{det A} * \begin{matrix}a_{22} & -a_{12}\\ -a_{21} & a_{11}\end{matrix}$$

Explizit 3×3

$$\begin{pmatrix}a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix}ei - fh & ch - bi & bf - ce\\ fg - di & ai - cg & cd - af\\ dh - eg & bg - ah & ae - bd\end{pmatrix}$$

Determinanten

Reguläre Matrix: $det A \neq 0$ (bei GS genau eine Lösung)
Singuläre Matrix: $det A = 0$ (bei GS unendlich viele Lösungen)

Determinante einer Dreiecksmatrix $A_{n,n}$

$det A = a_{11} * a_{22} * \dots * a_{nn}$

Der Laplace'sche Entwicklungssatz $n \times n$

Entwicklung nach der k-ten Spalte bzw. i-ten Zeile:
$det(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ik} * (-1)^{1+k} |Si_{ik}| = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} * (-1)^{1+k} |Si_{ik}|$
S_{ik} ist die $((n-1) \times (n-1))$-Matrix, die man erhält, wenn die i-te Zeile und k-te Spalte gestrichen wird (“Streichungsmatrix“). Es ist dabei völlig egal, nach welcher Zeile oder Spalte entwickelt wird.

Tipp Zeile oder Spalte wählen die möglichst viele Nullen enthält.

Der -1 Teil in der Formel ist nur das alternierende Vorzeichen:
$\begin{pmatrix}+ & - & +\\ - & + & -\\ + & - & +\end{pmatrix}$Danach nur mehr gewählte Zeile/Spalte + zugehörige Spalte/Zeile streichen (Streichmatrix). Vorzeichen $\pm a_{xy} * det(Streichmatrix)$ und alles zusammenrechnen.

Cramersche Regel

$x_n = \frac{det A_n}{det A}$ wobei $A_n$die Koeffiezienten Matrtix mit der jeweiligen Spalte n durch den Lösungsvektor ersetzt.

Rang

Rang einer Matrix berechnen

Es wird der ⓘ Gauß Algorithmus angewandt. Sobald man die ⓘ Dreiecksmatrix erhalten hat kennt man den Rang der Matrix, dieser ist nämlich die Anzahl der Zeilen die **nicht** aus nur Nullen bestehen.

Spezialfall: Rang quadratischer Matrizen

Entspricht der Rang einer quadratischen Matrix ihrer Zeilen- und Spaltenzahl, wird sie reguläre Matrix genannt. Reguläre Matrizen sind invertierbar, d.h. es lässt sich eine inverse Matrix berechnen.

regulär / singulär
Quadratische Matrizen sind genau dann **regulär**, wenn ihre Determinante nicht Null ist. Hat nun eine 3×3 Matrix eine Determinante ungleich 0, so ist der Rang der Matrix 3, bei einer 2×2 wäre der Rang zwei, analog.
Sollte die Determinante 0 sein so kann man nur sagen, dass der Rang für eine 3×3 Matrix kleiner 3 ist. Es muss der Rang wie oben angegeben berechnet werden.

Algebraische Strukturen

Eine algebraische Struktur ist eine nicht leere Menge M, auf der eine oder mehrere Verknüpfungen mit Rechenregeln, z.B. Addition; und Multiplikation definiert sind

Verknüpfung
Eine Verknüpfung $\circ$ auf einer Menge M ordnet jedem geordneten Paar$(x, y) \in M \times M$ ein Element $x \circ y \in M$ zu. **Bildet 2 Mengenelemente wieder auf eines ab!**
Man bezeichnet die algebraische Struktur als $(M, \circ, *)$, z.B. $(R, +, *)$.

algebraischen Gesetze

Existenzgesetz

$$x \circ y = z$$

Addition	Multiplikation
$E^{+} x + y = z$	$E^{*} x * y = z$

Assoziativgesetz

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$$

Addition
$A^{+}(x + y) + z = x + (y + z)$

Multiplikation
$A^{*}(x * y) * z = x * (y * z)$

Neutrales Element / Einselement

$$e: x \circ e = e \circ x = x$$

Addition	Multiplikation
$N^{+} x + 0 = 0 + x = x$	$N^{*} x * 1 = 1 * x = x$

Inverses Element

$$\overline{x}: x \circ \overline{x} = \overline{x} \circ x = e$$

Addition	Multiplikation
$I^{+} x + (-x) = (-x) + x = 0$	$I^{*} x * \frac{1}{x} = \frac{1}{x} * x = 1$

Kommutativgesetz

$$x \circ y = y \circ x$$

Addition	Multiplikation
$K^{+} x + y = y + x$	$K^{*} x * y = y * x$

Außerdem gibt es das Distributivgesetz D
$x * (y + z) = x * y + x * z$
$(x + y) * z = x * z + y * z$

Halb-Gruppen

Assoziativgesetz $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$

Beispiele
$[\mathbb{N}, +], [\mathbb{R}, *], [Pot(M), \cup]$

Monoid

Assoziativgesetz $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$
Neutrales Element $x \circ e = e \circ x = x$

Beispiele
$[\mathbb{N}_0, +], [\mathbb{R}, *], [Pot(M), \cup], [\{f | f : A \to A\}, \circ]$

Gruppen

Eine Menge M heißt bezüglich einer Verknüpfung $\circ$ eine **Gruppe** G, wenn die folgenden Axiome gelten.
Existenzgesetz $x \circ y = z$
Assoziativgesetz $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$
Neutrales Element $x \circ e = e \circ x = x$
Inverses Element $x \circ \overline{x} = \overline{x} \circ x = e$
Eine Gruppe heißt eine **kommutative Gruppe** bzw. **abelsche Gruppe** (gilt auch für Monoid und Halbgruppe), wenn außerdem das Kommutativgesetz $x \circ y = y \circ x$ gilt.

Beispiele
$[\mathbb{Z}, +], [\mathbb{R} \setminus \{0\}, *], \{f | f : A \xrightarrow{bij.} A\}, \circ]$
Endliche Gruppe mit 10 Elementen: $[\mathbb{Z}_{10}, +]$

Ringe

Eine Menge M heißt bezüglich zweier Verknüpfungen $\circ$ und $*$ ein Ring R, wenn die folgenden Axiome gelten.
Existenzgesetz $x \circ y = z, x * y = z$
Assoziativgesetz $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), (x * y) * z = x * (y * z)$
Neutrales Element $x \circ e = e \circ x = x$
Inverses Element $x \circ \overline{x} = \overline{x} \circ x = e$
Kommutativgesetz $x \circ y = y \circ x$
Distributivgesetz $x * (y \circ z) = x * y \circ x * z, (x \circ y) * z = x * z \circ y * z$
Ein Ring heißt ein **kommutativer Ring**, wenn außerdem das Kommutativgesetz bezüglich $*$ $x * y = y * x$ gilt.
Es gibt auch Ringe mit einem **neutralen Element** bezüglich $*$: $x * e' = e' * x = x'$.

Beispiele
$[\mathbb{Z}, +, *]$
$[R^{n \times n}, +, *]$ ist ein (nicht-kommutativer) Ring. Nullelement ist 0_n, das Einselement ist E_n.
Kommutativer Ring mit Einselement der kein Körper ist $[\mathbb{Z}, +, *]$

Körper

Eine Menge M heißt bezüglich zweier Verknüpfungen $\circ$ und $*$ ein Körper K, wenn die folgenden Axiome gelten:
Existenzgesetz $x \circ y = z, x * y = z$
Assoziativgesetz $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), (x * y) * z = x * (y * z)$
Neutrales Element $x \circ e = e \circ x = x, x * e' = e' * x = x'$
Inverses Element $x \circ \overline{x} = \overline{x} \circ x = e, x * \widehat{x} = \widehat{x} * x = e'$
Kommutativgesetz $x \circ y = y \circ x, x * y = y * x$
Distributivgesetz $x * (y \circ z) = x * y \circ x * z, (x \circ y) * z = x * z \circ y * z$

Beispiele
$[\mathbb{Q}, +, *], [\mathbb{R}, +, *]$
Endlicher Körper mit 11 Elementen: $[\mathbb{Z}_{11}, +, *]$
Unendlicher Körper $[\mathbb{Q}, +, .*], [\mathbb{R}, +, .*]$

Beispiele für Unterstrukturen

[Z, +] Untergruppe von [R, +], [Z, +, ·] Unterring von [R, +, ·] (Kein Unterkörper!), [Q, +, ·] Unterkörper von [R, +, ·], [G, +, ·] Unterring von [Z, +, ·]

Exkurs Restklassenoperationen

- $[\mathbb{Z}_n, +, *]$ ist kommutativer Ring mit Einselement.
- $a \in \mathbb{Z}$ist invertierbar $\Leftrightarrow ggT(a, n) = 1$ (a und n teilerfremd)
- Falls p Primzahl, dann $[\mathbb{Z}_p, +, *]$ ist (endlicher) Körper

Restklassen

Rechnen mit Restklassen $+, *$

$[x]_n + [y]_n := [x + y]_n$
$[x]_n * [y]_n := [x \cdot y]_n$

Dividieren mit Restklassen

Multiplikation mit Inverse

Inverse MOD

Beispiel inverse von $[4]_{11}$ mit Euclid

	s	t	q	
11	1	0	/	s,t mit 1,0,/ anschreiben
4	0	1	2	s,t mit 0,1 anschreiben | 4 in 11 2 mal
3	1	-2	1	**3R.** $s = 1 - 0 * 2, t = 0 - 1 * 2$ | 3in4 1·
1	-1	**3**		**1R** $s = 0 - 1 * 1$ $t = 1 - (-2) * 1$

Das Inverse von $[4]_{11}$ ist 3, immer schauen wo der 1er in den ersten zwei s,t Spalten steht, dort ist das gewünschte Ergebnis.

LO: Simplex

Standardform

- alle Restriktionen durch lineare Gleichungen beschrieben,
- alle Variablen müssen nicht-negativ sein, und
- es wird ein Minimum der linearen Zielfunktion gesucht.

Transformation in Standardform

- Eine Restriktion der Form $a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n \leq b$ kann durch eine **Schlupf-variable** $y_1 \leq 0$ überführt werden in eine Gleichheitsrestriktion $a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n + y1 = b$.
- Eine Restriktion der Form $a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n \geq b$ kann geschrieben werden als $-a_1 x_1 - \cdots - a_n x_n \leq -b$.
- Bei Fehlen der Nicht-Negativitäts-Bedingung für eine Variable x_i können zwei neue Variable x_k, x_l mit $x_i = x_k - x_l$ und $x_k, x_l \geq 0$ eingeführt werden. Im Originalproblem muss jedes Auftreten von x_i durch $x_k - x_l$ ersetzt werden.
- Wird ein Maximum der Funktion $f(x_1 \ldots, x_n) = c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n$ gesucht, so sucht man ein Minimum der neuen Zielfunktion $-f(x_1, \ldots, x_n) = -c_1 x_1 - \cdots - c_n x_n$

Am Schluss so anschreiben

$ax_1 \pm bx_2 \pm y_1$	$= Erg$	Restriktionen.
$\vdots$	$\vdots$	
$x_1, x_2, y_1 \geq 0$		Nicht-Negativitätsbed.
$f(x_1, x_2) = kx_1 + cx_2$	$\to Min$	Zielfunktion

Matrix

[Optional] Blockmatrix E|A notieren für Übersicht.

Simplex-Tableau

	x_1	x_2	b	q	e_x
y_1	$[x_1]$	$[x_2]$	$[Erg]$		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
	$(\neg\pm)[k]$	$(\neg\pm)[c]$	0		

Berechnung

Schritt 1: Aus Zielfunktionszeile (Beispiel Tableau die mit k und c) den höchsten Wert wählen. Sollten alle Werte bereits ≤ 0 sein so ist das ideale Tableau bereits erreicht.

Schritt 2: q berechnen mit Basis b der jeweiligen Zeile durch den zugehörigen Eintrag der gewählten Spalte (Zeile mit k oder c nach Bsp. oben) ($q = b/a_i$)

Schritt 3: Wähle Zeile mit kleinstem $q > 0$

Schritt 4: Variablen tauschen mittels Gauß

Wenn das optimale Tableau erreicht ist lassen sich aus der Spalte b die idealen Werte ablesen, $x_1 \ldots x_n$ aus jeweiliger Basis ablesen. Achtung Zielfunktionsbasis ist wieder das Vorzeichen zu negieren.

Graphisomorphismus

- Beide Graphen haben dieselbe Anzahl Knoten und Kanten.
- Knoten mit denselben Eingangs- und Ausgangsgraden lassen sich einander zuordnen.

Diese Bedingungen sind nicht hinreichend.

Tabelle mit Knoten aufstellen

1. OutDeg und InDeg für Knoten von ersten Graph aufstellen
2. Knoten von zweiten Graphen zuordnen anhand von erster Tabelle (gleiche In und Out Degrees)

Sei G = [V, →] ein Graph.
$InDeg(v) := |\{w \in V | w \to v\}|$ (Eingangsgrad)
$OutDeg(v) := |w \in V | v \to w|$ (Ausgangsgrad)

Newton-Algorithmus

1. wähle Näherungsgrenze & Startwerte
2. Setze Startwert in Funktion und erste Ableitung ein
3. dividiere Funktionswert durch den Funktionswert der ersten Ableitung $\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \overline{x}$
4. von Startwert das Ergebnis der Division von 3. abziehen $(x = x - \overline{x})$, wieder Funktionswerte mit neuem Wert dividieren so lange bis Näherung ausreicht.

Gauß Algorithmus

Wichtig ist das **keine „Treppe"** mit Nullen entsteht da dies heißt unser Gleichungssystem hat unendliche viele Lösungen, wenn eine Treppe entsteht ist nur die zweite bis n'te Variable frei wählbar!

Disclaimer
Erstellt mit veganer Open-Source Software, unter ausschließlicher Verwendung von glutenfreien Freilandbytes, in einem fair gesourc'tem Computer der nur auf Biostrom rennt. Kann Spuren von Nüssen enthalten. Jetzt ists Zeit mit Mathe aufzuhören.