

### PLANTEAMIENTO:

Dados los números primos  $p=7$ ,  $q=19$ , y el mensaje  $m=5$ ; usar el algoritmo RSA para encriptar el mensaje( $m$ ).

### SOLUCIÓN:

1. Hallar  $n$  y  $\Phi(n)$ :

a.  $n = p \cdot q = 11 \cdot 3 = 33$  ☐  $n = 33.$

a.  $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (11-1) \cdot (3-1) = (10) \cdot (2) = 20$  ☐  $\Phi(n) = 20.$

0. Hallar  $k$ :

$k = \Phi(n) + 1 = 20 + 1 = 21$  ☐  $k = 21.$

$e = 7$

0. Factorizar  $K$  para hallar  $e$  y  $d$ :

a.  $k = e \cdot d.$

a. Para hallar  $e$ , se deben tener en cuenta las siguientes características:

.  $1 < e < \Phi(n)$

.  $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$  ☐  $e$  y  $\Phi(n)$  sean primos relativos.

a. Se despeja  $d$  ( $d = k/e$ ).

0. Según lo anterior se procede de la siguiente manera:

a.  $21 = e \cdot d = 7 \cdot 3$

a. Se supone  $e=7$ :

- .  $1 < 7 < 20$ .
- .  $\text{MCD}(7, 20) = 1$       $\square$      7 y 20 si son primos relativos.

a. Luego,  $d = 21/7 = 3$ .

a. En conclusión:

- . Llave pública:  $(e, n) = (7, 33)$ .
- . Llave privada:  $(d, n) = (3, 33)$ .

2. Una vez se tienen las llaves, se puede pasar a encriptar (cifrar) / desencriptar (descifrar) el mensaje:

**Cifrado:**  $m_c = m^e \bmod n$ ; con  $\text{MCD}(m, n) = 1$  y  $m < n$ .

**Descifrado:**  $m = m_c^d \bmod n$ .

*Es importante decir que para efectuar estos cálculos se necesita de un computador y se requiere manejar los números con altísima precisión.*

3. Se cifra el mensaje  $m$  ( $m_c$ ) y se lo envía, de acuerdo al siguiente procedimiento:

78125÷33

1. Divide 78 entre 33:  $78 \div 33 = 2$  con un resto de  $78 - (33 \times 2) = 78 - 66 = 12$ . Baja el siguiente dígito (1), formando 121.
2. Divide 121 entre 33:  $121 \div 33 = 3$  con un resto de  $121 - (33 \times 3) = 121 - 99 = 22$ . Baja el siguiente dígito (2), formando 222.
3. Divide 222 entre 33:  $222 \div 33 = 6$  con un resto de  $222 - (33 \times 6) = 222 - 198 = 24$ . Baja el siguiente dígito (5), formando 245.
4. Divide 245 entre 33:  $245 \div 33 = 7$  con un resto de  $245 - (33 \times 7) = 245 - 231 = 14$ .

El resto final es 14.

$$m_c = (m)^e \bmod n = (5)^7 \bmod 33 = 78125 \bmod 33 = 14;$$

con  $\text{MCD}(5, 33) = 1$  y  $2 < 33$   $\square$   $m_c = 14$ .

4. Se recibe el mensaje cifrado  $m_c$ , y se procede a realizar el procedimiento inverso que implica decifrar  $m_c$ , obteniendo el mensaje original ( $m$ ):

**Para calcular  $143(\text{mod}33)$ , primero calculamos  $14^3$ :**

$$14^3 = 14 \times 14 \times 14 \quad 14 \times 14 = 196 \quad 196 \times 14 = 2744$$

**Ahora, calculamos  $2744(\text{mod}33)$ :**

**Podemos realizar la división:  $2744 \div 33$**

1. Divide 274 entre 33:  $274 \div 33 = 8$  con un resto de  $274 - (33 \times 8) = 274 - 264 = 10$ . Baja el siguiente dígito (4), formando 104.
2. Divide 104 entre 33:  $104 \div 33 = 3$  con un resto de  $104 - (33 \times 3) = 104 - 99 = 5$ .

**El resto final es 5.**

**Por lo tanto:  $143(\text{mod}33) = 5$**

$$m = (m_c)^d \bmod n = (14)^3 \bmod 33 = 2744 \bmod 33 = 5$$