4.栈与队列

（c5）栈应用：逆波兰表达式

将欲去之，必固举之

将欲夺之，必固予之

将欲灭之，必先学之

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

RPN

- 逆波兰表达式（Reverse Polish Notation）

  J. Lukasiewicz（12/21/1878 – 02/13/1956）

- 在由运算符（operator）和操作数（operand）组成的表达式中

  不使用括号（parenthesis-free），即可表示带优先级的运算关系

- 例如：　0 ! + 123 + 4 * (5 * 6 ! + 7 ! / 8) / 9

  　　0 ! 123 + 4 5 6 ! * 7 ! 8 / + * 9 / +

- 又如：　0 ! - (1 + 23 - 4 - 56) * 7 * 8 - 9

  　　0 ! 1 23 + 4 - 56 - 7 * 8 * - 9 -

- 相对于日常使用的中缀式（infix），RPN亦称作后缀式（postfix）

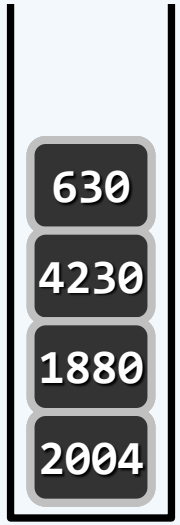
- 作为补偿，须额外引入一个起分隔作用的元字符（比如空格）　//较之原表达式，未必更短

求值算法

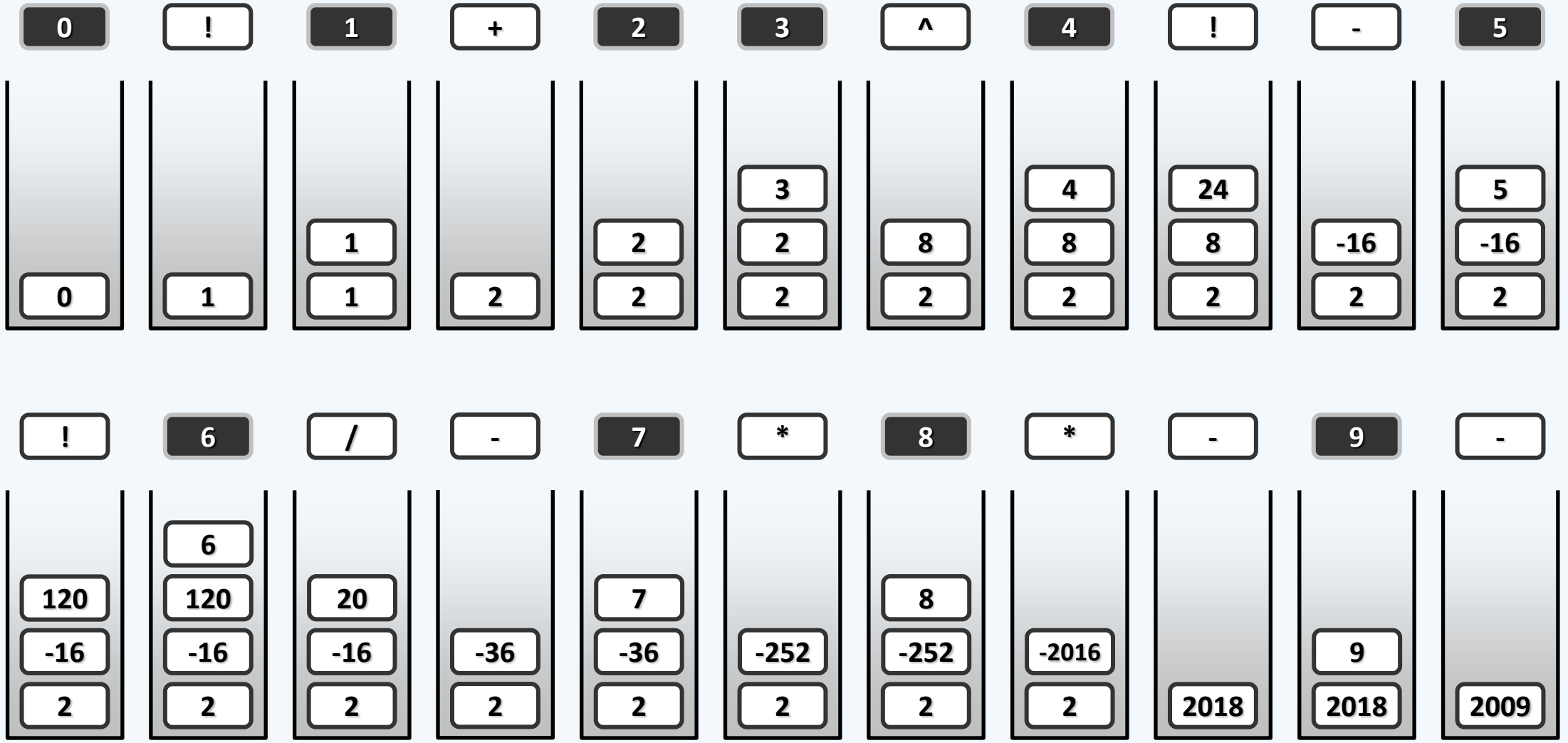
```
❖ rpnEvaluate(expr) //假定RPN表达式expr的语法正确
    引入栈S，用以存放操作数 //故亦称作栈式求值
    while ( expr尚未扫描完毕 ) {
        读入expr的下一元素x
        if (x是操作数)
            将x压入S
        else { //x是运算符
            从栈S中弹出运算符x所需数目的操作数
            对弹出的操作数实施x运算，并将运算结果重新压入S
        } //else
    } //while
    返回栈顶 //也是栈底
```

实例

0	!	123	+	4	5	6	!	*	7	!	8	/	+	*	9	/	+



0 ! 1 + 2 3 ^ 4 ! - 5 ! 6 / - 7 * 8 * - 9 -


0 ! 1 + 2 3 ^ 4 ! - 5
0 1 1 2 2 2 3 2 8 2 4 8 2 24 8 2 -16 2 5 -16 2
! 6 / - 7 * 8 * - 9 -
120 -16 2 6 120 -16 2 20 -16 2 -36 2 7 -36 2 -252 2 8 -252 2 -2016 2 2018 9 2018 2009

0 ! 1 + 2 3 ! 4 - 5 ^ - 67 * - 8 - 9 +

infix到postfix：手工转换

❖ 例如：(0 ! + 1) ^ (2 * 3 ! + 4 - 5)

假设：事先未就运算符之间的优先级关系做过任何约定

1）用括号显式地表示优先级

{ ([0 !] + 1) ^ ([(2 * [3 !]) + 4] - 5) }

2）将运算符移到对应的右括号后

{ ([0] ! 1) + ([(2 [3] !) * 4] + 5) - } ^

3）抹去所有括号

0 ! 1 + 2 3 ! * 4 + 5 - ^

4）稍事整理，即得

0 ! 1 + 2 3 ! * 4 + 5 - ^

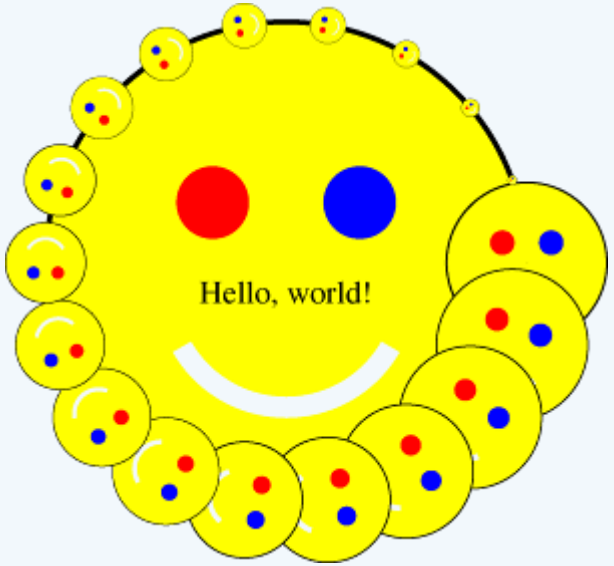
❖ 中缀式求值算法evaluate()略做扩展，亦可同时完成RPN转换...

infix到postfix：转换算法

```
❖ float evaluate( char* S, char* & RPN ) { //RPN转换
    /* ..... */
    while ( !optr.empty() ) { //逐个处理各字符，直至运算符栈空
      if ( isdigit(*S) ) //若当前字符为操作数，则直接将其
        { readNumber( S, opnd ); append( RPN, opnd.top() ); } //接入RPN
      else //若当前字符为运算符
        switch( orderBetween( optr.top(), *S ) ) {
          /* ..... */
          case '>': { //且可立即执行，则在执行相应计算的同时将其
            char op = optr.pop(); append( RPN, op ); //接入RPN
            /* ..... */
          } //case '>'
    /* ..... */
```

PostScript

- 诞生于1985，支持设备独立的图形描述
- （ 1个解释器 + 5个栈 ） × RPN语法
- operand stack：存放操作数及运算结果
- 一旦遇到操作符，则　弹出相应数目的元素
  实施计算，并
  将（可能多个、一个或零个）结果入栈



- dictionary / execution / graphics state / clipping path stacks
- 实例：4 4 mul 5 5 mul add 7 mul 7 mul
- 提供基础且强大的图形功能，支持数据类型、变量、函数/宏 ...

```
newpath 300 600 80 22.5 -22.5 arc stroke
```