

## 5. 二叉树

### (c) 二叉树概述

邓俊辉

[deng@tsinghua.edu.cn](mailto:deng@tsinghua.edu.cn)

## 二叉树

❖ 节点度数不超过2的树

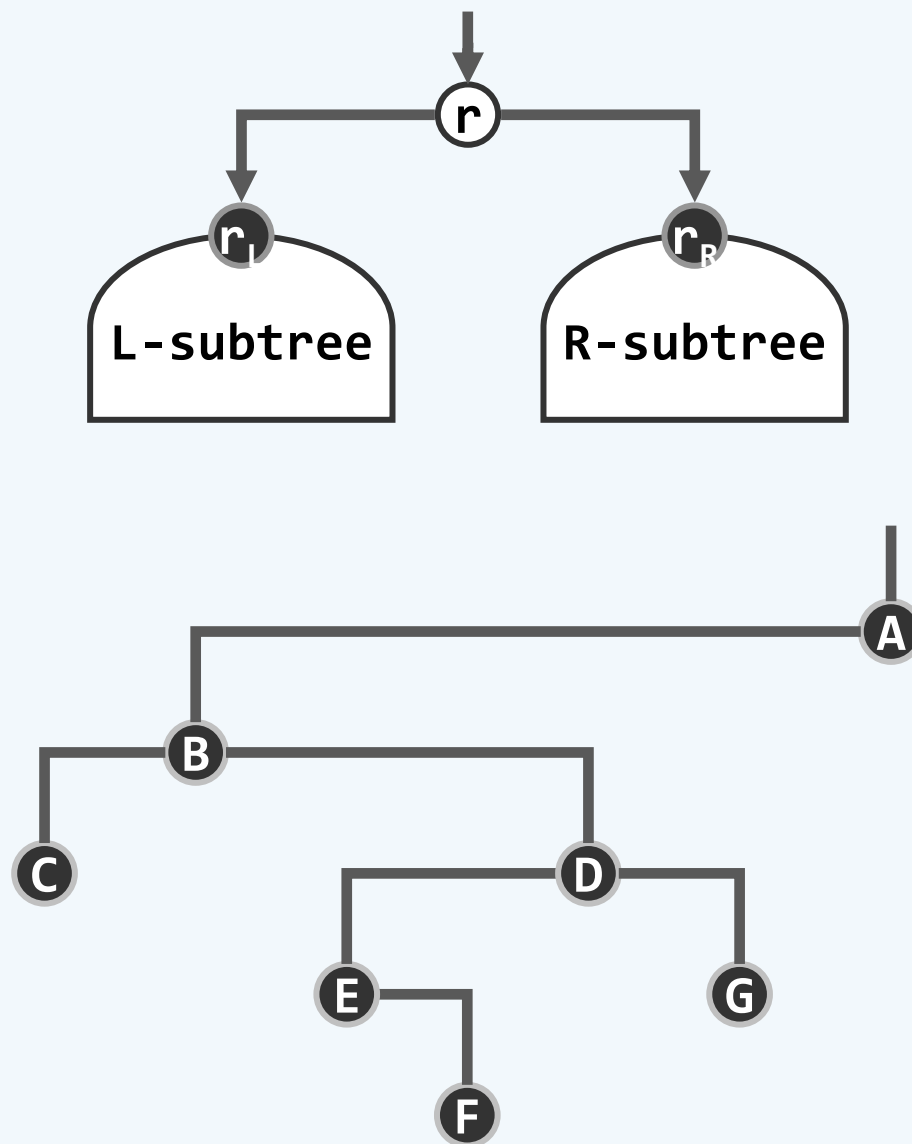
称作二叉树 (binary tree)

❖ 同一节点的孩子和子树，均以左、右区分

`lChild()` ~ `lSubtree()`

`rChild()` ~ `rSubtree()`

隐含有序



## 基数

❖ 深度为 $k$ 的节点，至多 $2^k$ 个

❖ 含 $n$ 个节点、高度为 $h$ 的二叉树中

$$h < n < 2^{h+1}$$

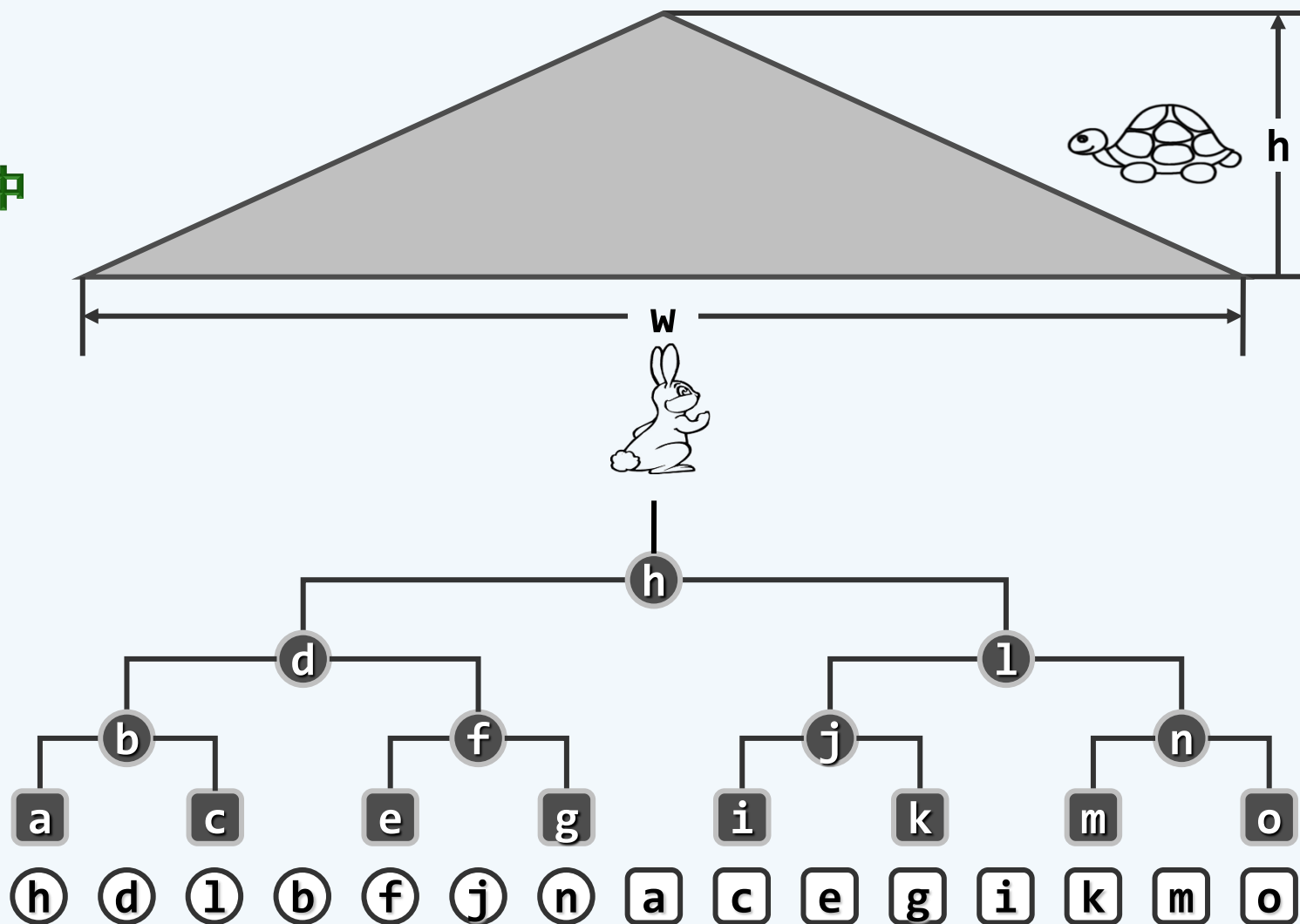
1)  $n = h + 1$ 时

退化为一条单链

2)  $n = 2^{h+1} - 1$ 时

即所谓**满二叉树**

(full binary tree)



## 基数

❖ 设度数为0、1和2的节点，各有 $n_0$ 、 $n_1$ 和 $n_2$ 个

❖ 边数  $e = n - 1 = n_1 + 2n_2$

1/2度节点各对应于1/2条入边

❖ 叶节点数  $n_0 = n_2 + 1$

$n_1$ 与 $n_0$ 无关

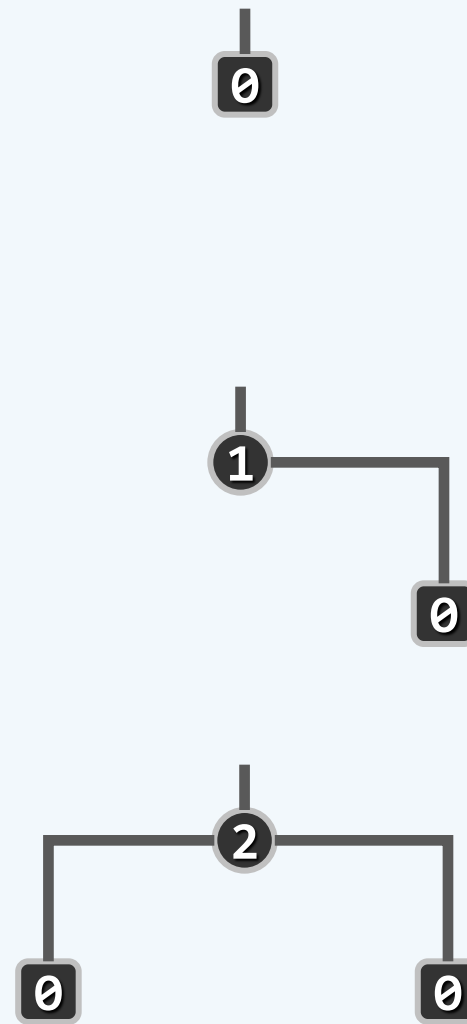
$n_1 = 0$ 时 $1 = 0 + 1$ ，此后 $n_0$ 与随 $n_2$ 同步递增

❖ 节点数  $n = n_0 + n_1 + n_2 = 1 + n_1 + 2n_2$

❖ 特别地，当 $n_1 = 0$ 时，有

$e = 2n_2$  和  $n_0 = n_2 + 1 = (n + 1)/2$

此时，节点度数均为**偶数**，不含单分支节点...



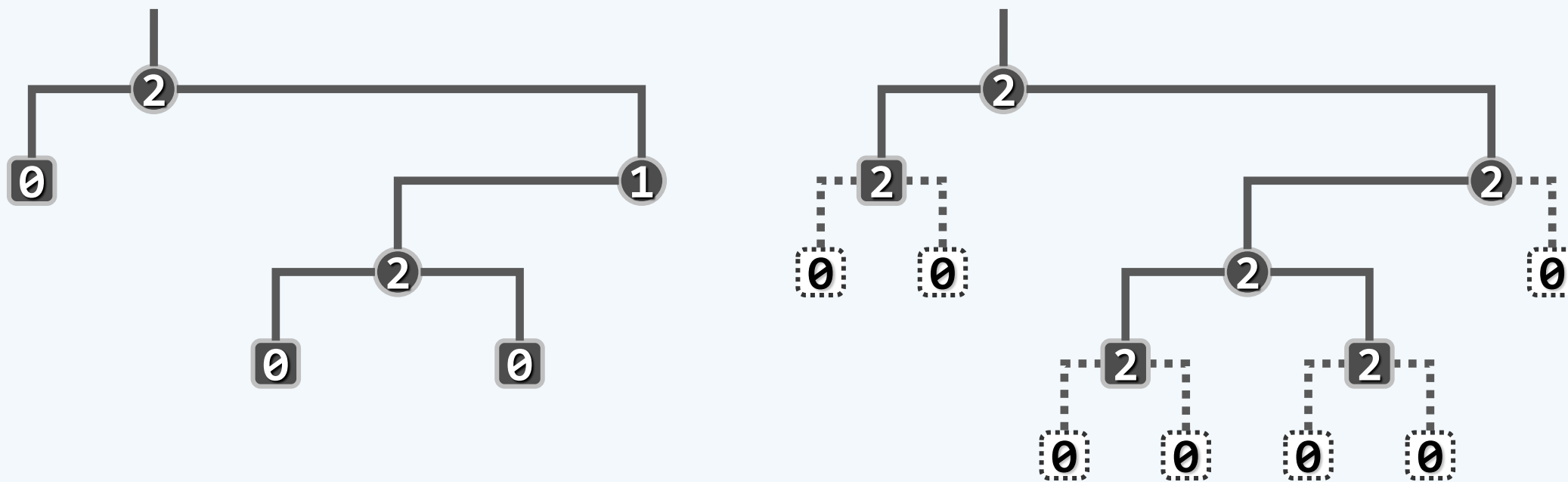
## 真二叉树

❖ 通过引入  $n_1 + 2n_0$  个外部节点，可使原有节点度数统一为2

如此，即可将任一二叉树转化为真二叉树（proper binary tree）

❖ 验证：如此转换之后，全树自身的复杂度并未实质增加

❖ 对于红黑树之类的结构，真二叉树可以简化描述、理解、实现和分析



## 描述多叉树

❖ 二叉树是多叉树的特例，但在有根且有序时，其描述能力却足以覆盖后者

❖ 多叉树均可转化并表示为二叉树——回忆长子-兄弟表示法...

❖ 长子 ~ 左孩子      `firstChild() ~ lChild()`  
兄弟 ~ 右孩子      `nextSibling() ~ rChild()`

