



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
INSTITUTO DE FÍSICA  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
GRUPO DE FENOMENOLOGÍA E INTERACCIONES FUNDAMENTALES

# Generación de asimetría bariónica a través de la leptogénesis

PREGRADO

KATHERINE BUILES LONDOÑO

**Advisor:** Diego A. Restrepo Quintero

**Co-advisor:**

Medellín, 2018

---



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**  
1 8 0 3

*Universidad de Antioquia*



Universidad de Antioquia  
Instituto de Física  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Grupo de fenomenología e interacciones fundamentales

# Generación de asimetría bariónica a través de la leptogénesis

PREGRADO

KATHERINE BUILES LONDOÑO

**Advisor:** Diego A. Restrepo Quintero

**Co-advisor:**

Approved by

Date:.

*(Signature)*

*(Signature)*

*(Signature)*

.....  
Diego A. Restrepo Quintero

Medellín, 2018

---

Generación de asimetría bariónica a través de la leptogénesis

## Resumen

---

Nuestra existencia, es la prueba irrefutable de la prevalesencia de la materia sobre la anti-materia. Analizamos la generación de la asimetría bariónica a partir del decaimiento de los neutrinos derechos  $N_R$ , los cuales son introducidos mediante el modelos de see-saw. Se obtuvo una expresión general para la violación CP producida durante el decaimiento de  $N_R$ ,  $\epsilon$ , y una cota superior para la misma. El establecimiento de una jerarquía en la masa de los neutrinos permitió establecer la dependencia del neutrino derecho mas ligero con  $\epsilon$ .

## Keywords

Bariogénesis, asimetría, neutrinos, leptogenesis,



*“Todos somos muy ignorantes. Lo que ocurre es que no todos ignoramos las mismas cosas” Albert Einstein*





# Índice general

---

Abstract	1
1. Introducción	7
2. Capitulo principal	11
Conclusiones	29
Perspectivas	31
Appendices	33
A. Detalles generales	35
A.1. Four-components . . . . .	35
A.2. From $2 \rightarrow 4$ . . . . .	36
A.3. Formulas útiles . . . . .	36
A.3.1. Parametrizacion de Feymann . . . . .	37
Acknowledgements	39
Bibliography	41
Abbreviations	41



## Capítulo 1

### Introducción

---

Explicar el origen del universo se ha convertido en una de las tareas más importantes de la comunidad científica, S. Hawking argumentaba: “mi único objetivo es poder entender las razones por las cuales el universo es tal como es” [?]. De los momentos iniciales del universo tenemos poca información, la teoría del Big Bang supone que todo comenzó con una gran explosión, según S. Hawking todo lo que ocurrió antes no tiene importancia [?]. Una de las incógnitas que nos explica el Big Bang, es el porqué de la homogeneidad e isotropía del universo, La teoría de la inflación da explicación a estas incógnitas suponiendo que el universo sufrió una expansión acelerada (exponencial) [?]. Más tarde, A. Linde realiza correcciones a la idea inicial de Guth, la teoría está basada en un potencial asociado con un campo escalar (inflaton) a medida que el potencial sufre variaciones el universo se expande y por tanto, se enfría. Luego de las variaciones que sufre el potencial este comienza a oscilar alrededor de su mínimo, la energía producida en las oscilaciones se transforma en la energía necesaria para el surgimiento de materia y anti-materia [?]. Se produce el decaimiento de partículas masivas, de igual forma, debido a las altas temperaturas que dominan el universo el proceso inverso también se produce. La expansión del universo trae como consecuencia una baja en la temperatura. A medida que la temperatura disminuye, se produce de forma sistemática, en función de la masa de las partículas, una imposibilidad de producir los procesos inversos. Se empieza a producir la aniquilación entre partículas y anti-partículas. Por lo cual, se esperaría que existiera una simetría entre ellas, es decir:

$$n_B = n_{\overline{B}}, \quad (1.1)$$

La existencia de universo, planetas y habitantes, no es posible si esta simetría permanece exacta. Las observaciones muestran que en realidad [?]

$$\frac{n_B - n_{\overline{B}}}{n_\gamma} = 10^{-10}. \quad (1.2)$$

Lo cual significa, que por cada  $10^{10} + 1$  barión existen  $10^{10}$  anti-bariones. Por tanto, en algún momento se debió generar una asimetría entre bariónes y antibariónes. El proceso mediante el cual se genera esta asimetría, recibe el nombre bariogénesis. En 1967 el físico ruso A. Sájarov estableció tres condiciones que debería cumplir una teoría que tratara de explicar la asimetría [?]: la primera de ellas sostiene que Para producirse una asimetría bariónica es necesario que en ciertas interacciones el número bariónico no se conserve La segunda se relaciona con el concepto de carga

y paridad. El concepto de carga ( $C$ ) está relacionado con el hecho de transformar partículas en anti-partículas. La paridad transforma un electrón derecho en un izquierdo. Para producirse un universo asimétrico era necesario una violación  $CP$ . La tercera es que se produzca una pérdida de equilibrio termodinámico, esto se sustenta con el hecho de que cuando existe equilibrio termodinámico y se produce una desintegración es totalmente factible que se produzca la desintegración inversa, manteniendo la simetría del universo. Existen varios mecanismos que cumplen con estas condiciones, el modelo de leptogénesis es uno de ellos. Este modelo fue propuesto por M. Fukugita y T. Yanagida, en 1986 [?]. La leptogénesis se basa en la generación de asimetría, a partir, del decaimiento de neutrinos derechos, los cuales son introducidos a través del mecanismo see-saw. El mecanismo introduce tres nuevas partículas masivas, sus acoples e interacciones de Yukawa proveen las fuentes necesarias para producir la violación  $CP$  y el alejamiento del equilibrio térmico. Nosotros centraremos nuestra zona de estudio en el momento en el cual existió el desequilibrio termodinámico que permitió a los neutrinos desacoplarse de las demás partículas formando un plasma. Por tal razón, implementamos el uso de doblete leptónico y escalar de Higgs.

$$-\mathcal{L} = \lambda_{ij}^* \epsilon_{ab} H^{\dagger b} l_i^a N_{Rj} + \frac{1}{2} M_{Ri} N_{Ri} N_{Ri} + h.c., \quad (1.3)$$

donde hemos definido

$$H = \begin{pmatrix} H^{\dagger} \\ H^0 \end{pmatrix} L = \begin{pmatrix} \nu \\ e_l \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Además,  $M_{Ri}$  corresponde a las masas de Majorana de los neutrinos derechos. Después de producirse la ruptura de simetría, adquieren una masa de Dirac.

$$\begin{aligned} -\mathcal{L} &= M_D^i \nu_{li}^{\dagger} N_R + \frac{1}{2} M_{Ri} N_{Ri} N_{Ri} \\ &= \frac{1}{2} M_D^i \nu_{li}^{\dagger} N_R + \frac{1}{2} M_D^i \nu_{li}^{\dagger} N_R + \frac{1}{2} M_{Ri} N_{Ri} N_{Ri} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_l^{\dagger} & N_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_l^{\dagger} \\ N_R \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Definiendo  $\chi = \begin{pmatrix} \nu_l^{\dagger} \\ N_R \end{pmatrix}$ , y la matriz de masa  $M_{\chi} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}$  La matriz tiene los siguientes auto-valores

$$\begin{aligned} M_{\chi \pm} &= \frac{1}{2} \left[ M_R \pm (M_R^2 + 4M_D M_D^T)^{\frac{1}{2}} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ M_R \pm M_R (1 + 4M_D M_R^{-2} M_D^T)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (1.6)$$

$M_R \gg M_D M_D^T$ . Por lo cual, se obtiene

$$M_{\chi \pm} = \frac{M_R}{2} [1 \pm (2M_D M_R^{-2} M_D^T)]. \quad (1.7)$$

Entonces

$$\begin{aligned} M_{\chi_-} &= -M_D M_R^{-1} M_D^T \\ M_{\chi_+} &= M_R. \end{aligned} \tag{1.8}$$

La asimetría leptónica pasa a convertirse en asimetría bariónica, mediante un proceso mediado por esfalerones [?]. Estos procesos se caracterizan por la conservación de  $B - L$  pero por la violación de  $B + L$ . Tanto  $B$  como  $L$  se escriben en términos  $B - L$ , de modo que, al generarse una asimetría leptónica se transfiere a una asimetría bariónica



## Capítulo 2

### Capítulo principal

---

En adición a los dobletes del modelo estándar  $l_i$  y  $H$ , nosotros introducimos campos de Weyl de derechos,  $N_{Ri}$ . El lagrangiano es

$$-\mathcal{L} = \lambda_{ij}\epsilon_{ab}(N_R)_j^\dagger l_i^a H^b + \lambda_{ij}^*\epsilon_{ab}H^{\dagger b} l_i^{\dagger a} N_{Rj} + \frac{1}{2}M_i N_{Ri} N_{Ri} + \frac{1}{2}M_i (N_R)_i^\dagger (N_R)_i^\dagger. \quad (2.1)$$

Donde hemos asumido que los neutrinos derechos están en la base diagonal.

Tomando en cuenta que el número fermiónico debe ser conservado, nosotros asumimos  $N_R$  como una partícula: un elemento del subgrupo de Lorentz  $(0, 1/2)$ , y  $(N_R)^\dagger$  la correspondiente anti-partícula. Con esta convención, si nosotros comenzamos con el decaimiento de un fermión (anti-fermión) finalizaremos con el número correspondiente a fermiones (anti-fermión) en el estado final.

De esta forma, nosotros consideramos los procesos

$$N_R \rightarrow l H^\dagger \quad (N_R)^\dagger \rightarrow l^\dagger H. \quad (2.2)$$

Nosotros usamos la convención:

$$\begin{aligned} l &\rightarrow \xi_\alpha = \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[ x_\alpha(s, \mathbf{p}) a_s e^{-ip \cdot x} + y_\alpha(s, \mathbf{p}) b_s^\dagger e^{ip \cdot x} \right] \\ l^\dagger &\rightarrow \xi_\alpha^\dagger = \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[ y_\alpha^\dagger(s, \mathbf{p}) b_s e^{-ip \cdot x} + x_\alpha^\dagger(s, \mathbf{p}) a_s^\dagger e^{ip \cdot x} \right] \\ (N_R)^\dagger &\rightarrow \eta^\alpha = \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[ x^\alpha(s, \mathbf{p}) b_s e^{-ip \cdot x} + y^\alpha(s, \mathbf{p}) a_s^\dagger e^{ip \cdot x} \right] \\ N_R &\rightarrow \eta^{\dagger\alpha} = \sum_s \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left[ y^{\dagger\alpha}(s, \mathbf{p}) a_s e^{-ip \cdot x} + x^{\dagger\alpha}(s, \mathbf{p}) b_s^\dagger e^{ip \cdot x} \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

y la solución a la ecuación de Klein-Gordon

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \int d^3 p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} (a e^{-ipx} + b^\dagger e^{ipx}) \\ \phi^\dagger(x) &= \int d^3 p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} (b e^{-ipx} + a^\dagger e^{ipx}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

La asimetría CP corresponde a la siguiente expresión:

$$\epsilon = \frac{|M|^2 - |\overline{M}|^2}{|M|^2 + |\overline{M}|^2} \quad (2.5)$$

Donde  $M$  corresponde a la amplitud de dispersión para procesos que involucran partículas y  $\overline{M}$  para procesos que involucran anti-partículas. La matriz de dispersión tiene la siguiente forma:

$$|M|^2 = |M_t|^2 + |M_l|^2 + 2|M_t||M_l| \quad (2.6)$$

Donde  $|M_t|$  corresponde a la dispersión a nivel árbol y  $|M_l|$  corresponde a la dispersión nivel loop.

A fin de calcular la dispersión a nivel árbol, nosotros necesitamos calcular

$$\begin{aligned} S^{(1)} &= -i\lambda^* \int d^4x : H^\dagger \cdot l^\dagger N_R : -i\lambda \int d^4x : (N_R)^\dagger H \cdot l : \\ &= -i\lambda^* \int d^4x : \xi^\dagger \eta^\dagger \phi^\dagger : -i\lambda \int d^4x : \eta \xi \phi : . \end{aligned} \quad (2.7)$$

En orden de evaluar

$$\begin{aligned} S_{fi} &= -i\lambda^* \langle 0, l(\mathbf{p}'), H^\dagger(\mathbf{q}) | \xi_-^\dagger(x) \phi_-^\dagger(x) \eta_+^\dagger(x) | 0, 0, N_R(\mathbf{p}) \rangle \\ &\quad - i\lambda \langle 0, l^\dagger(\mathbf{p}'), H(\mathbf{q}) | \xi_-(x) \phi_-(x) \eta_+(x) | 0, 0, N_R^\dagger(\mathbf{p}) \rangle . \end{aligned} \quad (2.8)$$

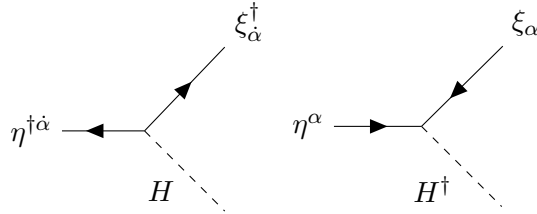


Figura 2.1: Diagramas de Feynman de los elementos de la matriz  $S$  Eq . (2.8).

Los operadores escalera cumplen las siguientes propiedades:

$$a_p^\dagger |n_p\rangle = \sqrt{n_p + 1} |n_p + 1\rangle, a_p |n_p\rangle = \sqrt{n_p} |n_p - 1\rangle, \quad (2.9)$$

además, se define el estado de una partícula

$$\begin{aligned} |H\rangle &= \frac{1}{\sqrt{V}} a_p^\dagger |0\rangle \\ |H\rangle^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{V}} b_p^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (2.10)$$



Por tanto, es posible definir:

$$\phi(x)_+|H(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} a_p e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} a_k^\dagger |0\rangle \quad (2.11)$$

$$\phi(x)_+|H(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} [a_p, a_k^\dagger] |0\rangle \quad (2.12)$$

$$\phi(x)_+|H(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p}} e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} \delta^3(p-k) |0\rangle \quad (2.13)$$

$$\phi(x)_+|H(k)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2w_p}} e^{-ikx} \frac{1}{\sqrt{V}} |0\rangle. \quad (2.14)$$

De igual forma se obtiene:

$$\phi(x)_+^\dagger |H^\dagger(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} b_p e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} a_k^\dagger |0\rangle \quad (2.15)$$

$$\phi(x)_+^\dagger |H^\dagger(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p(2\pi)^3}} e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} [b_p, b_k^\dagger] |0\rangle \quad (2.16)$$

$$\phi(x)_+^\dagger |H^\dagger(k)\rangle = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{2w_p}} e^{-ipx} \frac{1}{\sqrt{V}} \delta^3(p-k) |0\rangle \quad (2.17)$$

$$\phi(x)_+^\dagger |H^\dagger(k)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2w_p}} e^{-ikx} \frac{1}{\sqrt{V}} |0\rangle. \quad (2.18)$$

Teniendo en cuenta los anteriores resultados e implementando las siguientes relaciones

$$\eta_+^\dagger(x) |N_R(\mathbf{p}, s)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} |0\rangle, \quad \langle l(\mathbf{p}, s) | \xi_-^\dagger(x) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x}, \quad (2.19)$$

$$\eta_+(x) |N_R^\dagger(\mathbf{p}, s)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} |0\rangle, \quad \langle l_+^\dagger(\mathbf{p}, s) | \xi_-(x) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x}, \quad (2.20)$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(1)} = & -i \sum_{s,s'} \int d^4x \lambda^* \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} x^\dagger(s, \mathbf{p}') e^{ip' \cdot x} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} e^{iq \cdot x} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} \\ & - i \int d^4x \lambda \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} e^{iq \cdot x} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} y(s, \mathbf{p}') e^{ip' \cdot x}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} (-i) \sum_{s,s'} (2\pi)^4 \delta^4(p - (p' + q)) [\lambda^* x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}) + \lambda x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}')]. \quad (2.22)$$

Por tanto, la amplitud de dispersión a nivel árbol adquiere la siguiente forma:

$$\begin{aligned} iM_t = & (-i) \sum_s \lambda_{ji}^* x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) y^\dagger(s, \mathbf{p}) \\ i\overline{M}_t = & (-i) \sum_s \lambda_{ji} x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ahora, nosotros nos concentramos en obtener la amplitud de de dispersión a nivel loop, En la figura 2.2 se muestra una contribución a la auto-energía donde el estado final son anti-partículas, en este decaimiento el número leptónico se conserva

$$(N_R^\dagger l H)_{x_1} (H^\dagger l^\dagger N_R)_{x_2} (N_R^\dagger l H)_{x_3} \quad (2.24)$$

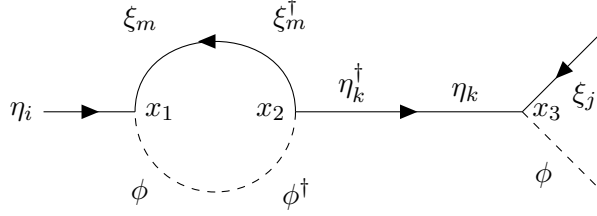


Figura 2.2: Diagrama de Feynmann que representa los términos de la ecuación (2.25)

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \langle 0, l^\dagger(\mathbf{p}'), H(\mathbf{q}) | \xi(x_1) \xi^\dagger(x_2) \phi(x_1) \phi^\dagger(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_2) \eta^\alpha(x_3) \eta^\alpha(x_1) \xi(x_3) \phi(x_3) | 0, 0, N_R^\dagger(\mathbf{p}) \rangle. \quad (2.25)$$

$$\eta_+(x_1) | N_R^\dagger(\mathbf{p}, s) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_{p'}V}} x(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x_1} | 0 \rangle, \quad \langle l_+^\dagger(\mathbf{q}, s) | \xi_-(x_3) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y(s, \mathbf{q}) e^{iq \cdot x_3}. \quad (2.26)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \overleftarrow{iS}(x_1 - x_2) i\Delta(x_2 - x_1) \overrightarrow{iS}(x_3 - x_2) e^{ip' \cdot x_3} e^{iq \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'), \quad (2.27)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} \overleftarrow{iS}(k) i\Delta(q_2) \overrightarrow{iS}(q_3) e^{-ik \cdot (x_1 - x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2 - x_2)} e^{-iq_3 \cdot (x_3 - x_2)} e^{ip' \cdot x_3} e^{iq \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'). \quad (2.28)$$

$$\int d^4 x_1 e^{-ik \cdot (x_1)} e^{-ip \cdot (x_1)} e^{-iq_2 \cdot (x_1)} = (2\pi)^4 \delta(p + k - q_2) \quad (2.29)$$

$$\int d^4 x_2 e^{ik \cdot (x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2)} e^{iq_3 \cdot (x_2)} = (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q_3) \quad (2.30)$$

$$\int d^4 x_3 e^{iq \cdot (x_3)} e^{ip' \cdot (x_3)} e^{-iq_3 \cdot (x_3)} = (2\pi)^4 \delta(q_3 - p' - q). \quad (2.31)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} \overleftarrow{iS}(k) i\Delta(q_2) \overrightarrow{iS}(q_3) (2\pi)^4 \delta(p + k - q_2) (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q_3) (2\pi)^4 \delta(q_3 - p' - q) x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'), \quad (2.32)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \overleftarrow{iS}(k) i\Delta(p+k) \overrightarrow{iS}(p) (2\pi)^4 \delta(p - (p' + q)) x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'), \quad (2.33)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \delta(p - (p' - q)) \overrightarrow{iS}(p) \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 i\Delta(p+k) \overleftarrow{iS}(k) x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'). \quad (2.34)$$

Utilizando las reglas de propagadores de Feynman para fermiones de dos componentes [?] nosotros obtuvimos:

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \delta(p - (p' - k)) \quad (2.35)$$

$$\frac{ip \cdot \bar{\sigma}}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \frac{i}{(p+k)^2} \frac{ik \cdot \bar{\sigma}}{k^2} x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p}'). \quad (2.36)$$

Por consiguiente, encontramos que la amplitud

$$i\overline{M}_l = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{ip \cdot \bar{\sigma}}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{i}{(p+k)^2} \frac{ik \cdot \bar{\sigma}}{k^2} x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \quad (2.37)$$

Para obtener un resultado más condensado nosotros usamos la función de Passarino [?]:

$$B^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int d^d k \frac{1}{k^2} \prod_{i=0}^1 \frac{1}{(k + r_i)^2 - m_i^2}, \quad (2.38)$$

estableciendo  $r_0 = 0$   $r_1 = p$

$$B^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int d^d k \frac{1}{k^2 - m_0^2} \frac{1}{(k+p)^2 - m_1^2}, \quad (2.39)$$

utilizando  $m_0 = 0$   $m_1 = 0$

$$B^\mu = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int d^d k \frac{k^\mu}{k^2 (k+p)^2}. \quad (2.40)$$

Luego, nosotros obtuvimos

$$i\overline{M}_l = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{ip \cdot \bar{\sigma}}{p^2 - M_k^2} \frac{i^3 \pi^2 B^\mu}{(2\pi)^4} \bar{\sigma}_\mu x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \quad (2.41)$$

Utilizando la expresión de la integral en términos de funciones se obtiene [?]

$$B^\mu = r_1^\mu B_1(p^2, m_0, m_1^2) \quad (2.42)$$

$$i\overline{M}_l = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{ip \cdot \bar{\sigma}}{p^2 - M_k^2} \frac{i^3 \pi^2 p^\mu B_1(p^2, 0, 0^2)}{(2\pi)^4} \bar{\sigma}_\mu x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}), \quad (2.43)$$

$$i\overline{M}_l = i\lambda_{jk}\lambda_{mk}^*\lambda_{mi}\frac{p^2}{p^2 - M_k^2}\frac{B_1(p^2, 0, 0)}{16\pi^2}x(s, \mathbf{p})y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \quad (2.44)$$

Debido a que estamos considerando Neutrinos másivos, nosotros relacionamos  $p^2 = M_i$

$$i\overline{M}_l = i\lambda_{jk}\lambda_{mk}^*\lambda_{mi}\frac{M_i}{M_i - M_k^2}\frac{B_1(p^2, 0, 0)}{16\pi^2}x(s, \mathbf{p})y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}). \quad (2.45)$$

En la figura 2.3 el estado final son anti-partículas. A diferencia de la situación anterior; en esta no se conservar el número leptónico

$$(H^\dagger l^\dagger N_R)_{X_1}(N_R^\dagger l H)_{X_2}(N_R^\dagger l H)_{X_3} \quad (2.46)$$

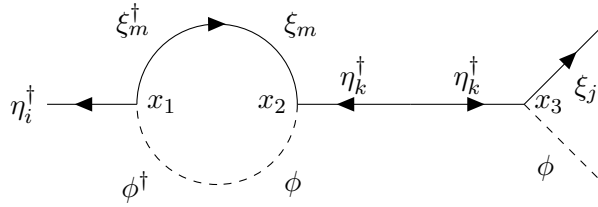


Figura 2.3: Diagrama de Feymann que representa los términos de la ecuación (2.47)

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \langle 0, l^\dagger(\mathbf{p}'), H(\mathbf{q}) | \xi^\dagger(x_1) \xi(x_2) \phi^\dagger(x_1) \phi(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_3) \xi(x_3) \phi(x_3) \eta^{\dagger\alpha}(x_1) | 0, 0, N_R(\mathbf{p}) \rangle. \quad (2.47)$$

$$\eta(x)^\dagger |N_R(\mathbf{p}, s)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} |0\rangle, \quad \langle l(\mathbf{p}, s) | \xi_-^\dagger(x) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x} |0\rangle. \quad (2.48)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} y(s, \mathbf{p}') i\vec{S}(x_1 - x_2) i\Delta(x_2 - x_1) i\vec{S}(x_3 - x_2) e^{ip' \cdot x_3} e^{ik \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.49)$$

$$S = \frac{(-i)^3}{3} \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int y(s, \mathbf{p}') d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} i\vec{S}(k) i\Delta(q_2) i\vec{S}(q_3) e^{-iq_1 \cdot (x_1 - x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2 - x_1)} e^{-iq_3 \cdot (x_3 - x_2)} e^{ip' \cdot x_3} e^{ik \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.50)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int y(s, \mathbf{p}') \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} \vec{S}(q_1) i\Delta(q_2) \vec{S}(q_3) (2\pi)^4 \delta(p + q_1 - q_2) (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q_3) (2\pi)^4 \delta(q_3 - p' - q) y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.51)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) \vec{S}(p) \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 i\Delta(p + k) \vec{S}(k) y(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.52)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) \quad (2.53)$$

$$\frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} \int y(s, \mathbf{p}') \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \frac{i}{(p + k)^2} \frac{ik \cdot \sigma}{k^2} y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.54)$$

Luego

$$i\overline{M}_l = (-i)^3 \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{i}{(p + k)^2} \frac{ik \cdot \sigma}{k^2} y(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.55)$$

Usando las ideas desarrolladas entre las Eq.(2.38)-(2.40) y (2.42) nosotros obtuvimos

$$i\overline{M}_l = \frac{(-i)^3}{16\pi^4} \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} (i)^3 \pi^2 y(s, \mathbf{p}') p^\mu B_1(p^2, 0, 0) \sigma_\mu y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.56)$$

Utilizando las ecuaciones de momentum de Dirac [?]

$$i\overline{M}_l = \frac{i}{16\pi^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}^* \frac{M_k M_i}{M_i^2 - M_k^2} B_1(p^2, 0, 0) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) x(s, \mathbf{p}). \quad (2.57)$$

En la figura 2.4 se muestra una contribución a la auto-energía donde el estado final son partículas, en este decaimiento el número leptónico se conserva.

$$(H^\dagger l^\dagger N_R)_{x_1} (N_R^\dagger l H)_{x_2} (H^\dagger l^\dagger N_R)_{x_3} \quad (2.58)$$

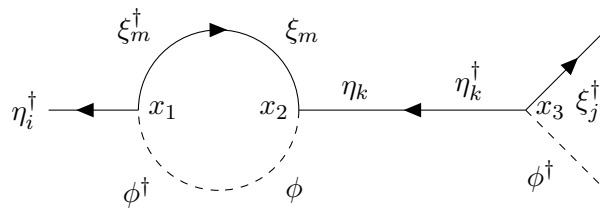


Figura 2.4: Diagrama de Feynmann que representa los términos de la ecuación (2.59)

---


$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \langle 0, l(\mathbf{p}'), H^\dagger(\mathbf{q}) | \xi^\dagger(x_1) \xi(x_2) \phi^\dagger(x_1) \phi(x_2) \eta^\alpha(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_3) \eta^{\alpha\dagger}(x_1) \xi^\dagger(x_3) \phi^\dagger(x_3) | 0, 0, N_R(\mathbf{p}) \rangle. \quad (2.59)$$

$$\eta_+^\dagger(x) | N_R(\mathbf{p}, s) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} y^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} | 0 \rangle, \quad \langle l(\mathbf{p}, s) | \xi_-^\dagger(x) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x}, \quad (2.60)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* i \vec{S}(x_1 - x_2) i \Delta(x_1 - x_2) i \overleftarrow{S}(x_2 - x_3) \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} e^{ip' \cdot x_3} e^{iq \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.61)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} i \vec{S}(q_1) i \Delta(q_2) i \overleftarrow{S}(q_3) e^{-iq_1 \cdot (x_1 - x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2 - x_1)} e^{-iq_3 \cdot (x_3 - x_2)} e^{ip' \cdot x_3} e^{iq \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.62)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} i \vec{S}(q_1) i \Delta(q_2) i \overleftarrow{S}(q_3) (2\pi)^4 \delta(p + k - q_2) (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q_3) (2\pi)^4 \delta(q_3 - p' - q) x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.63)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) i \overleftarrow{S}(p) \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 i \Delta(p + k) i \vec{S}(k) x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}), \quad (2.64)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) \quad (2.65)$$

$$\frac{ip \cdot \sigma}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \frac{i}{(p + k)^2} \frac{ik \cdot \bar{\sigma}}{k^2} x^\dagger(s, \mathbf{p}') y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.66)$$

Luego, nosotros obtuvimos

$$iM_l = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{ip \cdot \bar{\sigma}}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{i}{(p + k)^2} \frac{ik \cdot \bar{\sigma}}{k^2} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.67)$$

Usando las ideas desarrolladas entre las Eq.(2.38)-(2.40) y (2.42) nosotros obtuvimos

$$iM_l = \frac{i}{16\pi^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* \frac{M_i^2}{M_i^2 - M_k^2} B_1(p^2, 0, 0) x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.68)$$

En la figura 2.4 se muestra una contribución a la auto-energía donde el estado final son partículas,

en este decaimiento el número leptónico no se conserva.

$$(N_R^\dagger l H)_{X_1} (H^\dagger l^\dagger N_R)_{X_2} (H^\dagger l^\dagger N_R)_{X_3} \quad (2.69)$$

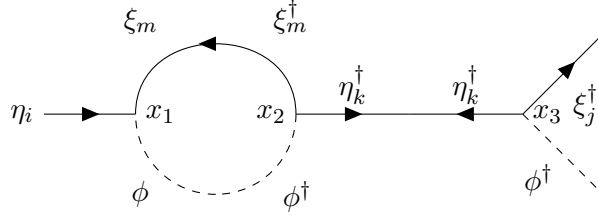


Figura 2.5: Diagrama de Feynmann que representa los términos de la ecuación (2.70)

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \langle 0, l(\mathbf{p}'), H^\dagger(\mathbf{q}) | \xi(x_1) \xi^\dagger(x_2) \phi(x_1) \phi^\dagger(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_2) \eta^{\alpha\dagger}(x_3) \xi^\dagger(x_3) \phi^\dagger(x_3) \eta^\alpha(x_1) | 0, 0, N_R^\dagger(\mathbf{p}) \rangle, \quad (2.70)$$

$$\eta(x) | N_R^\dagger(\mathbf{p}, s) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} | 0 \rangle, \quad \langle l(\mathbf{p}, s) | \xi_-^\dagger(x) = \langle 0 | \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x^\dagger(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x} | 0 \rangle. \quad (2.71)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \overleftarrow{iS}(x_1 - x_2) i\Delta(x_2 - x_1) \overrightarrow{iS}(x_3 - x_2) e^{ip' \cdot x_3} e^{ik \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x^\dagger(s, \mathbf{p}') x(s, \mathbf{p}), \quad (2.72)$$

$$S = \frac{(-i)^3}{3} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} \overleftarrow{iS}(k) i\Delta(q_2) \overrightarrow{iS}(q_3) e^{-iq_1 \cdot (x_1 - x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2 - x_1)} e^{-iq_3 \cdot (x_3 - x_2)} e^{ip' \cdot x_3} e^{ik \cdot x_3} e^{-ip \cdot x_1} x^\dagger(s, \mathbf{p}') x(s, \mathbf{p}), \quad (2.73)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} \overleftarrow{iS}(q_1) i\Delta(q_2) \overrightarrow{iS}(q_3) (2\pi)^4 \delta(p + q_1 - q_2) (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q_3) (2\pi)^4 \delta(q_3 - p' - q) x^\dagger(s, \mathbf{p}') x(s, \mathbf{p}), \quad (2.74)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) \overrightarrow{iS}(p) \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 i\Delta(p + k) \overleftarrow{iS}(k) x^\dagger(s, \mathbf{p}') x(s, \mathbf{p}), \quad (2.75)$$

---


$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \delta(p - (p' + k)) \quad (2.76)$$

$$\frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \frac{i}{(p+k)^2} \frac{ik\bar{\sigma}}{k^2} x^\dagger(s, \mathbf{p}') x(s, \mathbf{p}). \quad (2.77)$$

Luego, nosotros obtuvimos

$$iM_l = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{i}{(p+k)^2} \frac{ik\bar{\sigma}}{k^2} x(s, \mathbf{p}), \quad (2.78)$$

$$iM_l = \frac{(-i)^3}{16\pi^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} (i)^3 x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \pi^2 B^\mu \bar{\sigma}_\mu x(s, \mathbf{p}), \quad (2.79)$$

$$iM_l = \frac{(-i)^3}{16\pi^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{iM_k}{p^2 - M_k^2} (i)^3 x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) p^\mu B_1(p^2, 0, 0) \bar{\sigma}_\mu x(s, \mathbf{p}). \quad (2.80)$$

Utilizando las ecuaciones de momentum de Dirac

$$iM_l = \frac{i}{16\pi^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{M_k}{p^2 - M_k^2} \pi^2 B_1(p^2, 0, 0) x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.81)$$

Empleando las amplitudes de dispersión, procedimos a la obtención de la asimetría (2.5). La implementación de las siguientes propiedades, permitieron obtener una expresión más compacta para el cálculo de la asimetría. Las expresiones para las amplitudes de dispersión, adquieren la siguiente forma

$$\begin{aligned} |M|^2 &= |M_t|^2 + |M_l|^2 + 2Re(M_t M_l^*) \\ |\bar{M}|^2 &= |\bar{M}_t|^2 + |\bar{M}_l|^2 + 2Re(\bar{M}_t \bar{M}_l^*) \end{aligned} \quad (2.82)$$

al considerar

$$Re(z_1 z_2^*) = |z_1| |z_2|. \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} |M_t|^2 &= \lambda_{ji}^* x^\dagger(p - q, s) y^\dagger(p, s) \lambda_{ji} y(p, s) x(p - q, s) \\ |M_t|^2 &= \lambda_{ji}^* \lambda_{ji} M_i^2 \\ |M_t|^2 &= (\lambda^\dagger \lambda)_{ii} M_i^2. \end{aligned} \quad (2.84)$$

De igual forma

$$\begin{aligned} |\bar{M}_t|^2 &= \lambda_{ji} x(p - q, s) y(p, s) \lambda_{ji}^* y^\dagger(p, s) x^\dagger(p - q, s) \\ |\bar{M}_t|^2 &= \lambda_{ji} \lambda_{ji}^* M_i^2 \\ |\bar{M}_t|^2 &= (\lambda \lambda^\dagger)_{ii} M_i^2 \end{aligned} \quad (2.85)$$



Por tanto,

$$|\overline{M_t}|^2 = |M_t|^2.$$

De igual forma

$$|\overline{M_l}|^2 = |M_l|^2$$

por tanto

$$\epsilon = \frac{Re(M_t M_l^*) - Re(\overline{M_t} \overline{M_l^*})}{|M_t|^2}. \quad (2.86)$$

Luego

$$M_t M_l^* = M_t (M_l^{*(a)} + M_l^{*(b)}) \quad (2.87)$$

$$= i \lambda_{ji}^* x^\dagger(p - q) y^\dagger \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i}{M_i - M_k^2} B_1^*(p^2, 0, 0) x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) y^\dagger(s, \mathbf{p}) \quad (2.88)$$

$$+ (\lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* M_i + \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} M_k)^*$$

$$= \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} B_1^*(p^2, 0, 0) (\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} M_i + \lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* M_k)$$

$$\begin{aligned} Re(M_t M_l^*) &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} Re(B_1) Re(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}) M_i - Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}) M_i \\ &\quad + Re(B_1^*) Re(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_k - Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_k. \end{aligned} \quad (2.89)$$

De igual modo

$$\overline{M_t} \overline{M_l^*} = \overline{M_t} (\overline{M_l^{*(a)}} + \overline{M_l^{*(b)}}) \quad (2.90)$$

$$= i \lambda_{ji} x(p) y(p - q) \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i}{M_i - M_k^2} B_1^*(p^2, 0, 0) x(s, \mathbf{p}) y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \quad (2.91)$$

$$+ (\lambda_{jk} \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} M_i + \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* M_k)^*$$

$$= \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} B_1^*(p^2, 0, 0) (\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* M_i + \lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} M_k)$$

$$\begin{aligned} Re(\overline{M_t} \overline{M_l^*}) &= \frac{1}{16\pi^2} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} Re(B_1^*) Re(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_i - Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_i \\ &\quad + Re(B_1^*) Re(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_k - Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_k. \end{aligned} \quad (2.92)$$

Teniendo en cuenta las siguientes desigualdades

$$Re(z_1 z_2) = Re(z_2^* z_1) \quad (2.93)$$

$$Im(z_1 z_2) = -Im(z_2^* z_1) \quad (2.94)$$

por tanto,

$$Re(M_t M_l^*) - Re(\overline{M_t M_l^*}) = \frac{2}{16\pi^2} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk} \lambda_{mi}^*) M_i + Im(B_1^*) Im(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi}) M_k. \quad (2.95)$$

Para obtener el valor de  $Im(B_1^*)$ , nosotros utilizamos la expresión de  $B_1$  en términos de  $A_0$  [?]

$$B_1(p^2, 0, m_2^2) = \frac{1}{2p^2} [A(m_1) - A(m_2) - (p^2 - m_2^2) B_0(p^2, 0, m_2^2)]. \quad (2.96)$$

Por lo cual,

$$B_1(p^2, 0, 0) = \frac{-1}{2} B_0(p^2, 0, 0) \quad (2.97)$$

Por otro lado utilizando parametrización de feymann [?]

$$B_0(p^2, 0, 0) = \frac{(2\pi)^4}{i\pi^2} \frac{i}{(4\pi)^2} \Gamma(1+e) \Gamma^2(1-e) \frac{i\pi}{\Gamma(1-2e)} \\ B_0(p^2, 0, 0) = i\pi \quad (2.98)$$

$$Im B_1(p^2, 0, 0) = \frac{-\pi}{2}. \quad (2.99)$$

Reemplazando la ecuación (2.99) en (2.95) y usando (2.84); la asimetría adquiere la siguiente forma

$$\epsilon_s = \frac{1}{16\pi} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} \frac{Im[\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* (\lambda^\dagger \lambda)_{ik}] M_i + Im[\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* (\lambda^\dagger \lambda)_{ki}] M_k}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}}. \quad (2.100)$$

El resultado de la ecuación únicamente considera los leptones neutros moviéndose en el loop Al considerarse también los leptones cargados en el loop se obtiene

$$\epsilon_s = \frac{1}{8\pi} \sum_{k \neq i} \frac{M_i^3}{M_i^2 - M_k^2} \frac{Im[\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* (\lambda^\dagger \lambda)_{ik}] M_i + Im[\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* (\lambda^\dagger \lambda)_{ki}] M_k}{(\lambda^\dagger \Lambda)_{ii}}. \quad (2.101)$$

Asimismo, empleando el mismo análisis utilizado en la asimetría de self-energy, se obtiene una expresión para la asimetría del vértice.

$$\epsilon = \frac{Re(M_t M_v^*) - Re(\overline{M_t M_v^*})}{|M_t|^2}. \quad (2.102)$$

En la figura 2.6 se muestra una contribución a la asimetría del vértice, el estado final son partículas

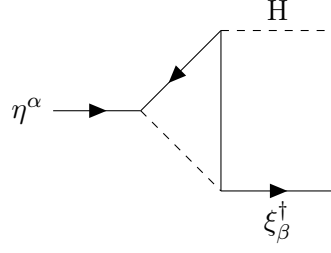


Figura 2.6: Diagrama de Feynmann que representa los términos de la ecuación (2.103)

$$\eta_+(x)|N_R^\dagger(\mathbf{p}, s)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} x(s, \mathbf{p}) e^{-ip \cdot x} |0\rangle, \quad \langle l_+^\dagger(\mathbf{p}, s | \xi_-(x) = \langle 0 | \frac{1}{2E_p V} y(s, \mathbf{p}) e^{ip \cdot x} \quad (2.103)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} x^\dagger(s, \mathbf{p}') i \overleftarrow{S}(k) i \Delta(q_1) i \overrightarrow{S}(q_2) e^{-ik \cdot (x_1 - x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2 - x_3)} e^{-iq_1 \cdot (x_3 - x_1)} e^{ip' \cdot x_3} e^{iq \cdot x_2} e^{-ip \cdot x_1} x(s, \mathbf{p}). \quad (2.104)$$

$$\int d^4 x_1 e^{-ik \cdot (x_1)} e^{-ip \cdot (x_1)} e^{-iq_1 \cdot (x_1)} = (2\pi)^4 \delta(p + k - q_1) \quad (2.105)$$

$$\int d^4 x_2 e^{iq \cdot (x_2)} e^{-iq_2 \cdot (x_2)} e^{ik \cdot (x_2)} = (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q) \quad (2.106)$$

$$\int d^4 x_3 e^{iq \cdot (x_3)} e^{ip' \cdot (x_3)} e^{-iq_3 \cdot (x_3)} = (2\pi)^4 \delta(q_1 - p' - q_2). \quad (2.107)$$

$$S = (-i)^3 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_k V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{dq_2}{(2\pi)^4} \frac{dq_3}{(2\pi)^4} x^\dagger(s, \mathbf{p}') i \overleftarrow{S}(k) i \Delta(q_1) i \overrightarrow{S}(q_2) (2\pi)^4 \delta(p + k - q_1) (2\pi)^4 \delta(q_2 - k - q) (2\pi)^4 \delta(q_1 - p' - q_2) x(s, \mathbf{p}). \quad (2.108)$$

$$S = (-i)^6 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \frac{1}{\sqrt{2E_p V}} \frac{1}{\sqrt{2E_{p'} V}} \frac{1}{\sqrt{2w_q V}} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} x^\dagger(s, \mathbf{p}') \frac{1}{(p + k)^2} \frac{\sigma_\mu k^\mu + \sigma_\mu q^\mu + M_k}{(k + p)^2 - M_k} \frac{\sigma_\nu k^\nu}{k^2} (2\pi)^4 \delta(p - (p' + q)) x(s, \mathbf{p}). \quad (2.109)$$

$$iM = (-i)^6 \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} \int \frac{dk}{(2\pi)^4} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{1}{(p + k)^2} \frac{\sigma_\mu k^\mu + \sigma_\mu q^\mu + M_k}{(k + p)^2 - M_k} \frac{\sigma_\nu k^\nu}{k^2} x(s, \mathbf{p}). \quad (2.110)$$

$$iM = -\lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) I x(s, \mathbf{p}). \quad (2.111)$$

donde

$$I = \int \frac{dk}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p+k)^2} \frac{\sigma_\mu k^\mu + \sigma_\mu q^\mu + M_k}{(k+p)^2 - M_k} \frac{\sigma_\nu k^\nu}{k^2} \quad (2.112)$$

La integral puede ser expresada como:

$$I = a_0 + \gamma_\mu a^\mu + \gamma_\mu \gamma_\nu a^{\mu\nu} \quad (2.113)$$

con

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left( \Delta - \frac{1}{2} - \ln \frac{\Delta}{\mu^2} - \frac{1}{2\Delta} (px + qy)^2 \right) \\ a^\mu &= \frac{i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(p^\mu x + q^\mu y)}{\Delta} M_k \\ a^{\mu\nu} &= \frac{i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{q^\mu p^\nu}{\Delta} \end{aligned} \quad (2.114)$$

Con  $z = \frac{M_k^2}{M_i^2}$  y  $\Delta = -M_i^2 x(1-x) + (M_i^2 x + M_k^2 y)$

$$iM = -i\lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\sigma_\mu p^\mu x + \sigma_\mu q^\mu y)}{(x+z)y - x(1-x)} M_k x(s, \mathbf{p}). \quad (2.115)$$

$$iM = -\frac{i}{(4\pi)^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x+y)}{(x+z)y - x(1-x)} M_k M_i y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.116)$$

Ahora

$$f(z) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x+y)}{(x+z)y - x(1-x)} \quad (2.117)$$

$$iM = -\frac{i}{(4\pi)^2} \lambda_{jk}^* \lambda_{mk}^* \lambda_{mi} x^\dagger(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \sqrt{z} f(z) y^\dagger(s, \mathbf{p}). \quad (2.118)$$

De igual forma

$$i\overline{M} = -\frac{i}{(4\pi)^2} \lambda_{jk} \lambda_{mk} \lambda_{mi}^* y(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \sqrt{z} f(z) x(s, \mathbf{p}). \quad (2.119)$$

$$M_t M_v^* = \frac{-1}{(4\pi)^2} \lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mi}^* \lambda_{mk} M_i^2 \sqrt{z} |f(z)|^* M_i \quad (2.120)$$

$$\overline{M_t M_v^*} = \frac{-1}{(4\pi)^2} \lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mi} \lambda_{mk}^* M_i^2 \sqrt{z} |f(z)|^* M_i. \quad (2.121)$$

De igual forma, utilizando las propiedades para números complejos se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Re}(M_t M_v^*) - \text{Re}(\overline{M_t M_v^*}) &= -\frac{\sqrt{z} M_i^2}{4\pi^2} M_i \text{Re}(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mi}^* \lambda_{mk}) \text{Re}(|f(z)|^*) - \text{Im}(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mi}^* \lambda_{mk}) \text{Im}(|f(z)|^*) \\ &\quad - \text{Re}(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mi} \lambda_{mk}^*) \text{Re}(|f(z)|^*) + \text{Im}(\lambda_{ji} \lambda_{jk}^* \lambda_{mi} \lambda_{mk}^*) \text{Im}(|f(z)|^*). \end{aligned} \quad (2.122)$$

$$\text{Re}(M_t M_v^*) - \text{Re}(\overline{M_t M_v^*}) = -\frac{\sqrt{z} M_i^2}{(4\pi)^2} M_i \text{Im}(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mi} \lambda_{mk}^*) \text{Im}(|f(z)|^*). \quad (2.123)$$

Resolviendo la integral (2.117) se obtiene

$$\text{Im}(|f(z)|^*) = -\pi \left[ 1 - (1+z) \log \left( \frac{1+z}{z} \right) \right]. \quad (2.124)$$

Luego

$$\epsilon_v - \frac{\sqrt{z} M_i^2}{8\pi} \frac{(\lambda_{ji}^* \lambda_{jk} \lambda_{mi}^* \lambda_{mk})}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii} M_i^2} \left[ 1 - (1+z) \log \left( \frac{1+z}{z} \right) \right], \quad (2.125)$$

$$\epsilon_v = -\frac{M_i^2}{8\pi} \frac{\text{Im}[(\lambda \lambda^\dagger)_{ki}^2]}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii} M_i^2} \left[ 1 - z \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{3z^2} \right) \right], \quad (2.126)$$

$$\epsilon_v = \frac{-1}{16\pi} \sum_{k \neq i} \frac{\text{Im}[(\lambda \lambda^\dagger)_{ki}^2]}{(\lambda \lambda^\dagger)_{ii}} \frac{M_i}{M_k}. \quad (2.127)$$

Valiéndonos de la ecuación (2.101) y (2.127) se obtiene la asimetría total

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_v + \epsilon_s \\ &= \frac{-3}{16\pi} \sum_{k \neq i} \frac{\text{Im}[(\lambda \lambda^\dagger)_{ki}^2]}{(\lambda \lambda^\dagger)_{ii}} \frac{M_i}{M_k}. \end{aligned} \quad (2.128)$$

Cuando se asume jerarquía normal para los neutrinos, es decir,  $M_1 \ll M_2, M_3$ , la expresión de la asimetría, adquiere la siguiente forma

$$\epsilon = \frac{-3}{16\pi} \sum_{k=2,3} \frac{\text{Im}[(\lambda \lambda^\dagger)_{k1}^2]}{(\lambda \lambda^\dagger)_{11}} \frac{M_1}{M_k}. \quad (2.129)$$

La asimetría generada es ocasionada fundamentalmente por  $N_1$ . En el momento que se alcanza una temperatura por debajo de  $M_1$ , los neutrinos pesados no pueden mantenerse en equilibrio termodinámico y terminan por decaer. Se han establecidos algunas cotas en la asimetría que permite el estudio de diferentes modelos. Un ejemplo es la cota de Davidson e Ibarra [?] En el

modelo de See-saw, la matriz de neutrinos ligeros en la base de leptones cargados [?]

$$m_v \sim \frac{\lambda^T v^2 \lambda}{M} \quad (2.130)$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{-3}{16\pi} \frac{1}{\lambda \lambda^\dagger_{11}} \sum_k \text{Im}[\lambda \lambda^\dagger_{1k} (\lambda \lambda^\dagger)_{k1}^T] \frac{M_1}{M_k} \\ &= \frac{-3}{16\pi} \frac{1}{\lambda \lambda^\dagger_{11}} \sum_k \text{Im}[(\lambda \lambda^\dagger)_{1k} (\lambda^\dagger^T \lambda^T)_{k1}] \frac{M_1}{M_k} \\ &= \frac{-3}{16\pi} \frac{1}{\lambda \lambda^\dagger_{11}} \sum_k \text{Im} \left[ \frac{\lambda M (m_\nu^\dagger) \lambda^T}{\nu_2} \right]_{11} \frac{M_1}{M_k} \\ &= \frac{-3}{16\pi} \frac{M}{v^2} \frac{1}{\lambda \lambda^\dagger_{11}} \sum_k \text{Im}[\lambda (m_\nu^\dagger) \lambda^T]_{11} \frac{M_1}{M_k}. \end{aligned} \quad (2.131)$$

Usando la parametrización de Yukawa [?]

$$\lambda = \frac{1}{v} \sqrt{M} R \sqrt{m} U^\dagger \quad (2.132)$$

$M$  y  $m$  son las matrices de auto-valores para los neutrinos pesados ligeros y pesados respectivamente,  $R$  es una matriz compleja ortogonal,  $U$  la matriz de mezcla de neutrinos y  $v$  es el valor de expectación de ruptura de vacío para la interacciones electrodébil

$$\epsilon \sim \frac{-3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \frac{\sum_k m_k^2 \text{Im}(R_{1k}^2)}{\sum_k m_k |R_{1k}|^2} \quad (2.133)$$

$$|\epsilon| \lesssim \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \frac{m_1^2 |R_{11}^2| + m_2^2 |R_{12}^2| + m_3^2 |R_{13}^2|}{m_1 |R_{11}|^2 + m_2 |R_{12}|^2 + m_3 |R_{13}|^2}. \quad (2.134)$$

$R$  es una matriz ortogonal, en consecuencia,  $\sum_k R_{1k}^2 = 1$ .  $R$  puede ser escrito como

$$R = \hat{R} \text{ diag}(\pm 1, \pm 1, \pm 1) \quad (2.135)$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.136)$$

donde  $c_{ij} = \cos z_{ij}$  y  $s_{ij} = \sin z_{ij}$

$$\begin{aligned} |\epsilon| &\lesssim \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \frac{m_1^2 - m_1^2 R_{13}^2 - m_1^2 R_{12}^2 + m_2^2 R_{12}^2 + m_3^2 R_{13}^2}{m_1 - m_1 R_{13}^2 - m_1 R_{12}^2 + m_2 R_{12}^2 + m_3 R_{13}^2} \\ &\lesssim \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \frac{m_1^2 + (m_3^2 - m_1^2) R_{13}^2 + (m_2^2 - m_1^2) R_{12}^2}{m_1 + (m_3 - m_1) R_{13}^2 + (m_2 - m_1) R_{12}^2} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta  $\Delta m_{31}^2 \approx 10^{-3}$  y  $\Delta m_{31}^2 \approx 10^{-5}$  [?] se obtiene

$$|\epsilon| \lesssim \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} (m_3 - m_1). \quad (2.137)$$

Para que la asimetría CP, puede generar asimetría bariónica, debe cumplirse

$$\epsilon \lesssim 10^{-7} \text{ GeV}. \quad (2.138)$$

Por otro lado,  $v \sim 174 \text{ GeV}$ . En consecuencia, la masa del neutrino  $M_1$  tiene que ser superior a  $10^9 \text{ GeV}$ . Para que se dé la producción de neutrinos  $T_1 > M_1$ , en este caso

$$T \gtrsim 10^8 - 10^9 \text{ GeV}. \quad (2.139)$$

Este rango de temperatura es de especial interés para establecer la producción de gravitino, si estas partículas son inestables se produce una disociación de elementos ligeros que contradicen los resultados predichos por la nucleosíntesis y un aumento de fotones que terminan por disminuir  $\frac{n_b}{n_\gamma}$  [?]. Para contrarrestar, esta situación se establece una cota en la temperatura de recalentamiento

$$T \lesssim 10^9 - 10^{12} \text{ GeV}. \quad (2.140)$$

Se da una contradicción entre (2.139) y (2.140). Con el fin de darle solución a esta situación, se han estudiado modelos donde la estabilidad del gravitino se logra para  $T \lesssim 10^{11} \text{ GeV}$  y también se han analizado situaciones donde los neutrinos no sean generados térmicamente





## Conclusiones

---

El cumplimiento de las condiciones de A. Sakharov por parte de una teoría, han permitido delinear los posibles escenarios para la bariogénesis. En el caso de la leptogénesis, el decaimiento de neutrinos derechos fuera del equilibrio térmico genera una asimetría leptónica, la cual, es proporcional a una asimetría  $CP$  denotada como  $\epsilon$ . De manera más precisa,  $\epsilon$  denota la asimetría  $CP$  que se origina en el decaimiento de los neutrinos. Estableciendo  $M_{R_1} \ll M_{R_2}, M_{R_3}$

$$|\epsilon| \lesssim \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} (m_3 - m_1). \quad (2.141)$$

Por tanto, existe una dependencia entre  $\epsilon$  y  $M_{R_1}$ . las restricciones que la asimetría realiza sobre  $\epsilon$ , obligan a establecer una cota sobre  $M_1$ , imponiéndose que  $M_1$  deba ser mayor a  $10^9$  GeV. En los modelos de generación de asimetría bariónica, la leptogénesis es una de las que más destaca, sus bases están formadas en conceptos fundamentales de la física de neutrinos. La gran desventaja de la leptogénesis es que su demostración experimental esta aun lejos de ser posible



## Perspectivas

---

La escala de leptogénesis juega un papel fundamental en el desarrollo de los modelos y en su consecuencia, de las posibles verificaciones experimentales. Existen diferentes modelos que se basan en esta tarea como lo son el re-escalamiento de  $\nu$  y el modelo de doblete inerte, entre otros. Nosotros nos centraremos en el análisis de los modelos mas sobresalientes en estas áreas, además, prestaremos especial atención a la cosmología no estándar y su naciente relación con la leptogenesis. Dentro de la cosmología no estándar surge la idea de que la leptogenesis sucede a una escala mucho mas baja, de esta forma su confirmación experimental puede ser mas viable.



## Appendices

---



## Apéndice **A**

### Detalles generales

---

#### A.1. Four-components

Recordar que para un espinor de Dirac como el electrón,  $e$

$$\Psi = \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Entonces

$$\Psi_L = P_L \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_R = P_R \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e_R \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

o nosotros definimos el fermión de Dirac izquierdo como  $l_\alpha$ . Para un fermión de Weyl izquierdo,  $l_\alpha$ , nosotros definimos el fermión de Dirac izquierdo como

$$P_L L = \begin{pmatrix} l \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Nosotros consideramos un fermión de Majorana de 4-componentes definido de un anti-fermión de Weyl izquierdo  $\eta^\alpha$

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \eta \\ \eta^\dagger \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

En efecto, nosotros tenemos el correspondiente fermión de Majorana derecho

$$\tilde{N}_R = P_R \Psi_M = P_R \begin{pmatrix} \eta \\ \eta^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

El correspondiente anti-fermión de Majorana izquierdo es

$$\begin{aligned}
\widetilde{N}_R &= (\widetilde{N}_R)^\dagger \gamma^0 = \Psi_M^\dagger P_R \gamma^0 = \Psi_M^\dagger \gamma^0 P_L \\
&= \overline{\Psi}_M P_L \\
&= (\Psi_M)^\dagger \gamma^0 P_L \\
&= \begin{pmatrix} \eta^\dagger & \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} P_L \\
&= \begin{pmatrix} \eta & \eta^\dagger \end{pmatrix} P_L \\
&= \begin{pmatrix} \eta & 0 \end{pmatrix}, \tag{A.6}
\end{aligned}$$

y entonces, para un fermión de Majorana, la partícula es la misma que la antipartícula

## A.2. From $2 \rightarrow 4$

usando (A.3) and (A.3), nosotros tenemos

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L} &= \lambda_{ij} \epsilon_{ab} l_i^a H^b \eta_j + \text{h.c} \\
&= \lambda_{ij} \epsilon_{ab} \eta_j l_i^a H^b + \text{h.c} \\
&= \lambda_{ij} \epsilon_{ab} \begin{pmatrix} \eta_j & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i^a \\ 0 \end{pmatrix} H^b + \text{h.c} \\
&= \lambda_{ij} \epsilon_{ab} \widetilde{N}_R P_L L_i^a H^b + \text{h.c}. \tag{A.7}
\end{aligned}$$

## A.3. Formulas útiles

Un numero complejo  $Z_1$  tiene la siguiente forma:

$$Z_1 = r_1 e^{i\theta_1} \tag{A.8}$$

y su conjugado

$$Z_1^* = r_1 e^{-i\theta_1} \tag{A.9}$$

De igual forma, un numero complejo  $Z_2$

$$Z_2 = r_1 e^{i\theta_2} \tag{A.10}$$

y su conjugado

$$Z_2^* = r_1 e^{i\theta_2} \tag{A.11}$$

$$|Z_1|^2 |Z_2|^2 = r_1 r_2 = \text{Re}(Z_1 Z_2) \tag{A.12}$$



De igual forma, es posible definir

$$\begin{aligned} Z_1 &= a_1 + ib_1 \\ Z_2 &= c_2 + id_2 \end{aligned} \tag{A.13}$$

luego

$$Z_1 Z_2 = a_1 c_2 + ia_1 d_2 + ib_1 c_2 - b_1 d_2 \tag{A.14}$$

Por tanto

$$\text{Im}(Z_1 Z_2) = (a_1 d_2 - b_1 c_2) \tag{A.15}$$

De igual forma

$$\text{Im}(Z_1 Z_2^*) = (-a_1 d_2 + b_1 c_2) \tag{A.16}$$

lo cual conduce

$$\text{Im}(Z_1 Z_2) = -\text{Im}(Z_1 Z_2^*) \tag{A.17}$$

### A.3.1. Parametrizaci3n de Feymann

El denominador de la integral esta compuesto por propagadores, para resolver este tipo de integral se introduce parametros de Feymann. Por ejemplo, si se tienen dos propagadores.

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[xA + (1-x)B]^2} \tag{A.18}$$

Para resolver la integral

$$\begin{aligned} N &= k^2 + (\sigma_\mu q^\mu + M_k) \sigma_\nu k^\nu \\ l &= k + px + qy \\ \Delta &= -M_i^2 x(1-x) + (M_i^2 x + M_k^2)y \end{aligned} \tag{A.19}$$

luego, la integral adquiere la siguiente forma

$$I = 2\mu \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{N}{(l^2 - \Delta)^3} \tag{A.20}$$

teniendo en cuenta

$$\begin{aligned} N &= [l - (px + qy)]^2 + (\sigma_\mu q^\mu + M_k) \sigma_\nu [l^\nu - (p^\nu x + q^\nu y)] \\ &= l^2 - 2l \cdot (px + qy) + (px + qy)^2 + (\sigma_\mu q^\mu + M_k) \sigma_\nu l^\nu - (\sigma_\mu q^\mu + M_k) \sigma_\nu (p^\nu x + q^\nu y) \end{aligned} \tag{A.21}$$

el segundo y el cuarto termino se anulan

$$I = 2\mu \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dx \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2 + (px + qy)^2 - (\sigma_\mu q^\mu + M_k) \sigma_\nu (p^\nu x + q^\nu y)}{(l^2 - \Delta)^3} \quad (\text{A.22})$$

usando las expresiones generales

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^n} &= \frac{i(-1)^n}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}} \\ \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta)^n} &= \frac{i(-1)^{n-1}}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} d \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

se obtiene

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^3} = \frac{-i}{2(4\pi)^2} \frac{1}{\Delta} \quad (\text{A.24})$$

$$\mu^{4-d} \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta)^3} = \frac{i(-1)^{n-1}}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} d \frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{\mu^2}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} \quad (\text{A.25})$$

usando

$$\frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{4-d} - \ln \Delta - \gamma + \ln(4\pi)\right) \quad (\text{A.26})$$

$$\mu^{4-d} \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta)^3} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{4-d} - \ln \Delta - \gamma + \ln(4\pi) + \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.27})$$

por lo cual, se obtiene

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left( \Delta_e - \frac{1}{2} - \ln \frac{\Delta}{\mu^2} - \frac{1}{2\Delta} (px + qy)^2 \right) \\ a^\mu &= \frac{i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(p^\mu x + q^\mu y)}{\Delta} M_k \\ a^{\mu\nu} &= \frac{i}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{q^\mu p^\nu}{\Delta} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

con

$$\Delta_e = \left( \frac{2}{4-d} - \gamma + \ln(4\pi) \right) \quad (\text{A.29})$$

## Acknowledgements

---

Quiero agradecer a todas las personas que a lo largo de mis años de pregrado me brindaron su apoyo.

En especial, le agradezco al profesor Diego Restrepo; su paciencia, amabilidad y apoyo durante estos años. Al profesor Luis Alfredo Muñoz, su asesoría durante el desarrollo de esta tesis.

A mis padres, por ser mis mejores motivadores. A mi familia y amigos, por hacer parte de mi proyecto de vida.

Medellín, 2018

*Katherine Builes Londoño*



## Abbreviations

---

$EW$	Electro débil
$M_R$	Masa de neutrinos derechos
$SM$	Modelo estandar
$N_R$	Neutrinos derechos
$VEV$	Valor de expectación de vacío



