Probabilidad y Estadística para Inteligencia Artificial

Dr. Ing. Pablo Briff

Laboratorio de Sistemas Embebidos - FIUBA pbriff@fi.uba.ar

15 de Agosto de 2020



Tabla de Contenidos I

- Ejercicios de Repaso
 - Combinatoria
 - Probabilidad Condicional
 - Variable Aleatoria Continua
 - Distribución Normal, Normalización y Muestreo
 - Máxima Verosimilitud
 - Cuadrados Mínimos
 - Intervalo de Confianza y Test de Hipótesis



- En una rifa hay 100 tickets, de los cuales sólo 40 tienen premio. Compramos 3 tickets. Encontrar:
- La probabilidad de ganar exactamente 2 premios.
- Expresar la probabilidad de ganar exactamente X = x premios.
- Simular el experimento para X = 2.



- En una ciudad, el 30% de la gente es del partido político A, 50% de la gente es del partido político B, y 20% de la gente es del partido político C.
- En esta ciudad, en general, el 65% de la gente del partido A vota, el 82% de la gente del partido B vota, y el 50% de la gente del partido C vota.
- Se elige una persona al azar, y esta dice que generalmente vota en las elecciones.
- Encontrar la probabilidad de que esa persona sea del partido B. (Pista: usar el teorema de Bayes).
- Simular el experimento para confirmar los resultados.



- Sea X una v.a. con pdf $f_X(x) = 2x$ para $0 \le x \le 1$, y $f_X(x) = 0$ si no.
- Encontrar la media y varianza de X.
- Encontrar la media y varianza de Y = -2X + 3.
- Simular X usando el método de la transformada inversa, confirmando la media y varianza teórica.
- Estimar la pdf de la variable generada X usando el método de estimación de densidad kernel con función de kernel Gaussiana



- La demanda diaria de un producto tiene distribución normal con media 100 y desvío estándar 15.
- Encontrar la probabilidad que la demanda diaria exceda 125.
- Encontrar la cantidad de mínima de producto que debe ser almacenado en stock para satisfacer un 95% de la demanda diaria.



- El 57% de los alumnos de una curso de posgrado están a favor de introducir un nuevo curso sobre Probabilidad y Estadística. La universidad planea hacer un sondeo de 100 estudiantes para medir la opinión sobre este tema.
- Encontrar la probabilidad de que menos de la mitad de los encuestados estén a favor de introducir el nuevo curso.
- Simular el proceso y verificar el resultado teórico. (Pista: usar una distribución binomial para encontrar la proporción de alumnos a favor de la moción).



- Consideremos n v.a. normales i.i.d. de media μ y varianza σ^2 .
- Encontrar el estimador de máxima verosimilitud (ML) de μ .
- Simular el proceso para n=50, $\mu=1$, $\sigma^2=1$ y verificar la cualidad que define ML (es decir, que el estimador coincide con la moda de la distribución).



- Consideramos $X_n = 5n + 0.2$ e $Y_n = 5X_n + W_n$, donde $W_n \sim \mathcal{N}(0,1)$ $y n = 1, 2, \dots, 100.$
- Encontrar la regresión lineal de cuadrados mínimos $\hat{Y} = aX + b$.
- Simular el proceso y graficar la variable real Y superpuesta con la variable de regresión \hat{Y} .



- Cada visita de un sitio web tiene una probabilidad *p* de generar una solicitud de compra. Se tienen 500 muestras aleatorias, de las cuales 15 resultaron en solicitudes de compra.
- Encontrar un intervalo de confianza del 95% de la probabilidad p.
- Determinar si hay evidencia suficiente para asegurar que $p \neq 2\%$ (con un 5% de significancia).
- Simular el proceso y confirmar los resultados obtenidos anteriormente.

