

Probabilidad y Estadística para Inteligencia Artificial

Dr. Ing. Pablo Briff

Laboratorio de Sistemas Embebidos - FIUBA

pbriff@fi.uba.ar

15 de Agosto de 2020



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

1 Ejercicios de Repaso

- Combinatoria
- Probabilidad Condicional
- Variable Aleatoria Continua
- Distribución Normal, Covarianza y Correlación
- Distribución Normal, Normalización y Muestreo
- Máxima Verosimilitud
- Cuadrados Mínimos
- Intervalo de Confianza y Test de Hipótesis



Ejercicio 1

- En una rifa hay 100 tickets, de los cuales sólo 40 tienen premio. Compramos 3 tickets. Encontrar:
- La probabilidad de ganar exactamente 2 premios.
- Expresar la probabilidad de ganar exactamente $X = x$ premios.
- Simular el experimento para $X = 2$.



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 2

- En una ciudad, el 30% de la gente es del partido político A, 50% de la gente es del partido político B, y 20% de la gente es del partido político C.
- En esta ciudad, en general, el 65% de la gente del partido A vota, el 82% de la gente del partido B vota, y el 50% de la gente del partido C vota.
- Se elige una persona al azar, y esta dice que generalmente vota en las elecciones.
- Encontrar la probabilidad de que esa persona sea del partido B.
(Pista: usar el teorema de Bayes).
- Simular el experimento para confirmar los resultados.



Ejercicio 3

- Sea X una v.a. con pdf $f_X(x) = 2x$ para $0 \leq x \leq 1$, y $f_X(x) = 0$ si no.
- Encontrar la media y varianza de X .
- Encontrar la media y varianza de $Y = -2X + 3$.
- Simular X usando el método de la transformada inversa, confirmando la media y varianza teórica.
- Estimar la pdf de la variable generada X usando el método de estimación de densidad kernel con función de kernel Gaussiana



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 4

- Juan y Marta viven en la misma casa e invierten en la bolsa. Juan invierte 3000 pesos en una acción y Marta invierte 2000 pesos en otra acción. Con el paso del tiempo, cada peso que invierte Juan se multiplica por X , mientras que cada peso invertido por Marta se multiplica por Y .
- X e Y son v.a. con las siguientes propiedades: $E[X] = 0.09$, $\text{var}[X] = (0.2)^2$, $E[Y] = 0.12$, $\text{var}[Y] = (0.27)^2$, y la correlación entre X , Y es 0.6.
- Encontrar la esperanza y desvío estándar de las ganancias totales (sumadas) de Juan y Marta.
- Simular el experimento asumiendo que X , Y son v.a. normalmente distribuidas.



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 5

- La demanda diaria de un producto tiene distribución normal con media 100 y desvío estándar 15.
- Encontrar la probabilidad que la demanda diaria exceda 125.
- Encontrar la cantidad de mínima de producto que debe ser almacenado en stock para satisfacer un 95% de la demanda diaria.



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 6

- El 57% de los alumnos de una curso de posgrado están a favor de introducir un nuevo curso sobre Probabilidad y Estadística. La universidad planea hacer un sondeo de 100 estudiantes para medir la opinión sobre este tema.
- Encontrar la probabilidad de que menos de la mitad de los encuestados estén a favor de introducir el nuevo curso.
- Simular el proceso y verificar el resultado teórico. (Pista: usar una distribución binomial para encontrar la proporción de alumnos a favor de la moción).



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 7

- Consideremos n v.a. normales i.i.d. de media μ y varianza σ^2 .
- Encontrar el estimador de máxima verosimilitud (ML) de μ .
- Simular el proceso para $n = 50$, $\mu = 1$, $\sigma^2 = 1$ y verificar la cualidad que define ML (es decir, que el estimador coincide con la moda de la distribución).



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 8

- Consideramos $X_n = 5n + 0.2$ e $Y_n = 5X_n + W_n$, donde $W_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$ y $n = 1, 2, \dots, 100$.
- Encontrar la regresión lineal de cuadrados mínimos $\hat{Y} = aX + b$.
- Simular el proceso y graficar la variable real Y superpuesta con la variable de regresión \hat{Y} .



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires

Ejercicio 9

- Cada visita de un sitio web tiene una probabilidad p de generar una solicitud de compra. Se tienen 500 muestras aleatorias, de las cuales 15 resultaron en solicitudes de compra.
- Encontrar un intervalo de confianza del 95% de la probabilidad p .
- Determinar si hay evidencia suficiente para asegurar que $p \neq 2\%$ (con un 5% de significancia).
- Simular el proceso y confirmar los resultados obtenidos anteriormente.



**FACULTAD
DE INGENIERIA**
Universidad de Buenos Aires