Series de Tiempo
Introducción

Edgar Javier López Moreno

Universidad los Libertadores

Marzo, 2020

Índice

Contenido Básico del Curso

Clase 1: Introducción

Clase 2: ARMA y ARIMA

Clase 3: Raíz unitaria y estimación

Clase 4: Diagnostico y pronostico

Cryer y Chan (2008), Time Series Analysis with applications in R.

Wei, W. (2005), Time Series Análisis: Univariate and Multivariate Methods.

Introducción

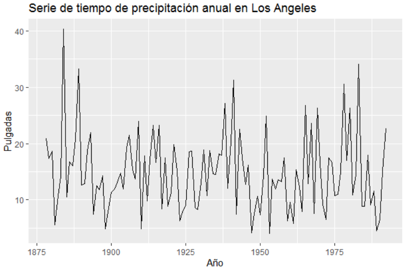
Series de tiempo en la vida cotidiana

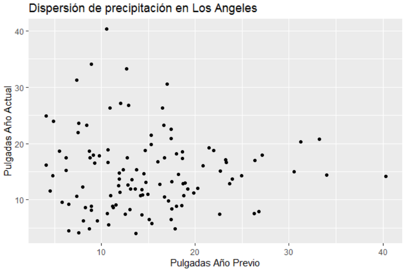
- Meteorología
- Economía
- Agricultura

Objetivo

Modelar y predecir valores futuros basados en la historia

Ejemplo Meteorología





Metodología Box - Jenkins

Paso 1: **Especificación del modelo:**
Buscar modelos tentativos y el menor número de parámetros (principio de parsimonia).

Paso 2: **Ajuste del modelo:**
Realizar las mejores estimaciones.

Paso 3: **Diagnóstico:**
Evaluar la calidad del modelo que se especificó y estimó.

Paso 4: Si la evaluación del modelo es buena, se procede a realizar pronósticos, de los contrario se debe volver a comenzar desde el Paso 1.

Definiciones importantes

Proceso estocástico

La secuencia de variables aleatorias $\{y_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ es llamado proceso estocástico y sirve como modelo para una serie de tiempo observada.

Función de media

Para el proceso estocástico $\{y_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ la función de media es definida por $\mu_t = E(y_t)\ \forall t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Definiciones importantes

Función de autocovarianza

La función de autocovarianza $\gamma_{t,s}$ es definida como
$\gamma_{t,s} = Cov(y_t, y_s)\ \forall t, s = 0, \pm 1, \pm 2, ...$
donde $Cov(y_t, y_s) = E[(y_t - \mu_t)(y_s - \mu_s)] = E(y_t y_s) - \mu_t \mu_s$

Función de autocorrelación

La función de autocorrelación $\rho_{t,s}$ es definida como
$\rho_{t,s} = \frac{Cov(y_t, y_s)}{\sqrt{Var(y_t) Var(y_s)}} = \frac{\gamma_{t,s}}{\sqrt{\gamma_{t,t}\gamma_{s,s}}}\ \forall t, s = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

Propiedades de las funciones de autocovarianza y autocorrelación

- $\gamma_{t,t} = Var(y_t)$
- $\gamma_{t,s} = \gamma_{s,t}$
- $|\gamma_{t,s}| \leq \sqrt{\gamma_{t,t}\gamma_{s,s}}$
- $\rho_{t,t} = 1$
- $\rho_{t,s} = \rho_{s,t}$
- $|\rho_{t,s}| \leq 1$

$\rho_{t,s}$ cercano a ± 1 indica fuerte dependencia lineal.
$\rho_{t,s}$ cercano a 0 indica debil dependencia lineal.
$\rho_{t,s}$ igual a 0 se dice que y_t y y_s están no correlacionados.

Definición: Caminata Aleatoria

Sea $e_1, e_2, e_3, \dots$ una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (iid) con media cero y varianza σ_e^2. Sea $\{y_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ construido como:

$$
\begin{aligned}
y_1 &= e_1 \\
y_2 &= e_1 + e_2 \\
&\vdots \\
y_t &= e_1 + e_2 + \dots + e_t \dashrightarrow y_t = y_{t-1} + e_t
\end{aligned}
$$

Así, tenemos que:

$$\mu_t = E(y_t) = \sum_{i=1}^{t} E(e_i) = 0$$

$$Var(y_t) = var\left(\sum_{i=1}^{t} e_i\right) = t\sigma_e^2$$

Caminata Aleatoria

Supongamos que $1 \leq t \leq s$, entonces

$$\begin{aligned}\gamma_{t,s} &= Cov(y_t, y_s) \\ &= \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t} Cov(e_i, e_j) \\ &= t\sigma_e^2\end{aligned}$$

Luego $\rho_{t,s}$ para una caminata aleatoria es obtenida como:

$$\begin{aligned}\rho_{t,s} &= \frac{\gamma_{t,s}}{\sqrt{\gamma_{t,t}\gamma_{s,s}}} \\ &= \sqrt{\frac{t}{s}}\end{aligned}$$

Definición: Media Móvil

Sea $\{y_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, ...\}$ construida como: $y_t = \frac{e_t + e_{t+1}}{2}$ luego,

$$\mu_t = E\left(\frac{e_t + e_{t+1}}{2}\right) = 0$$

$$Var(y_t) = \frac{1}{2}\sigma_e^2$$

Media Móvil

Tenemos así que:

$$\gamma_{t,s} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_e^2}{2} & , \quad |t-s| = 0 \\ \dfrac{\sigma_e^2}{4} & , \quad |t-s| = 1 \\ 0 & , \quad |t-s| > 1 \end{cases}$$

$$\rho_{t,s} = \begin{cases} 1 & , \quad |t-s| = 0 \\ \dfrac{1}{2} & , \quad |t-s| = 1 \\ 0 & , \quad |t-s| > 1 \end{cases}$$

Definición: Estacionariedad

Estrictamente Estacionario

Un proceso $\{y_t\}$ se dice estrictamente estacionario si la distribución conjunta de $y_{t_1}, y_{t_2}, ..., y_{t_n}$ es la misma distribución conjunta de $y_{t_1-k}, y_{t_2-k}, ..., y_{t_n-k}$ para todas las escogencias de $t_1, t_2, ..., t_n$.

Propiedades Estacionariedad

Así, tenemos que:

$$E(y_t) = E(y_{t-k})$$
$$Var(y_t) = Var(y_{t-k})$$

Lo cual implica que $Cov(y_t, y_s) = Cov(y_{t-k}, y_{t-s})$
Si $k = s$, tenemos que:

$$\begin{aligned}\gamma_{t,s} &= Cov(y_{t-s}, y_0) = Cov(y_0, y_{t-s}) \\ &= Cov(y_0, y_{|t-s|}) \\ &= \gamma_{0,|t-s|}\end{aligned}$$

Propiedades Estacionariedad

Simplificando, podemos escribir $\gamma_k = Cov(y_t, y_{t-k})$, luego:

$$\begin{aligned} \rho_k &= Corr(y_t, y_{t-k}) \\ &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \end{aligned}$$

- $\gamma_0 = Var(y_t)$
- $\gamma_k = \gamma_{-k}$
- $|\gamma_k| \leq \gamma_0$
- $\rho_0 = 1$
- $\rho_k = \rho_{-k}$
- $|\rho_k| \leq 1$

Definición: Débilmente Estacionaria

Débilmente Estacionario

Un proceso $\{y_t\}$ se dice débilmente estacionario o de segundo orden si:

- La función de media es constante para todo t.
- $\gamma_{t,t-k} = \gamma_{0,k}$ para t y k.

Definición: Ruido Blanco

Ruido Blanco

Un proceso $\{e_t\}$ iid estrictamente estacionario con media constante μ_t, $\gamma_k = Var(e_t)$ y $\rho_k = 1$ para todo $k = 0$.

Tendencia

En un proceso estacionario la función de media puede ser constante en el tiempo, pero no necesariamente es así. Vamos a considerar funciones relativamente simples.

Estimación de la función de media

Media constante

$y_t = \mu + x_t$, con $E(x_t) = 0$ para todo t.
Podemos estimar μ con $\overline{Y}$

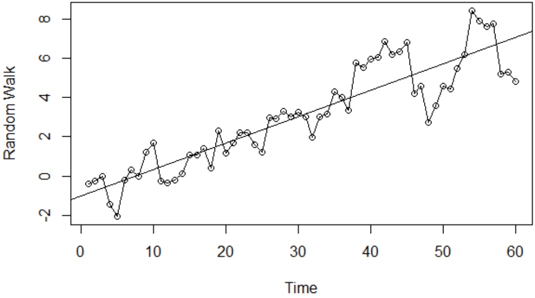
Métodos de regresión

Considerando $\mu_t = \beta_0 + \beta_1 t$ y por mínimos cuadrados tenemos que:

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \overline{Y})(t - \overline{t})}{\sum_{t=1}^{n}(t - \overline{t})^2}, \quad \widehat{\beta}_0 = \overline{Y} - \widehat{\beta}_1 \overline{t}$$

luego $\widehat{\mu}_t = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \overline{t}$ con $\overline{t} = (n+1)/2$.

Ejemplos de estimación de la media

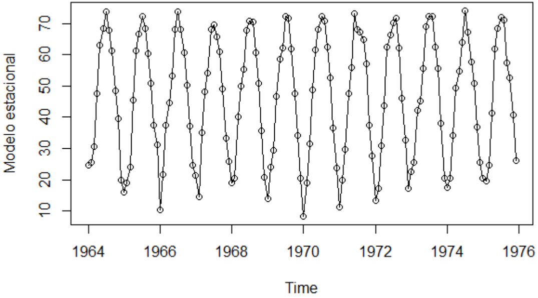


Tendencia estacional o cíclico

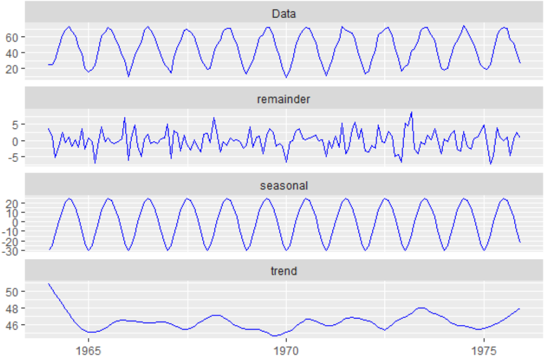
Considere el modelo $y_t = \mu_t + x_t$ donde $E(x_t) = 0$ para todo t y la estimación estacional. Luego,

$$\mu_t = \begin{cases} \beta_1 & \textit{para} \quad t = 1, 13, 25, \ldots \\ \beta_2 & \textit{para} \quad t = 2, 14, 26, \ldots \\ & \vdots \\ \beta_{12} & \textit{para} \quad t = 12, 24, 36, \ldots \end{cases}$$

Ejemplos de estimación de la media



Ejemplos de estimación de la media



Análisis de ajuste a la regresión

Desviación estándar residual

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-p}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \widehat{\mu}_t)^2}$$

con:

- p el número de parámetros.
- $n - p$ los grados de libertad.

Un valor pequeño de s significa un buen ajuste.

Coeficiente de determinación R^2

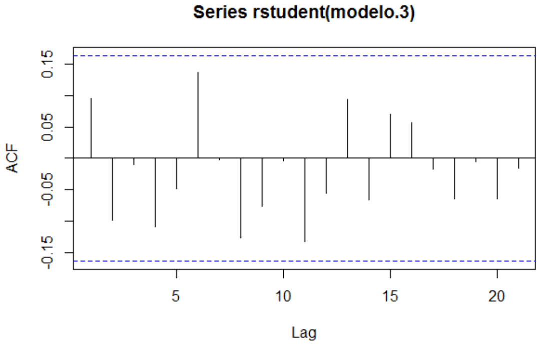
El coeficiente de determinación es la correlación que hay entre la serie observada y la estimada.

Función de autocorrelación

La función de autocorrelación muestral se define como,

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(y_t - \overline{Y})(y_{t-k} - \overline{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(y - \overline{Y})^2} \quad k = 1, 2, \ldots$$

Autocorrelograma



Códigos en R

The Comprehensive R Archive Network

Download and Install R

Precompiled binary distributions of the base system and contributed packages, **Windows and Mac** users most likely want one of these versions of R:

- Download R for Linux
- Download R for (Mac) OS X
- Download R for Windows

R is part of many Linux distributions, you should check with your Linux package management system in addition to the link above.

Sistema de carpetas

- doc
- inpath
- outpath
- src

```
#################################################################
#####                    Sistema de carpetas               #####
#################################################################

inpath  <- "D:/PERSONAL/6. EDUCACIÓN/1-LIBERTADORES/1-SERIES DE TIEMPO/inpath/"
outpath <- "D:/PERSONAL/6. EDUCACIÓN/1-LIBERTADORES/1-SERIES DE TIEMPO/outpath/"
```


THANK
YOU
GRACIAS
ARIGATO
SHUKURIA
DANKSCHEEN
BIYAN
SHUKRIA
TINGKI
YAQHANYELAY
TASHAKKUR ATU
SUKSAMA
EKHMET
MEHRBANI
GRAZIE
PALDIES
BOLZÏN
MERCI
GOZAIMASHITA
EFCHARISTO
JUSPAXAR
KOMAPSUMNIDA
MAAKE
SPASSIBO
SNACHALHUYA
NUHUN
CHALTU
WABEEJA
MAITEKA
YUSPAGARATAM
HUI
DHANYABAD
ANIHA
ATTO
SPASIBO
DENKAUJA
NENACHALHYA
MERSI
UNALCHEESH
GUI
HATUR
EKOJU
SIKOMO
MAKETAI
MINMONCHAR
SANCO
MERASTAWHY
GAEJTHO
LAH
AGUYJE
FAKAAUE
TAVTAPUCH
MEDAWAGSE
BAIIKA