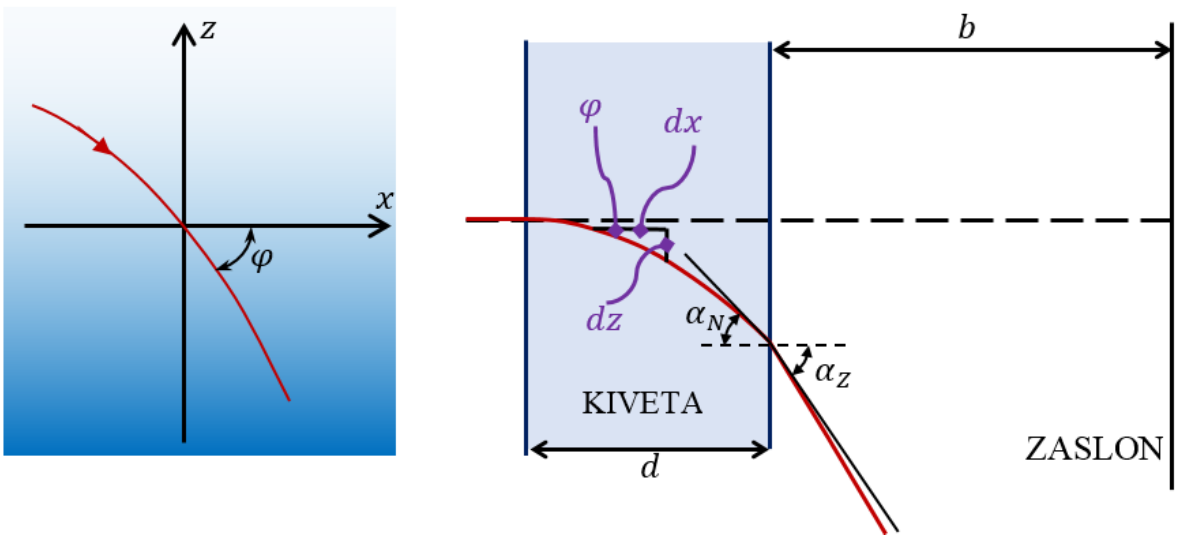
1. DIFUZIJA TEKOČIN

1.1 Pot žarka v nehomogenem, plastovitem sredstvu

Sredstvo naj bo iz planparalelnih plasti, tako da zavisi lomni količnik le od ene koordinate (višine z). Lomni zakon $\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \frac{n_2}{n_1}$ se posploši na sredstvo z zvezno spremenljivim lomnim količnikom: $\cos\varphi = \frac{konst.}{n(z)}$



Slika 1: Levo: Lom žarka nekje znotraj sredstva v kiveti. Desno: Shematsko prikazana pot žarka od izvora proti zaslonu kot pomoč pri razumevanju izpeljave.

Prehod žarka skozi kiveto izračunamo tako:

$$d(\log\cos\varphi) = -d(\log n)$$

ali

$$\frac{\sin\varphi d\varphi}{\cos\varphi} = \frac{dn}{n}$$

$$\cancel{\tan\varphi}\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n}\frac{dn}{dz}\cancel{\frac{dz}{dx}}$$

Verzija 05.10.2018, iz skenirane kopije pretipkal in uredil Primož Koželj.

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n}\frac{dn}{dz}$$

Žarek se torej v kiveti odkloni za kot $\alpha_N = \frac{d}{n}\frac{dn}{dz}$. Po izstopu iz kivete se odklon še poveča, $\alpha_Z = n\alpha_N = d\frac{dn}{dz}$. Na zaslonu dobimo potem odmik $Y = bd\frac{dn}{dz}$. Iz izpeljave se vidi, da velja izračunani odklon le za majhne kote $\alpha \approx \sin\alpha$ in za $d \ll b$. Če obsvetimo kiveto z ravninskim snopom žarkov, nagnjenim za 45°, dobimo na zaslonu krivuljo. Če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

1.2 Difuzija

Koncentracija difundirajoče snovi f je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije: $\vec{Q} = -D \operatorname{grad} f$. Upoštevamo še kontinuitetno enačbo $\operatorname{div}\vec{Q} = -\frac{\partial f}{\partial t}$ in dobimo

$$D\nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t}$$

ali v našem primeru

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t}$$

Osnovna rešitev te enačbe je $f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}}e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$ (preizkusi!) in predstavlja porazdelitev v primeru, ko je v času $t = 0$ difundirajoča snov vsa zbrana na mestu $z = 0$. Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobimo iz osnovne rešitve z integriranjem.

Primer: V začetku je snov enakomerno porazdeljena po polprostoru $z > 0$, kjer je $f(z) = f_0 = 1$, v polprostoru $z < 0$ pa je $f(z) = 0$. Rešitev je v tem primeru

$$f = \frac{f_0}{2}\left[1 + \theta\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right)\right], \text{ kjer je } \quad \theta(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} e^{-\eta^2} d\eta \quad \text{tabelirana funkcija.}$$

Pri opisanem poizkusu so začetni pogoji prav taki. Če vzamemo, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije, velja tudi

$$n(z) = \frac{n_0 + n_1}{2} + \frac{n_1 - n_0}{2}\theta\left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

in iz prej navedenega sledi

$$Y = bd\frac{dn}{dz} = bd\,(n_1 - n_0)\,\frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}}e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$$

Ploščina pod krivuljo je od časa neodvisna:

$$S = \int y dz = kbd\,(n_1 - n_0)$$

kjer je $k = \frac{a+b}{a}$, a pa razdalja med izvorom divergentnega snopa žarkov in kiveto.

Maksimalni odmik je sorazmeren $t^{-\frac{1}{2}}$:

$$Y_{\max} = bd\frac{n_1 - n_0}{(4\pi Dt)^{1/2}} = \frac{s}{k(4\pi Dt)^{1/2}}$$

1.3 Navodilo

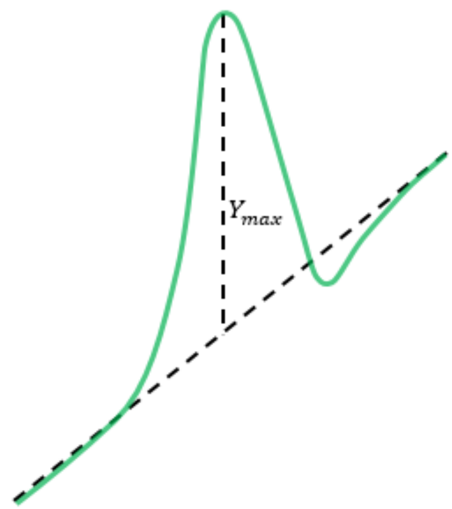
Postavi laser okoli 180 cm od zaslona, kiveto na jezdecu pa na sredo med njiju tako, da bo laserski žarek padal preko sredine kivete na spodnji del zaslona z milimetrskim papirjem. Med laser in kiveto pritrdi še stekleno paličico, nagnjeno pod kotom 45°, ki ima nalogo razpršiti žarek v ravninski snop žarkov. Ker je v naši postavitvi a razdalja med paličico in kiveto, si s tem dosegel največjo možno povečavo k.

Natoči v kiveto do polovice alkohola, nato pa s kapilarnim lijakom vodo na dno. Natakaj zelo previdno in počasi, da se tekočini med seboj ne pomešata. Na zaslonu moraš videti krivuljo, kot jo približno kaže slika.

V začetku zarisuj višino Y_{max} vsakih 10 – 15 min, kasneje v daljših intervalih[1]. Večkrat nariši tudi celotno krivuljo. Ne pozabi izmeriti razdalj a, b in debeline d.

Nariši diagram: na absciso čas, na ordinato pa kvocient $\frac{1}{4\pi k^2}\left(\frac{S}{Y_{\max}}\right)^2$. Dobiti moraš premico, katere strmina je enaka konstanti D. Ploščino S izmeri na risbi in primerjaj z izračunano vrednostjo po formuli. Ali so ploščine krivulj enake?

<u>Podatek</u>: $n_{\text{ etanol }} - n_{\mathrm{H_20}} = 0,029$



Slika 2: Oblika krivulje kot jo vidimo na zaslonu (oziroma milimetrskem papirju).

[1]Namig (05.10.2018): V praksi boš zelo hitro ugotovil, da je čisto na začetku potrebno odčitavati Y_{max} ter risati krivuljo še nekoliko pogosteje.