EDO DE PRIMER ORDEN

LINEALES Y REDUCIBLES A ELLAS

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
Ing. Gabriel Zapata
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS - ESPE

Resolución de las ecuaciones de primer orden por Variación de Parámetros

Este método de resolución se basa en resolver previamente la ecuación lineal homogénea asociada $y' + P(x)y = 0$:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0 \;\Rightarrow\; \int \frac{dy}{y} = -\int P(x)\,dx$$

$$\ln y = -\int P(x)dx + c \;\Rightarrow\; y_n = e^{-\int P(x)dx + C} \;\Rightarrow\; y_n = e^{-\int P(x)dx}.e^{C}$$

$$y_n = c_1 e^{-\int P(x)dx}$$

Y luego hallar una solución particular, mediante el método de variación de parámetros (este método se estudiará con detenimiento más adelante):
Sea $y_p = v(x)e^{-\int P(x)\,dx}$ una solución particular de la ecuación lineal de primer orden, Por lo tanto, debe satisfacer la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$$

es decir, se puede reemplazar en eta ecuación y_p y y_p':

$$v\,e^{-\int P(x)\,dx} * \left(-P(x)\right) + v'e^{-\int P(x)\,dx} + P(x)v'e^{-\int P(x)\,dx} = f(x)$$

$$-vP(x)e^{-\int P(x)\,dx} + v'e^{-\int P(x)\,dx} + P(x)v'e^{-\int P(x)\,dx} = f(x)$$

$$\int dv = \int e^{\int P(x)\,dx} f(x)\,dx$$

$$v = \int e^{\int P(x)\,dx} f(x)\,dx \;\Rightarrow\; y_p = e^{-\int P(x)\,dx} \int e^{\int P(x)\,dx} f(x)\,dx$$

Finalmente considerando que: $y = y_n + y_p$ se tiene

$$y = C_1 e^{-\int P(x)\,dx} + e^{-\int P(x)\,dx} \int e^{\int P(x)\,dx} f(x)\,dx$$

$$y = e^{-\int P(x)\,dx}\left(\int e^{\int P(x)\,dx} f(x)\,dx + C_1\right)$$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Kiseliov, A., Kransnov, M., Makarenko, G. *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Mir, 1968.
2. Nagle R., Saff E., Snider A., *Fundamentals of differential equations*, 8fth ed., Addison-Wesley, 2012.
3. Valentin F. Zaitsev, Andrei D. Polyanin. *Handbook of Exact Solutions for Ordinary Differential Equations*, Chapman & Hall_CRC, 2003.