

1. Analizar el dominio y la continuidad en los siguientes ejercicios:

$$z = \frac{4 - xy}{x^2 + 3y^2}$$

$$z = \frac{xy \cos y}{3x^2 + y^2}$$

$$w = \frac{xy + yz^2 + xz^2}{x^2 + y^2 + z^4}$$

15-38 Calcule las primeras derivadas parciales de la función.

15. $f(x, y) = y^5 - 3xy$

16. $f(x, y) = x^4 y^3 + 8x^2 y$

17. $f(x, t) = e^{-t} \cos \pi x$

18. $f(x, t) = \sqrt{x} \ln t$

19. $z = (2x + 3y)^{10}$

20. $z = \tan xy$

21. $f(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$

22. $f(x, y) = x^y$

23. $w = \sin \alpha \cos \beta$

24. $w = e^v / (u + v^2)$

25. $f(r, s) = r \ln(r^2 + s^2)$

26. $f(x, t) = \arctan(x\sqrt{t})$

27. $u = te^{w/t}$

28. $f(x, y) = \int_y^x \cos(t^2) dt$

29. $f(x, y, z) = xz - 5x^2 y^3 z^4$

30. $f(x, y, z) = x \sin(y - z)$

31. $w = \ln(x + 2y + 3z)$

32. $w = ze^{xyz}$

33. $u = xy \sin^{-1}(yz)$

34. $u = x^{y/z}$

35. $f(x, y, z, t) = xyz^2 \tan(yt)$

36. $f(x, y, z, t) = \frac{xy^2}{t + 2z}$

37. $u = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$

38. $u = \sin(x_1 + 2x_2 + \cdots + nx_n)$

39-42 Determine las derivadas parciales indicadas.

39. $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$; $f_x(3, 4)$

40. $f(x, y) = \arctan(y/x)$; $f_x(2, 3)$

41. $f(x, y, z) = \frac{y}{x + y + z}$; $f_y(2, 1, -1)$

57-60 Compruebe que la conclusión del teorema de Clairaut se cumple, es decir, $u_{xy} = u_{yx}$.

57. $u = x \sin(x + 2y)$

58. $u = x^4 y^2 - 2xy^5$

59. $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

60. $u = xy e^y$

61-68 Encuentre la derivada parcial indicada.

61. $f(x, y) = 3xy^4 + x^3 y^2$; f_{xxy} , f_{yyy}

62. $f(x, t) = x^2 e^{-ct}$; f_{tt} , f_{ttx}

63. $f(x, y, z) = \cos(4x + 3y + 2z)$; f_{xyzs} , f_{yzz}

64. $f(r, s, t) = r \ln(rs^2 t^3)$; f_{rss} , f_{rst}

65. $u = e^{r\theta} \sin \theta$; $\frac{\partial^3 u}{\partial r^2 \partial \theta}$

66. $z = u\sqrt{v-w}$; $\frac{\partial^3 z}{\partial u \partial v \partial w}$

1-6 Aplique la regla de la cadena para hallar dz/dt o dw/dt .

1. $z = x^2 + y^2 + xy$, $x = \sin t$, $y = e^t$

2. $z = \cos(x + 4y)$, $x = 5t^4$, $y = 1/t$

3. $z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$, $x = \ln t$, $y = \cos t$

4. $z = \tan^{-1}(y/x)$, $x = e^t$, $y = 1 - e^{-t}$

5. $w = x e^{y/z}$, $x = t^2$, $y = 1 - t$, $z = 1 + 2t$

6. $w = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = \tan t$

7-12 Mediante la regla de la cadena encuentre $\partial z/\partial s$ y $\partial z/\partial t$.

7. $z = x^2 y^3$, $x = s \cos t$, $y = s \sin t$

8. $z = \arcsen(x - y)$, $x = s^2 + t^2$, $y = 1 - 2st$

9. $z = \sin \theta \cos \phi$, $\theta = st^2$, $\phi = s^2 t$

10. $z = e^{t+2y}$, $x = s/t$, $y = t/s$

11. $z = e^r \cos \theta$, $r = st$, $\theta = \sqrt{s^2 + t^2}$

12. $z = \tan(u/v)$, $u = 2s + 3t$, $v = 3s - 2t$

21–26 Use la regla de la cadena para calcular las derivadas parciales que se piden.

21. $z = x^2 + xy^3, \quad x = uv^2 + w^3, \quad y = u + ve^w;$

$\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}, \frac{\partial z}{\partial w}$ cuando $u = 2, v = 1, w = 0$

22. $u = \sqrt{r^2 + s^2}, \quad r = y + x \cos t, \quad s = x + y \sin t;$

$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial t}$ cuando $x = 1, y = 2, t = 0$

23. $R = \ln(u^2 + v^2 + w^2),$

$u = x + 2y, \quad v = 2x - y, \quad w = 2xy;$

$\frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial R}{\partial y}$ cuando $x = y = 1$

24. $M = xe^{y-z^2}, \quad x = 2uv, \quad y = u - v, \quad z = u + v;$

$\frac{\partial M}{\partial u}, \frac{\partial M}{\partial v}$ cuando $u = 3, v = -1$

25. $u = x^2 + yz, \quad x = pr \cos \theta, \quad y = pr \sin \theta, \quad z = p + r;$

$\frac{\partial u}{\partial p}, \frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial u}{\partial \theta}$ cuando $p = 2, r = 3, \theta = 0$

26. $Y = w \tan^{-1}(uv), \quad u = r + s, \quad v = s + t, \quad w = t + r;$

$\frac{\partial Y}{\partial r}, \frac{\partial Y}{\partial s}, \frac{\partial Y}{\partial t}$ cuando $r = 1, s = 0, t = 1$

27–30 Aplique la ecuación 6 para encontrar dy/dx .

27. $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$

28. $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$

29. $\cos(x - y) = xe^y$

30. $\sin x + \cos y = \sin x \cos y$

31–34 Con las ecuaciones 7 halle $\partial z/\partial x$ y $\partial z/\partial y$.

31. $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

32. $xyz = \cos(x + y + z)$

33. $x - z = \arctan(yz)$

34. $yz = \ln(x + z)$

39–44 Determine las ecuaciones de (a) el plano tangente y (b) de la recta normal a la superficie dada en el punto especificado.

39. $2(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 10, \quad (3, 3, 5)$


40. $y = x^2 - z^2, \quad (4, 7, 3)$

41. $x^2 - 2y^2 + z^2 + yz = 2, \quad (2, 1, -1)$

42. $x - z = 4 \arctan(yz), \quad (1 + \pi, 1, 1)$

43. $z + 1 = xe^y \cos z, \quad (1, 0, 0)$

44. $yz = \ln(x + z), \quad (0, 0, 1)$

 **45–46** Mediante una computadora grafique la superficie, el plano tangente y la recta normal en la misma pantalla. Escoja cuidadosamente el dominio para evitar planos verticales extraños. Elija la perspectiva que le permita visualizar bien los tres objetos.

45. $xy + yz + zx = 3, \quad (1, 1, 1)$