Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
Projeto e Análise de Algoritmos

Lista de Exercícios

Questão 1. Identifique se as afirmações abaixo são Verdadeiras ou Falsas e justifique sua resposta.

a. Como não se conhece um algoritmo polinomial para o problema do clique em grafo, então necessariamente Clique $\notin$ P.

b. Se existe um algoritmo polinomial para um problema NP-Completo, então P = NP.

c. Se um problema de decisão $\pi \in$ P, então $\pi \in$ NP.

d. Sendo $\pi 1$ e $\pi 2$ dois problemas de decisão tais que $\pi 1 \propto \pi 2$ e $\pi 1 \in$ P, então $\pi 2 \in$ P.

e. Se um problema de decisão $\pi \in$ NP-Completo, então $\pi \in$ NP.

f. Se um problema de decisão $\pi \in$ NP, então $\pi \in$ NP-Completo.

g. Se um problema $\pi \in$ NP-Difícil, então $\pi \in$ NP.

h. Se um problema $\pi \in$ NP-Difícil, então $\pi \notin$ NP.

i. Se P = NP, então todo problema NP-Difícil é polinomial.

Questão 2. O problema da 3-satisfabilidade é uma restrição (ou seja, um caso particular) do problema da satisfabilidade.

- Problema: 3-satisfabilidade de fórmulas (3-SAT).
- Dados: Expressão booleana E na forma normal conjuntiva, tal que cada cláusula de E possui exatamente 3 variáveis.
- Decisão: E é satisfeita, isto é, verdadeira?

Agora, responda os questionamentos abaixo, considerando que π_1 e π_2 são problemas de decisão tais que π_2 é uma restrição de π_1.

a. Se $\pi_2 \in$ NP-Completo, então $\pi_1 \in$ NP-Difícil?

b. Se $\pi_1 \in$ NP e $\pi_2 \in$ NP-Completo, então $\pi_1 \in$ NP-Completo?

c. Se $\pi_1 \in$ NP-Completo, então $\pi_2 \in$ NP-Difícil?

Questão 3. Assinale as seguintes afirmativas.

I. Considere o problema de decisão π. Se $\pi \in$ NP, então um problema NP-Completo, como o da satisfabilidade de fórmulas (SAT), é transformado polinomialmente em π, ou seja, SAT $\propto \pi$.

II. Sejam π_1 e π_2 dois problemas de decisão. Dado que $\pi_1 \propto \pi_2$ e $\pi_2 \in$ P, então $\pi_1 \in$ P.

III. Os problemas NP-Completo são considerados como os problemas mais difíceis em NP. Se qualquer problema NP-Completo pode ser resolvido em tempo polinomial, então todos os problemas em NP podem ser resolvidos da mesma forma.

IV. Suponha que dois problemas de decisão sejam NP-Completo. Isso implica que existe uma transformação polinomial no tempo de um problema para o outro.

A análise permite concluir que

(A) apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
(B) apenas as afirmativas III e IV são verdadeiras.
(C) apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
(D) apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
(E) todas as afirmativas são verdadeiras.

Questão 4. Analise as seguintes afirmativas.

I. Em um problema de decisão, o objetivo é decidir a resposta sim ou não a uma questão. Em um problema de localização, procura-se localizar uma certa estrutura que satisfaça um conjunto de propriedades dadas. Se as propriedades envolverem critérios de otimização, então o problema é dito de otimização.

II. A teoria da complexidade restringe-se a problemas de decisão, já que o estudo de problemas NP-Completo é aplicado somente para esse tipo de problema.

III. Somente problemas de otimização podem ser NP-Difícil.

A análise permite concluir que

(A) apenas a afirmativa I está correta.
(B) apenas a afirmativa II está correta.
(C) apenas as afirmativas I e II estão corretas.
(D) apenas as afirmativas I e III estão corretas.
(E) todas as afirmativas estão corretas.

Questão 5. Considere o problema da coloração de vértices:

- Problema: Coloração de vértices (K-color).
- Dados: Um grafo G e um inteiro $k > 0$.
- Decisão: G possui uma coloração com um número $\leq k$ cores?

Agora, trabalhe os itens abaixo.

a. Mostre que o problema K-color $\in$ NP.

b. De acordo com a teoria "Karp's 21 NP-complete problems"[1], sabe-se que 3-SAT $\propto$ K-color. Então, podemos afirmar que o problema K-color $\in$ NP-Completo? Por quê?

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Karp%27s_21_NP-complete_problems