

## **ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ТАБЛИЦ СМЕРТНОСТИ НА ОСНОВЕ РЕГИОНАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

### **Аннотация**

В настоящее время смешанное страхование жизни является одним из инструментов защиты материальных интересов граждан. Важным фактором, влияющим на тарифные ставки, является актуарный базис и как одна из важных его составляющих – таблицы смертности. Выбор таблицы смертности для многих страховых компаний представляет собой сложную задачу. Использование данных для построения тарифных ставок, не отражающих реального порядка вымирания конкретной группы людей, приводит к получению тарифов, не отвечающих действительности. Страховщик подвергает себя опасности завышения тарифов, что отрицательно сказывается на конкурентоспособности компаний.

### **Annotation**

Nowadays life insurance is the method of the protection of population from in the circumstances of risk. Tables of death are very important component of tariff rates' calculation in life insurance. The main goal for most of insurance companies is a choice of the table of death. Use of the incorrect data for calculation is the cause of incorrect tariff rates of

this type of insurance. The insurer endangers itself of overestimate of tariff rates that has an adverse effect on competitiveness of the companies. There are basic results of life insurance tariff rates' calculations on Rosstat data and main conclusions in this article.

### Ключевые слова

Страхование жизни, страховая компания, тарифная ставка, таблицы смертности, порядок вымирания, метод построения таблиц смертности, конкурентоспособность компаний.

### Key words

The life insurance, the insurance company, the tariff rate, the tables of death, the order of die out, the method of tables of death calculation, the competitiveness of the companies.

Каждый метод построения таблиц смертности содержит предположение о некотором порядке вымирания, заложенном в его основе. Прежде чем строить таблицы смертности для конкретного региона, необходимо разобраться с базовым понятием порядка вымирания. Порядок вымирания является специфической особенностью каждой отдельно взятой территории. Он определяет численность населения в отдельных возрастах.

Все актуарные рассуждения относительно порядка вымирания базируются на понятии совокупности лиц. Совокупность лиц – группа людей, объединенных в соответствии с определенным критерием или критериями, за изменениями численности которой осуществляется наблюдение [3, с.25].

Совокупность лиц может быть реальной или условной. Под реальной понимается наблюдаемая группа людей. Изучение реальных совокупностей в рамках актуарных расчетов необходимо, прежде всего, для определения особенностей страхования соответствующей группы лиц.

Условная совокупность представляет собой модель однородной группы людей. Условная совокупность может быть использована в долгосрочном прогнозе, в том числе при обосновании типового договора страхования [3, с.25].

Совокупность лиц может быть замкнутой, если вышедшие из совокупности лица не замещаются (отсутствует миграция), или открытой – в противном случае. Выбор той или иной формы определяется особенностями договоров страхования. Таблицы смертности строятся на основе предположения о замкнутости совокупности.

При рассмотрении совокупности лиц во времени порядок вымирания представляет собой убывающую последовательность чисел лиц, доживших до определенного возраста. Обычно порядок вымирания нормируется таким образом, чтобы его первоначальная численность была равна  $l_0=100\ 000$ , или  $l_0=1\ 000\ 000$ .

На основе реального порядка вымирания удобно изучать особенности смертности той или иной группы лиц. Однако при обосновании договоров страхования жизни специфика смертности, отраженная в реальном порядке вымирания, может исказить результаты прогноза обязательств компании. Поэтому также используется условный порядок выбытия, в котором отражается лишь общая тенденция, безотносительно к особенностям смертности отдельных групп. Таблицы смертности, используемые в актуарных расчетах, включают в себя показатели,

являющиеся оценками условного порядка вымирания.

Если предполагается, что смертность точно соответствует порядку вымирания, то речь идет о детерминированной модели. При этом считается, что детерминированный характер имеет выбытие из совокупности в целом, а смерть каждого отдельного, наугад выбранного ее члена остается случайным событием, то есть выбытие конкретного лица из совокупности носит случайный характер. Эта модель проста и потому широко используется при анализе смертности [3, с.25-26].

Однако, как уже подчеркивалось выше, использование реального порядка вымирания может исказить анализ смертности. Поэтому порядок вымирания необходимо рассматривать в рамках стохастической модели. При этом порядок вымирания рассматривается как последовательность случайных величин.

Все возможные методы построения таблиц смертности и средней продолжительности жизни опираются на вышеуказанные модели. Таблица смертности – это числовая модель смертности, представляющая собой систему взаимосвязанных, упорядоченных по возрасту рядов чисел, описывающих процесс вымирания некоторого поколения с фиксированной начальной численностью населения [4, с.406].

В таблице смертности (или таблице продолжительности жизни по западной терминологии) представлены возрастные показатели, отражающие частоту смертельных случаев в различные периоды жизни людей, долю доживающих до определенного возраста и ожидаемую продолжительность жизни. Они построены как описание процесса дожития и вымирания некоторой совокупности

родившихся [4, с.406]. Такими таблицами пользуются страховые учреждения при исчислении тарифных ставок по страхованию жизни.

Простейшим видом таблиц являются таблицы, содержащие информацию о стохастических свойствах времени жизни случайно выбранного человека, относительно которого известен только его возраст. Такие таблицы называются общими или упрощенными (*aggrate tables*). Они позволяют получить общую приближенную картину смертности. В принципе для решения любой задачи достаточно знания функции дожития  $s(x)$ , однако для наглядности в таблицы обычно включают величину  $l_x$ , которую можно определить из следующего выражения:

$$l_x = l_0 \times s(x). \quad (1)$$

Для удобства пользования в таблицы обычно включают и производные величины:  $d_x$ ,  $p_x$ ,  $q_x$  и другие.

В качестве шага таблицы, как правило, рассматривают 1 год, то есть табулируют значения различных функций от  $x$  для  $x=0, 1, 2, \dots, \omega$  лет.

Каждый метод построения таблиц смертности и средней продолжительности жизни основывается на различных предположениях о порядке вымирания, который формируют различные подходы к определению основополагающих показателей: вероятности дожития и вероятности смерти.

Рассмотрим основные методы построения таблиц смертности. Исторически первым является метод Граунта, или метод смертных списков, относящийся к группе методов, использующих данные текущего демографического учета. Он базируется на концепции стационарного населения (общее число умерших равно числу

родившихся), что является его основным недостатком. Вероятность смерти  $q_x$  оценивается как отношение числа умерших в данном возрастном интервале к сумме количества умерших в соответствующий период и старше:

$$q_x = \frac{M_x^H}{\sum_{k=x}^{\omega} M_k^H}.$$

Прямой метод, или метод Лапласа (относится к той же группе, что и предыдущие), представляет собой таблицу смертности реального поколения, причем все демографические показатели берутся непосредственно из наблюдения.

$$q_x = \frac{M_x^1}{l_x}.$$

Хотя этот метод дает исключительно ретроспективный результат, он может быть полезен для расчета таблиц смертности на основе баз данных страховых компаний [3, с.56,59].

Демографический метод построения таблиц смертности представляет собой, по существу, группу методик, которые используют данные о числе умерших и численности населения, полученные на основе переписи или текущего учета. В этих методиках, как правило, определяют фактические повозрастные коэффициенты смертности, которые приравниваются к табличным коэффициентам или другим показателям таблицы смертности

$$(q_x \approx m_x; \quad \mu_x \approx q_x = \frac{d_x}{l_x}), \quad \text{либо}$$

последние непосредственно вычисляются с учетом элементарных совокупностей умерших. Методологические основы демографического метода заложены шведским ученым П.

Варгентином и развиты рядом зарубежных и отечественных демографов.

Советский демограф А.Боярский предложил, в связи с расчетом таблиц смертности СССР 1958-59 годов, более точную формулу оценки повозрастного коэффициента смертности, которая (2) учитывает различия численности соседних поколений:

$$m_x = \frac{2(M_{x-1}^3 + M_x^3)}{l_{z;x-1}^{(III)} + 2l_{z;x}^{(II)} + l_{z;x+1}^{(III)} + \frac{1}{2}(M_{x-1}^3 + M_{x+1}^3) - \frac{1}{2}(M_{x-1}^3 + M_x^3)} \quad (4)$$

Далее подставляем данную формулу в  $q_x \approx \frac{2m_x}{2 + m_x}$ .

$$(3) R(x, z) = l_{z;x-1}^{(II)} + l_{z;x+1}^{(II)} - 2l_{z;x}^{(II)} + \frac{1}{2}(M_{x-1}^3 + M_{x+1}^3) - \frac{1}{2}(M_{x-1}^3 + M_x^3) \quad (5)$$

- носит название «поправка Боярского» и отражает влияние соседних возрастных групп на вероятность смерти в условиях значительных колебаний численности повозрастных групп [3, с.62-63].

Демографические методы являются более точными и относительно новыми, но их методология расчета показателей значительно сложнее. Методы Граунта, Эйлера, Лапласа проще в расчетах, но имеют больше недостатков. Таким образом, видно, что методов построения таблиц смертности существует немало и подбор того, который будет наиболее адекватен реальному порядку вымирания, является непростой задачей.

В настоящее время Росстатом производится ежегодный расчет повозрастных таблиц смертности, которые рассчитываются не только для

всего населения, но также в разрезе полов.

Для проверки различных предположений о характере порядка вымирания населения Ростовской области и его углубленного анализа были построены таблицы смертности разными методами. На основе данных Росстата за 2003-2005 годы о численности населения по полу и возрасту [1] и численности умерших по полу и возрасту по Ростовской области [2] были рассчитаны таблицы

смертности для обоих полов и отдельно для мужчин и женщин методами Граунта, Лапласа, а также демографическим методом на основе повозрастного коэффициента смертности с использованием «поправки Боярского». Все методы дали приблизительно аналогичные результаты для исследуемого периода, поэтому рассмотрим значения рассчитанных показателей для 2005 года.

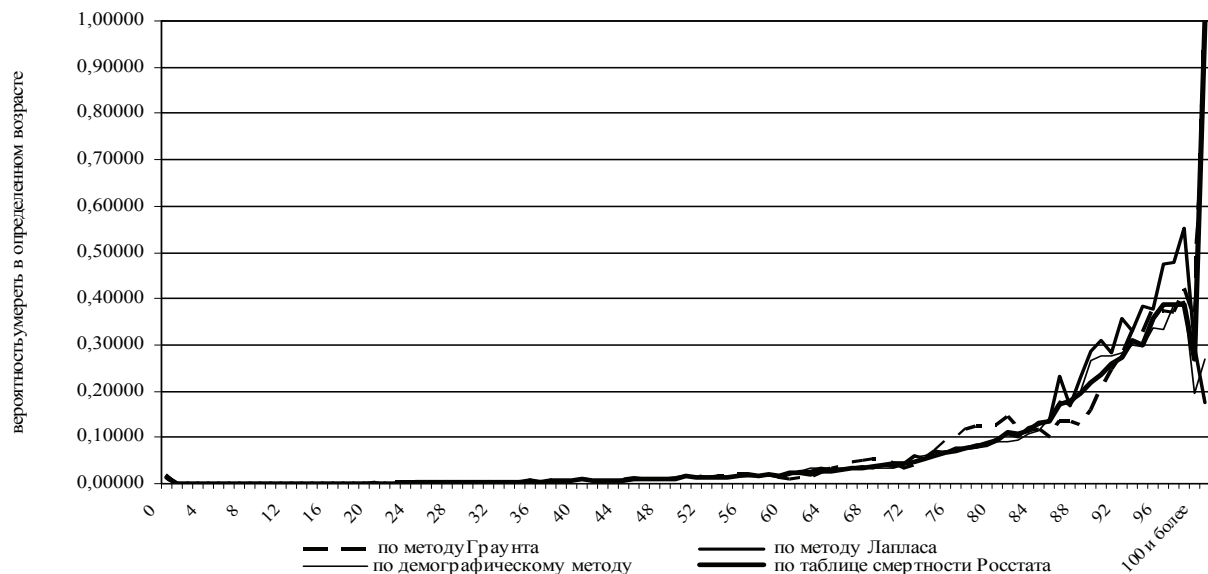


Рис. 1 Вероятность умереть в данном возрасте  $q_x$  (для всего населения) в 2005 году

Рассчитанные методом Граунта значения показателей отличаются от показателей таблицы смертности Росстата на всем исследуемом периоде с 2003 по 2005 год. Вероятности умереть в течение предстоящего года жизни, не дожив до следующего возраста ( $x+1$ ) для всего населения, рассчитанные по методам Граунта, Лапласа и демографическим за 2005 год в сравнении с данными таблицы смертности Росстата представлены на рисунке 1.

Метод Граунта приводит к занижению смертности в младших возрастных группах и завышению в

старших. Амплитуда колебаний значений показателей, полученных методом Граунта, наибольшая по сравнению с результатами расчета методами Лапласа и демографическим.

Результаты расчета методом Лапласа показывают, что показатели  $p_x$  и  $q_x$  колеблются около аналогичных показателей таблицы смертности Росстата, то есть нельзя отметить тенденцию к завышению или занижению смертности. Амплитуда этих колебаний относительно невелика, в возрастах до 85 лет, в старших группах она увеличивается. В

возрастном интервале примерно от 85 до 99 в 2003-2005 вероятность умереть для обоих полов, рассчитанная методом Лапласа, была значительно выше, чем по таблице смертности Росстата, а следовательно, вероятность дожить до следующего возрастного интервала ниже (рис. 1).

Аналогичные показатели, полученные с помощью демографического метода, по большей части ниже значений, принятых для сравнения, следовательно, вероятность дожить до следующего возрастного интервала будет выше. Однако в возрастах от нуля примерно до двух лет и приблизительно после 83 лет наблюдается завышение  $q_x$

относительно данных Росстата, а следовательно, занижение  $p_x$ .

Вероятность умереть в некотором возрасте и вероятность дожить до следующего возраста являются относительными величинами. Пользователю статистической информации часто требуются не относительные, а абсолютные показатели таблиц смертности. Для таблиц смертности, построенных тремя методами, были рассчитаны числа доживающих до возраста  $x$ , или  $l_x$  и числа умирающих на  $(x+1)$  году жизни, или  $d_x$  на основе показателей, полученных методом Граунта, Лапласа и демографическим методом. Корень расчетных таблиц смертности был принят равным  $l_0=100\ 000$ .

*Таблица 1. Относительные отклонения значений  $d_x$  расчетных таблиц смертности для всего населения от таблицы смертности Росстата за 2003 год, %*

№	Возраст	Метод Граунта	Метод Лапласа	Демографический метод
1	0-4	44,46	1,91	32,16
2	5-9	47,22	10,17	8,15
3	10-14	46,85	12,71	5,25
4	15-19	47,84	9,28	5,78
5	20-24	41,92	9,68	3,40
6	25-29	43,74	14,05	4,18
7	30-34	39,20	19,51	5,22
8	35-39	41,06	26,57	8,82
9	40-44	35,37	28,26	9,11
10	45-49	35,06	25,65	9,07
11	50-54	25,97	19,24	11,36
12	55-59	23,01	15,54	9,22
13	60-64	16,07	10,19	9,46
14	65-69	14,82	8,27	12,97
15	70-74	9,56	8,04	11,94
16	75-79	13,95	8,86	10,98
17	80-84	16,93	6,35	10,84
18	85-89	15,03	7,11	7,94
19	90-94	11,62	6,75	4,71
20	95-99	11,06	5,04	3,75

Значения данных показателей различаются для всех методов расчета и таблицы смертности Росстата. В целях

количественной оценки величины данных расхождений были рассчитаны абсолютные и относительные



отклонения. В качестве базы сравнения были приняты значения таблицы смертности Росстата.

Рассмотрим значения относительных отклонений для 2003 и 2005 годов, так как тенденция колебаний значений показателей расчетных таблиц относительно таблиц смертности Росстата для данных периодов различаются; 2004 год в данном смысле аналогичен 2005 году.

Относительные отклонения значений  $d_x$  расчетных таблиц смертности для всего населения от таблицы смертности Росстата за 2003 год представлены в таблице 1. Как видно из таблицы, наиболее существенно отличаются от данных, принятых для сравнения, значения показателя, полученные методом Граунта.

Так как минимальные отклонения получены для демографического метода, то можно сделать вывод, что в основе его лежит порядок вымирания, аналогичный тому, который отражен в таблице смертности, используемой для сравнения.

В 2005 году результаты расчета  $d_x$  выявили, что данные, полученные с помощью метода Лапласа, в отличие от 2003 года, ближе к значениям таблицы смертности Росстата, чем полученные с

помощью демографического метода, а тем более, метода Граунта. Следовательно, в данный период времени порядок вымирания, заложенный в этот метод, аналогичен тому, который содержит таблица смертности, используемая для сравнения. Это, скорее всего, связано с изменениями в демографических процессах.

Для таблиц смертности, рассчитанных методами Лапласа и демографическим отдельно для мужского и женского пола, отклонения от данных таблиц смертности Росстата, особенно для 2005 года, имеют большие значения, чем для всего населения, при этом наибольшие отклонения отмечены для женского пола. Самые большие различия приходятся на целевую группу потенциальных клиентов страхования жизни, а именно в возрастах от 40 и до 69 лет. Значения отклонений для метода Граунта в разрезе полов приблизительно совпадают со значениями для всего населения.

Относительные отклонения значений  $d_x$  расчетных таблиц смертности для всего населения и для каждого пола в отдельности от таблицы смертности Росстата за 2005 год представлены в таблице 2.

*Таблица 2. Относительные отклонения значений  $d_x$  расчетных таблиц смертности для всего населения и в разрезе полов от таблицы смертности Росстата за 2005 год, %*

Возраст	Метод Граунта			Метод Лапласа			Демографический метод		
	все население	Мужской пол	женский пол	все население	мужской пол	женский пол	Все население	мужской пол	женский пол
0-4	42,16	43,32	40,87	2,01	2,17	1,79	26,05	24,67	30,69
5-9	44,39	45,58	42,97	2,29	2,59	1,87	10,19	15,31	15,86

Продолжение таблицы 2

10-14	46,89	47,85	45,60	2,64	2,80	2,77	14,15	16,28	12,65
15-19	47,94	50,97	47,95	2,06	6,18	4,85	18,55	13,73	19,77
20-24	47,41	48,59	45,99	1,73	10,63	8,15	16,77	18,86	17,78
25-29	46,11	46,90	49,55	1,98	10,79	17,30	14,97	15,41	22,64
30-34	44,59	45,47	49,26	1,93	10,96	20,92	16,87	14,18	32,28
35-39	41,86	43,20	48,06	1,85	12,47	41,14	18,31	16,20	52,73
40-44	38,78	37,49	49,99	3,70	8,25	44,53	9,51	18,74	56,81
45-49	33,09	35,88	40,93	3,17	3,00	48,15	8,26	12,66	60,68
50-54	27,04	29,23	28,07	4,06	4,23	31,83	7,68	10,47	46,63
55-59	20,85	22,71	21,22	3,92	4,05	25,57	9,56	9,90	43,82
60-64	14,05	15,88	15,90	4,04	4,05	15,87	5,95	6,43	28,65
65-69	10,19	10,68	7,56	3,51	3,47	10,09	11,66	10,78	23,79
70-74	8,37	8,12	9,04	3,36	3,07	3,83	18,54	18,39	21,13
75-79	7,99	5,38	11,27	2,19	1,98	2,69	16,12	14,54	21,19
80-84	10,46	6,36	15,39	2,75	3,01	2,95	11,30	11,41	13,92
85-89	15,13	10,89	19,54	2,19	2,76	2,71	12,19	11,53	16,71
90-94	18,65	15,24	22,29	2,11	2,87	2,12	7,35	7,01	14,10
95-99	18,35	15,50	21,60	3,24	4,12	2,91	3,99	3,60	10,39

Все три метода существенно расходятся с данными таблицы Росстата в одних и тех же возрастных интервалах, примерно от 69 до 89 лет, что говорит о влиянии структуры населения на результаты расчетов, независимо от их специфики.

Анализ показателей  $l_x$  и  $d_x$  для всех трех методов дает такие же результаты, как исследование  $q_x$  и  $p_x$ .

Для углубления анализа абсолютных и относительных отклонений, для выявления существенности отличий результатов построения таблиц смертности различными методами был использован критерий знаков Вилкоксона. Данный критерий позволяет выявить, влияет ли на результат способ измерения. В контексте данного исследования под эффектом влияния измерения можно понимать эффект влияния на таблицы смертности используемого метода.

По критерию знаков Вилкоксона отличий в значениях показателей таблиц смертности выявлено меньше, чем при анализе абсолютных и относительных отклонений, что

позволяет говорить о том, что для методов Граунта и демографического влияние способа получения показателей в целом не столь существенно по сравнению с методом Лапласа. То есть абсолютные и относительные отклонения показателей таблиц смертности, рассчитанных методами Граунта и демографическим, вызваны скорее «эффектом измерения», чем существенными различиями в порядке вымирания. Метод Лапласа, наоборот, содержит существенно иной порядок вымирания, что объясняется его теоретической основой. Это особенно важно, так как метод Лапласа единственный из рассмотренных методов может применяться для построения таблиц смертности по данным актуарной статистики страховой компании.

Полученные по трем методам результаты связаны с различием используемых данных для расчета основополагающих показателей  $p_x$  и  $q_x$ , а также с различием техники вычисления их в данных методах.

Принцип стационарности населения, положенный в основу



метода Граунта, на практике выполняется очень редко, так как вероятность того, что число родившихся будет равно числу умерших, очень мала. Как известно и видно из полученных результатов, метод Граунта приводит к завышению смертности в возрастных интервалах с относительно большей долей населения и, наоборот, что и является недостатком данного метода. Это связано с тем, что при расчетах по методу Граунта не учитывается возрастная структура, и порядок вымирания остается одинаковым в разрезе всех возрастов.

Метод Лапласа дает нам исключительно ретроспективный результат. Это объясняется спецификой данных, используемых для расчета вероятности умереть, или  $q_x$ . Он, как и метод Граунта, чувствителен к колебаниям численности населения.

Показатели, полученные с помощью демографического метода, близки к оценкам таблиц, принятых для сравнения. Данный метод считается более точным. В расчетах данным методом используются данные о числе умерших и численности населения. Для расчета основополагающих показателей используется повозрастной коэффициент смертности с поправкой Боярского, учитывающей различия численности соседних поколений.

Таким образом, можно сделать вывод, что демографическим методом на основе повозрастного коэффициента смертности с «поправкой Боярского», который предположительно должен давать нам лучший результат, в связи с тем что он не содержит недостатков методов Граунта и Лапласа, дает его только в 2003 году. В 2004 и 2005 годах лучшие показатели были получены с помощью метода Лапласа, который, по всей видимости, включает в себе предположение о порядке вымирания, более свойственного населению, проживавшему на территории

Ростовской области во время исследования.

Тем не менее графики показателей таблиц смертности, построенные всеми тремя методами, не являются «гладкими», как это должно быть в теории. Значения колебаний показателей являются наибольшими для метода Граунта, немного меньше – для демографического метода и наименьшие – для метода Лапласа. Однако для использования построенных таблиц в актуарных расчетах необходимо проводить сглаживание их показателей.

Проведенный анализ выявил существенное влияние методов построения таблиц смертности на оценку порядка вымирания и, как следствие, тарифы страхования жизни. Выбор метода, адекватного сложившемуся порядку вымирания, позволит региональным страховщикам корректировать тарифы для повышения конкурентоспособности и привлечения большего числа клиентов.

#### **Библиографический список**

1. Таблица численности населения по полу и возрасту на начало 2004-2006. по Ростовской области, Росстат.
2. Таблица умерших по возрасту и полу по Ростовской области за 2003-2005, Росстат.
3. Кудрявцев А.А. Демографические основы страхования жизни: СПб: Институт страхования, 1998. - 237 с.
4. Сахирова Н.П. Страхование: учеб. пособие. - М: ТК Велби, из-во Проспект, 2006. – 744 с.

#### **Bibliographic list**

1. The tables of number of population on the beginning of years 2004, 2005 and 2006.
2. The Rostov region's tables of death for years 2003, 2004 and 2006.

3.Kudravcev A.A. The demografy basis of life insurance: SPb: The university of insurance, 1998. – 237 p.

4.Sahirova N.P. The insurance: textbook.- M. : TK Velby, publishing hous Prospekt, 2006. – 744 p.