
Демографический архив

Л.Е. Дарский, М.С. Тольц

Демографические таблицы

Учебное пособие

Под редакцией М.Б. Денисенко



МОСКВА – 2013

УДК 314(075.8)
ББК 60.7я73
Д20

Редакционная коллегия серии
«Демографический архив»:

*Васин С.А., Данилова И.А., Денисенко М.Б., Калмыкова Н.М.,
Козлов В.А., Эченикэ В.Х.*

Дарский Л.Е., Тольц М.С.

Д20 **Демографические таблицы:** Учебное пособие /Под ред.
Денисенко М.Б. – М.: МАКС Пресс, 2013. – 104 с. (Серия:
Демографический архив)
ISBN 978-5-317-04469-5

Новую серию научных публикаций по демографии – «Демографический архив» – открывает учебное пособие, подготовленное известными отечественными демографами Л. Дарским и М. Тольцем в середине 1980-х гг. и до настоящего момента не изданное. В нем изложены базовые положения, техника расчетов и примеры использования метода демографических таблиц, в том числе таблиц смертности, таблиц рождаемости, таблиц брачности и прекращения брака.

Книга будет полезна всем, кто применяет и изучает методы демографического анализа: научным работникам, статистикам, преподавателям, аспирантам и студентам высших учебных заведений.

УДК 314(075.8)
ББК 60.7я73

ISBN 978-5-317-04469-5

© Денисенко М.Б (предисловие, редакция), 2013
© Дарская-Толчинская С.С., 2013
© Тольц М.С., 2013

Содержание

30 лет спустя (М. Денисенко)	4
Демографические таблицы	12
I. Общее представление.....	12
II. Таблицы смертности	20
III. Таблицы рождаемости.....	38
IV. Таблицы брачности.....	60
V. Таблицы прекращения брака.....	81
Об авторах.....	101
Леонид Дарский	101
Марк Тольц.....	102

30 лет спустя

Книга, которую читатель держит в руках, написана почти 30 лет назад известными отечественными демографами – Леонидом Дарским и его учеником Марком Тольцем¹. В 1985 году они подготовили к печати учебное пособие «Демографические таблицы», которое, однако, не вышло в свет². В итоге и студенты, углубленно изучавшие демографию, и специалисты, работавшие в области народонаселения, надолго остались без надежного помощника, в котором последовательно и системно излагаются базовые положения, техника расчетов и примеры применения собственно демографического метода исследований – метода демографических таблиц. Конечно, по демографическим таблицам имелись опубликованные статьи и главы в книгах, как у самих авторов, так и у других отечественных ученых. Но научные издания никогда не заменят учебную литературу, поскольку они ориентированы на подготовленного читателя. Найти соответствующие зарубежные публикации в советское время было непросто. Редкие публикации по демографическим методам попадали преимущественно в Государственную библиотеку имени В.И. Ленина, но доступ в нее был ограничен даже для лиц с высшим образованием. Отличные для своего времени учебники, прежде всего «Курс демографии» под редакцией А. Боярского (второе издание)³ и «Изучение народонаселения» Ролана Пресса⁴, давали детальное представление о таблицах смертности, и только общее – о других классах демографических таблиц. В 1985 г. на библиотечных полках появился «Демографический энциклопедический словарь», где целый ряд статей по демографическим таблицам был подготовлен Л. Дарским⁵. Но статьи энциклопедии, как известно, при всей информационной насыщенности отлича-

¹ Биографические сведения авторов приведены в конце книги.

² В основу этого пособия легли лекции, прочитанные на курсах ООН по народонаселению в МГУ имени М.В. Ломоносова для иностранцев. В 1986 г. эти лекции были размножены для студентов в формате машинописного текста в переводе на английский язык.

³ Курс демографии. Под ред. проф. А.Я. Боярского. Издание второе, переработанное и дополненное. М.: Статистика, 1974.

⁴ Пресса Р. Народонаселение и его изучение. М.: Статистика, 1966.

⁵ Демографический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия. 1985. Статьи Л.Е. Дарского: «Демографические таблицы», «Таблицы брачности», «Таблицы рождаемости», «Таблицы разводимости», «Таблицы овдовения».

ются краткостью. Именно в книге «Демографические таблицы» содержание этих статей было развернуто в полной мере.

Говоря о книге по методам исследований, написанной три десятилетия назад, естественно задать вопрос о том, насколько ее содержание не утратило свою актуальность. Как известно, наука не стоит на месте. Здесь следует заметить, что в демографии с конца 1960-х до середины 1980-х гг. происходили интенсивные изменения в теориях, методах сбора и анализа данных. Сильный импульс развитию демографической науки придали шедшие рука об руку процессы стремительного внедрения в практику вычислительной техники и расширения статистической базы. Демографические методы стали проникать в другие отрасли знаний (экономические науки, социологию, биологию, эпидемиологию и социальную гигиену, технические дисциплины), а результаты демографического анализа и прогноза стали чаще использоваться в планировании деятельности государственных и частных организаций⁶. Теория и практика построения демографических таблиц развивались по пути усложнения моделируемого объекта. В исторически первых и наиболее популярных демографических таблицах – таблицах смертности – моделируется процесс выбытия из когорты людей под влиянием одного фактора – смертности. Таблицы множественного выбытия представляют демографическую модель, которая отражает сокращение численности совокупности под действием нескольких процессов. В самом простом варианте эти процессы и образующие их последовательности неповторных событий независимы друг от друга. Наиболее известными примерами таких таблиц являются таблицы смертности по причинам смерти. Для описания выбытий из совокупности в результате сложного взаимодействия нескольких процессов, например, в случае, когда выбывающие из когорты в результате одного процесса формируют когорту, подверженную другому процессу, строятся комбинированные специальные таблицы, представляющие собой связанный набор таблиц множественного выбытия. В 1970–1980-х гг. быстро прогрессировала методология построения мультистатусных (многомерных) демографических таблиц. Последние представляют собой комплексы таблиц, в которых описываются взаимодействия нескольких групп населения, принадлежащих

⁶ Таким образом, сформировалась новая отрасль демографических исследований – «Прикладная демография».

к одной или нескольким когортам и разделенных по социально-демографическому статусу (например, состоящие в браке и не состоящие в браке, больные и здоровые, занятые и незанятые). При этом в мультистатусных таблицах, в отличие от вышеупомянутых типов таблиц, лица, выбывшие из одного состояния, могут спустя определенное время вернуться в него⁷.

Книга Л. Дарского и М. Тольца наглядно показывает, насколько высоким был уровень отечественной демографической науки в середине 1980-х гг. Авторы были хорошо осведомлены в том, посредством каких методов в мире изучались демографические проблемы. Обратимся к библиографическому списку работы. В нем упомянуты практически все основные, последние для того времени труды, в которых содержалась детальная информация о тех или иных демографических таблицах. Эти работы не потеряли своей научной значимости до сих пор, практически сразу став классикой демографии. Так, двухтомник под редакцией Г. Шройка и Я. Зигеля остается «библией» демографов всего мира⁸. С именем Ч. Чанга связывают современные методы построения таблиц смертности⁹. Книга С. Престона, Н. Кей-фица и Р. Схоена остается одной из самых авторитетных публикаций о таблицах смертности по причинам. Типовые таблицы смертности, построенные Э. Коулом и П. Демени, существенно расширяли возможности исследователей для получения демографических оценок в условиях неполных данных¹⁰. В книге А. Роджерса в окончательном виде представлена методология построения многорегиональных демографических таблиц. Дж. Хоем в своей работе одним из первых

⁷ Подробнее, см.: Эченикэ В.Х. Таблицы мультистатусные. Народонаселение. Энциклопедический словарь. М.: Большая российская энциклопедия, 1994.

⁸ Первое издание «The methods and materials of demography» появилось в 1971 г. (The methods and materials of demography by Henry S. Shryock, Jacob S. Siegel, and associates. U.S. Bureau of Census. Washington D.C., 1971 Vol. 1 and Vol. 2) Затем книга неоднократно переиздавалась в разных модификациях. Последний раз – в 2004 году под редакцией Я.Зигеля и Д.Свансона (Siegel J.S. and Swanson D.A. (eds.). *The methods and materials of demography*, 2nd edition. San Diego: Elsevier, Academic Press, 2004).

⁹ Следует также отметить первую монографию Ч. Чанга, вышедшую в 1968 г.: Chiang C.L. *An introduction to stochastic processes in Biostatistics*. New York: Wiley, 1968.

¹⁰ Э. Коул и П. Демени построили 4 семейства типовых (модельных) таблиц на основе данных для развитых стран (Coale, A. and Demeny, P. *Regional model life tables and stable populations*. Princeton: Princeton University Press, 1966). В 1982 г. эксперты ООН добавили еще 5 семейств для развивающихся стран. В 1989 г. таблицы Коула и Демени были скорректированы с учетом новейших тенденций в смертности.

применил мультистатусный подход к изучению брачности и рождаемости. Учебник Д. Боуга был в те годы одним из самых популярных учебников по демографии, а по учебнику Г. Вунша и М. Термота студенты изучают методы демографического анализа и в наше время.

Если бы книга Л. Дарского и М. Тольца увидела свет три десятилетия назад, то, несомненно, она стала бы классическим учебным пособием для русскоязычных и, возможно, для некоторых зарубежных демографов. Следует заметить, что логика изложения материала у Дарского и Тольца отличается от той, которой придерживались авторы известных зарубежных изданий, обобщая метод демографических таблиц. Речь в данном случае идет о книгах и статьях Н. Кейфитца¹¹, Р. Схоена¹², Ф. Виликенса¹³, А. Роджерса¹⁴, учебнике С. Престона с соавторами¹⁵ и др. Зарубежные авторы в своем изложении следовали логике формального усложнения моделей выбытия: таблицы единственного выбытия – таблицы множественного выбытия – мультистатусные таблицы. Структура пособия Л. Дарского и М. Тольца выстроена по демографическим процессам: друг за другом расположены главы по таблицам смертности, рождаемости, брачности и прекращению брака. Соответственно, в каждой главе рассматриваются возможности применения для изучения интенсивности того или иного процесса в зависимости от времени (возраста) табличных моделей разного уровня – от самых простых до комплекса таблиц.

Авторы учебного пособия успешно решают две сложные задачи: научить читателя понимать и применять метод демографических таблиц. Несомненно, эту книгу с лучшими учебными пособиями по методам демографического анализа в мире объединяет то, что природа всех уравнений объясняется читателю, интересующемуся данной тематикой, на доступном уровне. Для этого используются мате-

¹¹ Keyfitz N. Applied Mathematical Demography. Книга выдержала три издания: в 1977, 1985 и 2005 гг. – в таких известных издательствах, как Wiley и Springer.

¹² Schoen R. Modeling Multigroup Population. Plenum Press, New York. 1988.

¹³ Rogers A. Multiregional Mathematical Demography: Principles, Methods, and Extensions. Wiley, New York, 1995.

¹⁴ Willekens F.J. et al. Multistate analysis of marital status life tables: theory and application, Population Studies, 1982, 36(1): 129–144.

¹⁵ Preston S.H., Heuveline P., and Guillot M. Demography: Measuring and Modeling Population Processes. Oxford: Blackwell Publishers. 2001.

матические выражения демографических закономерностей в непрерывном виде. Благодаря этому современный российский студент – будущий демограф – наконец-то сможет понять теоретическую ценность таких категорий, как сила смертности или формула Паевского. Переходя к дискретным представлениям уравнений, авторы фактически задают алгоритмы построения демографических таблиц. При этом Л. Дарский и М. Тольц обращают внимание читателя на первую стадию работы по построению таблиц – анализ качества исходной информации и, в случае необходимости, устранение ее искажений с помощью специальных методов.

Конечно, за то время, пока рукопись книги «Демографические таблицы» лежала в архивах авторов, наука не стояла на месте¹⁶. В наибольшей степени изменения коснулись методов построения таблиц смертности для условных поколений. В настоящее время в учебной литературе в качестве основного подхода к построению таблиц смертности, в том числе и по причинам смерти, называется метод Чанга. Переход от повозрастных табличных коэффициентов смертности, равных наблюдаемым в исследуемом населении, к вероятностям умереть осуществляется с помощью параметра ${}_n a_x$ – среднего числа лет, прожитых в возрастном интервале умершим в этом интервале. Три десятилетия назад этот параметр-конструктор, который практически не используется в аналитических целях, отсутствовал в перечне функций таблиц смертности. Сегодня иначе определяются возможности применения формулы Гомперца-Мейкема. Ее рекомендуют использовать для экстраполяции и выравнивания не на всем возрастном интервале от 30–40 лет и старше, а примерно до 80 лет. Установлено,

¹⁶ Вместе с тем, иногда в кое-чем важном в мировой практике методы демографических таблиц не получили дальнейшего развития. Так, в упомянутом последнем издании «The methods and materials of demography» (2004) опущено описание таблиц брачности, а читателю предлагается лишь воспользоваться более ранним изданием этого руководства. Напротив, Л. Дарский и М. Тольц много внимания уделяли в своих исследованиях таблицам брачности, и только в публикуемой их книге можно впервые познакомиться с подробным описанием некоторых предложенных ими оригинальных методов построения этих таблиц. С разработанной ими аналитической системой показателей брачности, в которую показатели таблиц брачности вошли как ее составная часть, можно познакомиться в: Тольц М.С. Система демографических показателей брачности // Методические программы и методики исследования брака и семьи / Под ред. М.С. Мацковского, Т.А. Гурко. М.: Институт социологических исследований АН СССР, 1986. С. 4–15.

что в самых старших возрастах интенсивность смертности увеличивается медленнее, чем предсказывает эта функция¹⁷.

Очевидно, что с момента написания книги заметно шагнула вперед теория и практика использования мультистатусных (многомерных) демографических моделей. Но в начале 1980-х гг. мультистатусная демография еще получала признание в научном мире, а ее прикладные возможности только определялись. Вероятно, по этой причине это направление демографических таблиц представлено в книге в самом общем виде. Вместе с тем отметим, что Л. Дарский и М. Тольц понимали и предвидели развитие метода демографических таблиц в «мультистатусном» направлении. В книге представлена общая методика оценки продолжительности предстоящей жизни в некотором состоянии (статусе). Так, в каждом возрасте x какая-то часть лиц находится в соответствующем i -м состоянии. Их доли K_x^i можно получить по данным, например, переписей или выборочных обследований. На основе этих коэффициентов и чисел живущих из таблиц смертности ${}_nL_x$ можно оценить продолжительность экономически активной жизни или ожидаемую продолжительность здоровой жизни. С конца 1990-х гг. последний показатель активно используется в анализе и принятии политических решений в области охраны здоровья населения в развитых странах. С недавнего времени большой интерес к нему проявляется и в России.

Несомненно, особое место в книге отведено разделам, посвященным таблицам рождаемости, брачности и прекращения браков. В этих областях демографии работы Л. Дарского, М. Тольца, а также их ближайшего коллеги – известного ученого А.Г. Волкова¹⁸, вне всяких сомнений, остаются в числе главных достижений отечественной науки о народонаселении. Результаты исследований этих ученых, как правило, отличались новизной используемых методов и оригинальной постановкой научных проблем, были основаны на богатом фактическом материале. Ко многому, что они сделали, применимо выражение «построено впервые». Так, Л. Дарский в 1968 г.

¹⁷ См., например, Horiuchi S., Coale A. Age patterns of mortality for older women: an analysis using the age-specific rate of mortality change with age // *Mathematical Population Studies*, 1990, 2(4): 245–267.

¹⁸ См. например, Волков А.Г. Семья – объект демографии. М.: Мысль, 1986.

рассчитал чистые и комбинированные специальные таблицы брачности для населения СССР, построенные по данным выборочного обследования для женщин 1949–1959 гг. До сих пор имеет большое теоретическое значение его монография «Формирование семьи», вышедшая в свет в 1972 г.¹⁹ М. Тольц построил первую в стране общую краткую таблицу брачности, а в 1976 г. – первую специальную дифференцированную таблицу брачности²⁰. Л. Дарский вместе с И. Ильной²¹ стали авторами последней в России научной публикации по брачности, в которой использовался метод демографических таблиц²². Для изучения динамики процесса брачности на основе данных микропереписей населения 1985 и 1994 гг. они рассчитали показатели таблиц брачности мужчин и женщин по национальности, уровню образования и типу поселений.

В ноябре 1997 года был принят Федеральный закон «Об актах гражданского состояния» (№ 143-ФЗ, от 15.XI.1997 г.), который негативно сказался на качестве демографических исследований в стране. С его принятием из содержания записей актов гражданского состояния был исключен целый ряд сведений, в частности: из акта о рождении – которым по счету ребенок родился у матери; из акта о заключении брака – брачный статус вступающего в брак (в браке не состоял, вдов, разведен); из акта о расторжении брака – в каком по счету состоял браке (первом, втором и пр.). Данные по возрасту вступающих в брак можно было разрабатывать только по укрупненным возрастным группам (до 18 лет, 18–24 года, 25–34 года, 35 лет и более). Таким образом, из статистического наблюдения исключалась информация, которая

¹⁹ Дарский Л. Формирование семьи. М.: Статистика, 1972.

²⁰ Тольц М.С. Измерение брачности и формирование семьи // Демографическое поведение семей / Всесоюзный симпозиум по демографическим проблемам семьи. Ереван, 1975. С. 145–154; Тольц М.С. Методика построения таблиц брачности холостяков // Демографическая ситуация в СССР / Под ред. А.Я. Кваши, Р.С. Ротовой. М.: Статистика, 1976. С. 107–115.

²¹ Ирина Петровна Ильина – известный специалист в области статистики населения, коллега Л. Дарского по работе в Отделении демографии НИИ статистики Госкомстата России. Назовем некоторые ее работы: Ильина И.П. Дифференциация брачности в нескольких поколениях женщин СССР // Демографическая ситуация в СССР. М.: Статистика, 1976: 70–80; Ильина И.П. Возраст вступления в первый брак в СССР. Динамика и дифференциация // Воспроизводство населения и развитие семьи. М., 1992: 5–19.

²² Дарский Л.Е., Ильина И.П. Брачность в России. Анализ таблиц брачности. М.: Информатика, 2000.

должна быть основой успешного демографического анализа и прогноза рождаемости и брачности. Построение таблиц рождаемости, брачности и прекращения браков стало невозможным. Ныне ошибочные положения Федерального закона 1997 года, пусть и с запозданием, преодолеваются. Восстанавливается сбор данных, которые позволяют применить метод таблиц для углубленного анализа всех демографических процессов. В свою очередь учебное пособие Леонида Дарского и Марка Тольца, несомненно, поможет подготовить новых высокопрофессиональных специалистов, которых так недостает в нашей стране, и которые в полной мере будут использовать метод демографических таблиц в изучении проблем народонаселения России.

В книге полностью сохранены авторские стиль изложения и система обозначения переменных.

М. Денисенко

Институт демографии НИУ ВШЭ

ДЕМОГРАФИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

I. Общее представление

Демографическая таблица – это система количественных показателей, характеризующих течение одного или нескольких демографических процессов в когорте. Таблица может характеризовать процесс как в реальной, так и в гипотетической когорте.

Все показатели таблицы рассчитаны для единой шкалы таблицы. Шкалой таблицы служит продолжительность с момента формирования когорты – например, возраст (продолжительность времени с момента рождения), длительность брака (продолжительность времени с момента заключения брака) и т.п. Время на шкале таблицы измеряется в годах, месяцах или днях. В зависимости от шага шкалы таблицы делятся на полные – с шагом в один год, краткие – с шагом в несколько лет (обычно 5 или 10 лет) и подробные – с шагом меньше года. Полные и краткие таблицы могут строиться для любого процесса, подробные строятся обычно только для детской смертности и для рождения следующего ребенка, при изучении других процессов подробная шкала не применяется. Шкала таблицы помещается в самой левой колонке (графе) таблицы, и если таблица содержит много показателей, то для удобства шкала помещается в последней колонке справа. Шкала начинается с 0, и нулевой момент шкалы соответствует моменту формирования когорты – моменту рождения при шкале по возрасту, моменту вступления в брак при шкале продолжительности брака и т.п.

Каждый показатель рассчитывается для каждого шага шкалы и размещается в специальной колонке (графе) таблицы. Хотя показатели задаются только таблично, но теоретически их обычно рассматривают как функции шкалы, не имеющие аналитического выражения (демометрические функции). Соотношения же между показателями выводятся аналитически в предположении, что все демометрические функции непрерывны и дифференцируемы. Такое предположение не вступает в противоречие с действительностью, хотя численность населения и число событий – величины дискретные.

Все показатели вычисляются в едином масштабе, который называется корнем таблицы. Обычно за корень таблицы принимается

какое-либо круглое число – чаще всего 10000 или 100000. Корню таблицы приравняется первоначальная численность когорты, он же определяет и число значащих знаков в показателях, вычисляемых в расчете на 1. Обычно предполагается, что корень таблицы соответствует масштабу точности таблицы, т.е. если корень равен 10000, то точность основных показателей не ниже $1/10000$, однако на практике точность часто бывает меньше.

Существуют два основных типа демографических таблиц – общие и специальные, которые различаются как набором показателей, так и их интерпретацией. Тип таблицы зависит от того, как рассматривается единичное демографическое событие описываемого процесса: как повторяемое или неповторимое в жизни человека. Принципиально неповторимым событием в жизни каждого человека является только смерть, другие демографические события (брак, рождение, развод) повторимы, если не различать их очередность, и неповторимы, если раздельно рассматривать первый брак, второй брак и т.п. Если единичные события рассматриваются как повторимые, то строятся общие таблицы, если события рассматриваются как неповторимые, то специальные.

Набор показателей в демографической таблице может быть больше или меньше, но есть устоявшаяся традиция вычисления набора основных показателей для каждого типа таблиц. Все показатели в таблице взаимосвязаны между собой определенными соотношениями. Эти соотношения имеют две формы – теоретическую или аналитическую, в которой могут присутствовать действия, выполнимые с величинами, заданными в числовой (табличной) форме лишь с определенной степенью точности (интегрирование, логарифмирование и т.п.), и практическую форму, в которой все аналитические соотношения упрощены так, что могут непосредственно применяться для вычисления. Теоретически точны только аналитические соотношения показателей, точность практических соотношений зависит от принятых допущений, возможностей вычислительной техники и требуемой точности результата, которая обычно не превосходит обратной величины корня таблицы.

Все показатели могут быть получены с помощью этих соотношений из одного любого, но обычно один показатель служит исходным, из которого в определенном порядке получают остальные. Исходным выбирается тот показатель, который простейший путем и с наименьшими допущениями может быть получен из данных стати-

стики, и из которого с наибольшей точностью могут быть получены остальные. Получение всех показателей из исходного называется разверткой таблицы.

Исходный показатель, полученный непосредственно из статистических данных, может содержать погрешности, связанные с качеством и особенностями статистического материала, и поэтому до развертки таблицы он анализируется как самостоятельная демометрическая функция, и если выявляется, что он содержит нерегулярности, не связанные с особенностями изучаемого процесса, он подвергается выравниванию. Гладкость (плавность) считается общим свойством всех демометрических функций, это означает, что демометрическая функция не имеет резких изменений при малых изменениях аргумента. Это свойство не имеет теоретического обоснования и носит чисто эвристический характер, нет также ни универсальных или общепринятых критериев гладкости, ни строгого математического определения этого свойства. Априорное предположение плавности в отношении каждой демометрической функции и наличие искажений и ошибок разного рода в исходной статистической информации служит теоретической основой для применения различных приемов выравнивания. Все приемы выравнивания основаны на опыте и эмпирических закономерностях, и поэтому выбор метода требует глубокого качественного анализа материала во избежание искажения и утраты информации.

Иногда особенности материала вынуждают нарушить этот порядок и выравнивать не исходный показатель, а какой-либо из производных, в этом случае выравненный показатель рассматривается как исходный, и вся таблица разворачивается вновь. Никакое независимое выравнивание показателей таблицы недопустимо, т.к. это нарушает их соотношение.

Все показатели демографических таблиц делятся на интервальные, характеризующие процесс в каждом интервале шкалы, и кумулятивные, характеризующие процесс за весь период жизни когорты до данного значения шкалы или после данного значения шкалы. Наиболее универсальным показателем, вычисляемым практически во всех таблицах, служит табличный коэффициент (табличный коэффициент смертности, брачности, рождаемости и т.п.). Он может быть общим, т.е. показывать среднее число событий за данный период времени в единичном интервале жизни когорты, или диффе-

ренцированным, т.е. показывать среднюю частоту событий данного вида, например, смертей от данной причины, браков с партнерами данного возраста, рождения данной очередности и т.п. Если коэффициенты дифференцированы, то приводится полный набор, учитывающий все возможные виды событий. В зависимости от того, рассматривается событие дифференцированно или нет, таблица называется простой или дифференцированной. В кратких демографических таблицах табличный коэффициент может быть представлен в двух видах – в расчете за год и в расчете за интервал шкалы таблицы, скажем, на пять лет. Например, в общей краткой таблице рождаемости табличный коэффициент рождаемости может показывать среднее число рождений за год у женщин в данном интервале возраста и среднее число рождений за пять лет у женщин в данном пятилетнем интервале возраста. Обычно в таких случаях приводят оба значения коэффициента.

В общих таблицах коэффициент – это основной показатель, он вычисляется по отношению ко всей численности когорты, которая не меняется от шага к шагу и остается равной корню таблицы. Кроме интервальных коэффициентов, общие таблицы содержат кумулятивные коэффициенты, которые показывают среднее число событий, происшедших в когорте до данного момента шкалы или после него. Например, среднее число браков до данного возраста или среднее число рождений после данной длительности брака.

Специальные таблицы представляют собой более глубокую и сложную систему показателей. Кроме интервальных коэффициентов (кумулятивные коэффициенты вычисляются редко), в них важное место принадлежит вероятности наступления события в данном интервале шкалы. Если событие рассматривается как неповторимое, то каждый человек, с которым оно произошло, тем самым теряет шанс, что оно с ним произойдет в будущем. Поэтому по мере того, как события происходят, численность тех членов когорты, с кем оно может произойти, уменьшается. Эта особенность специальных таблиц так важна, что их часто называют таблицами выбытия. Вероятность наступления события показывает, какая доля численности когорты, имеющая шанс наступления события в начале интервала шкалы, выбудет к концу интервала. Например, в таблице смертности вероятность умереть показывает, какая доля из доживших до данного возраста не доживет до следующего. В кратких таблицах вероятности исчисляют-

ся в расчете за один год, т.е. показывают среднюю вероятность наступления события в течение года на данном интервале шкалы.

Вероятности, как и коэффициенты, могут быть простые и дифференцированные. Кроме вероятности наступления события в таблице часто приводится ее дополнение до единицы, т.е. вероятность не выйти из состава когорты. Вероятности чаще всего вычисляются не в масштабе корня таблицы, а в расчете на единицу, как это принято в теории вероятностей, хотя вероятность наступления демографического события не идентична тому понятию вероятности, которое принято в теории вероятностей.

Вероятность и табличный коэффициент связаны между собой следующими соотношениями: в каждом интервале от «а» до «а + 1» коэффициент «К» и вероятность «р» равны следующим выражениям:

$$p_{a/a+1} = 1 - e^{-\int_a^{a+1} \mu(x) dx},$$

$$K_{a/a+1} = \frac{\int_a^{a+1} e^{-\int_a^y \mu(x) dx} \cdot \mu(y) dy}{\int_a^{a+1} e^{-\int_a^y \mu(x) dx} dy}.$$

Как видно, связь эта не прямая, а косвенная: в оба соотношения входит некая величина $\mu(x)$. Эта величина, называемая силой процесса, сама не вычисляется, но она имеет важное значение в математической демографии и занимает центральное место в теории демографических таблиц, т.к. связывает между собой отдельные показатели и помогает их интерпретации.

Важным показателем демографических таблиц служит также вероятность остаться в составе когорты на протяжении всего отрезка времени от момента формирования когорты до данного момента шкалы, она часто трактуется просто как число лиц, оставшихся в прежнем состоянии до данного момента времени (число живущих в таблице смертности, число состоящих в браке в таблице прочности брака и т.п.). Иногда вычисляют также дополнение этой вероятности, т.е. вероятность выбыть из когорты к данному моменту шкалы (вероятность вступить в брак к данному возрасту, вероятность родить первенца к данной длительности брака и т.п.). Эти ку-

кумулятивные вероятности связаны с интервальными обычными правилами умножения вероятностей, что дает возможности вычисления множества разнообразных аналитических показателей, особенно если имеются таблицы для разных процессов. В число основных показателей входит также вероятность выбытия из когорты в данном интервале шкалы, рассчитанная по отношению ко всей исходной совокупности. Ряд этих вероятностей дает представление о том, как события распределяются по шкале выбытия из когорты под влиянием рассматриваемого процесса, их сумма показывает, какую часть когорты затрагивает данный процесс на протяжении всего периода, охваченного шкалой, средняя из градаций шкалы, взвешенная этими вероятностями, показывает среднюю длительность при наступлении события (среднюю длительность жизни, средний возраст вступления в брак и т.п.). Вероятность выбытия из состава когорты в данном интервале шкалы часто трактуется просто как число лиц, с которыми произошли события в данном интервале шкалы из общей исходной численности когорты, равной корню таблицы. Они также могут быть дифференцированы по виду события и в этом случае позволяют получить более углубленную характеристику процесса, в частности среднюю длительность времени от момента формирования когорты до наступления события данного вида (например, рождение данного порядка, смерть от данной причины и т.п.).

Особое место из-за своей высокой информативности и популярности занимают в таблице показатели средней продолжительности времени от данного момента шкалы до наступления события (средняя продолжительность предстоящей жизни, средний табличный возраст вступления в брак и т.п.). Они трактуются как средние значения показателя шкалы, взвешенные соответствующими вероятностными показателями, хотя практически часто получается иным образом.

Кроме вероятностных показателей в специальных таблицах имеется также показатель числа человеко-лет, прожитых в данном интервале шкалы теми лицами, с которыми не произошло рассматриваемого события, который часто трактуется как средняя численность таких лиц в данном интервале шкалы. Этот показатель и его кумулятивные аналоги в самой таблице имеют подчиненное значение как этап расчета других аналитических показателей, но он получает более глубокую интерпретацию в модели стационарного населения как численность модельного населения в данном интервале, он служит также исходным при перспективных и других расчетах численности

населения методом передвижки по возрастам. Связь этого показателя с другими определяется аналитическим выражением:

$$L_{a/a+1} = \int_a^{a+1} e^{-\int_0^y \mu(x) dx} dy,$$

из которого видно его соотношение с коэффициентами и вероятностями.

Специальные таблицы могут описывать одновременное действие одного или нескольких демографических процессов (смертность и миграция, смертность холостых и брачность и т.п.). Одновременное описание в одной таблице нескольких процессов применяется тогда, когда их действие взаимосвязано, и разные типы событий приводят к уменьшению каждой совокупности когорты. Обычно комбинируется основной описываемый процесс с другим, приводящим к выбытию лиц из под действия основного процесса. Например, строятся комбинированные таблицы брачности холостых и смертности, разводимости, овдовения и т.п. В отличие от комбинированной таблицы, в которой описан только один процесс, называется чистой. Обычно чистой называют только те таблицы, где влияние какого-либо другого процесса элиминировано, и эта таблица построена на основе комбинированной таблицы. В комбинированной таблице имеются показатели, характеризующие совместное действие процессов, и показатели, описывающие действие каждого из них в отдельности. Причем совместное воздействие процессов описывается на каждом интервале как суммарное действие учтенных процессов, и вероятность выбыть из совокупности вообще принимается равной сумме вероятностей выхода под воздействием каждого из процессов. Например, вероятность прекращения брака в комбинированной таблице прочности браков равна сумме вероятностей смерти мужа, смерти жены и вероятности развода.

Из комбинированной таблицы строится чистая, показатели которой описывают один из процессов в том виде, в котором он происходил бы в когорте, если бы другие учтенные в комбинированной таблице процессы отсутствовали. Для того чтобы получить показатели чистой таблицы, предполагают, что процессы независимы и их действие аддитивно. Исходя из этого показатели силы процессов складываются. Соотношение вероятности в чистой таблице \tilde{p}_a^i (независимой вероятно-

сти) и вероятностей в комбинированной таблице p_a^i (зависимой вероятности), полученное с учетом этого предположения:

$$\tilde{p}_a^i = 1 - (1 - \sum_i p_a^i) \frac{\int_a^{a+1} \mu^i(x) dx}{\sum_i \int_a^{a+1} \mu^i(x) dx}.$$

Обычно комбинированная таблица и соответствующие чистые располагаются рядом для удобства использования, т.к. их сопоставление – один из приемов анализа.

Для всестороннего анализа демографических процессов строятся комплексы демографических таблиц, связанных тем, что выбывающие из когорты вследствие одного процесса одновременно формируют когорту, подверженную другому процессу. Например, комплекс таблицы брачности и прочности брака, где прослеживается процесс вступления в брак и распадение этих браков; при этом сочетаются две шкалы – возраст и продолжительность брака; аналогичную структуру имеет комплекс таблицы заболеваемости и таблицы смертности.

Другой тип комплекса таблиц получается, когда соединяются в единую систему таблицы, описывающие последовательные или параллельные процессы с однотипными шкалами, в которых лица, выбывшие из одной когорты, не формируют новую, а пополняют когорту, описываемую другой таблицей. В этом комплексе таблицы сливаются в органическом единстве и образуют неразрывную систему, описывающую комплекс взаимосвязанных процессов. Например, рождение детей разных очередностей (таблицы рождаемости по очередности рождения, таблицы смертности и миграции нескольких субнаселений и т.п.).

Развитие теории и практики построения демографических таблиц идет по пути усложнения таких комплексов и синтетического описания различных демографических процессов. Широкое использование ЭВМ и расширение информативной базы привело к широкому использованию демографических таблиц для анализа. Из демографии теория демографических таблиц и их аналитические возможности стали проникать в социальную гигиену, социологию, биологию и даже экономические и технические дисциплины, изучающие массовые процессы.

II. Таблицы смертности

Таблица смертности – система показателей, характеризующих процесс смертности в реальной или гипотетической когорте (поколении). Такая таблица строится по шкале возраста, обозначаемого x , и с точки зрения шкалы может быть полной (интервал 1 год), краткой (интервал – 5 или 10 лет) и подробной (интервал короче года, применяемый обычно только для детских возрастов). В полной таблице смертности шкала при публикации дается обычно от 0 до 100 лет, в краткой – от 0 до 85 лет.

По виду таблица смертности может быть только специальной, т.к. смерть – неповторимое событие в жизни человека, ее наступление возможно в любом возрасте, и каждая совокупность людей, существующая во времени, уменьшается из-за смертей. Смерть – единственное универсальное событие в жизни, т.е. это событие происходит обязательно с каждым, и вследствие этого численность любой исходной совокупности, постепенно уменьшаясь под влиянием смертности, приближается к нулю.

Таблица смертности может быть простой, т.е. такой, в которой все смерти учитываются вместе, или дифференцированной, где отдельно учитываются смерти разного типа. Обычно таблица смертности бывает дифференцирована только по причинам смерти или по группам причин, но можно представить себе и другие дифференцирующие признаки. Смертность может учитываться совместно с каким-либо другим демографическим процессом (миграцией, брачностью, рождаемостью), и в этом случае строится комбинированная таблица.

Первым показателем таблицы смертности (см. табл. I) является вероятность для новорожденного дожить до точного возраста x , обозначаемая l_x . Эта величина часто называется числом доживших.

Вторым показателем обычно помещается вероятность дожить до точного возраста $x + k$ для тех, кто дожил до возраста x , где k – интервал возраста (шаг шкалы). Этот показатель обозначается p_x и связан с предыдущим следующим соотношением:

$$l_{x+k} = l_x \cdot p_x.$$

Таким образом, вероятность дожить до любого возраста «b» для тех, кто дожил до какого-либо предыдущего возраста «a», равна:

$$p_{a/b} = p_a \cdot p_{a+k} \cdot p_{a+2k} \cdots p_{b-k} = l_b \div l_a.$$

Рядом с вероятностью дожития p_x обычно помещается ее дополнение до единицы – вероятность умереть в интервале между точным возрастом x и возрастом $x+k$ для доживших до возраста x . Этот показатель обозначается q_x и может быть выражен следующим образом:

$$q_x = 1 - p_x$$

или иначе

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x}.$$

Четвертым основным показателем таблицы смертности является вероятность для новорожденного умереть в интервале возраста от x до $x+k$, обозначаемая d_x . Эта вероятность, которая часто называется просто числом умерших, равна произведению вероятности для новорожденного дожить до возраста x на вероятность для дожившего умереть в интервале от x до $x+k$, т.е:

$$d_x = l_x \cdot q_x.$$

Откуда, учитывая предыдущее, следуют соотношения:

$$d_x = l_x (1 - p_x) = l_x - l_{x+k},$$

$$l_x = l_0 - \sum_0^{x-k} d_x.$$

Между величинами l_x и d_x действуют соотношения:

$$l_x = \sum_x^{\omega-k} d_x,$$

$$\sum_0^{\omega-k} d_x = l_0.$$

При $x \rightarrow \infty$ l_x стремится к 0, расчеты обычно заканчиваются некоторым возрастом, в котором показатель l_x уже близок к 0. Этот

возраст обычно обозначают ω . Как правило, в полных таблицах заканчивают расчет в 110–115 лет, а в кратких несколько раньше.

При работе с таблицами смертности полезны и некоторые другие соотношения между основными показателями:

$$l_x = l_0 \prod_{x=0}^{x-k} (1 - q_x),$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_0 - \sum_{x=0}^{x-k} d_x}.$$

Четыре представленные вероятностные характеристики полностью описывают смертность в некотором поколении. Если в населении смертность неизменна во времени, и все следующие друг за другом поколения характеризуются одинаковыми вероятностями смерти и дожития, то при постоянстве числа родившихся данное население будет иметь неизменную численность и возрастную структуру. Такое население называется стационарным.

Таблица 1

Краткая таблица смертности (Франция, 1964 г., мужчины)

Возраст	Число доживших	Вероятность дожить от возраста x до возраста $x+5$	Вероятность умереть в интервале $x/x+5$ для доживших до возраста	Число умерших	Численность стационарного населения	Средняя продолжительность предстоящей жизни	Табличный коэффициент смертности
x	l_x	$p_{x/x+5}$	$q_{x/x+5}$	$d_{x/x+5}$	$L_{x/x+5}$	e_x	m_x
0	100000	0,97397	0,02603	2603	488252	68,52	0,00533
5	97397	0,99773	0,00227	221	486433	65,34	0,00045
10	97176	0,99784	0,00216	210	485405	60,48	0,00043
15	96966	0,99524	0,00476	462	483780	55,61	0,00095
20	96504	0,99260	0,00740	714	480803	50,86	0,00148
25	95790	0,99176	0,00824	789	477018	46,22	0,00165

Продолжение таблицы 1

Воз- раст	Число дожив- ших	Вероят- ность дожить от воз- раста x до воз- раста $x+5$	Вероят- ность умереть в интер- вале $x/x+5$ для до- живших до воз- раста	Число умер- ших	Числен- ность стацио- нарного населе- ния	Средняя продолжи- тельность предстоящей жизни	Таблич- ный коэф- фициент смерт- ности
x	l_x	$p_{x/x+5}$	$q_{x/x+5}$	$d_{x/x+5}$	$L_{x/x+5}$	e_x	m_x
30	95001	0,99043	0,00957	909	472843	41,58	0,00192
35	94092	0,98596	0,01404	1321	467359	36,96	0,00283
40	92771	0,97978	0,02022	1876	459480	32,44	0,00408
45	90895	0,96881	0,03119	2835	447896	28,06	0,00633
50	88060	0,95100	0,04900	4315	430280	23,88	0,01003
55	83745	0,92218	0,07782	6517	403428	19,97	0,01615
60	77228	0,88227	0,11773	9092	364449	16,43	0,02495
65	68136	0,83118	0,16882	11503	312899	13,27	0,03676
70	56633	0,75673	0,24327	13777	249455	10,45	0,05523
75	42856	0,64950	0,35050	15021	176786	7,99	0,08497
80	27835	0,49499	0,50501	14057	102942	5,94	0,13655
85 и стар- ше	13778	0,00000	1,00000	13778	62532	4,54	0,22034

Расчет по: Preston S.H, Keyfitz N., Schoen R. Causes of death. N.-Y., 1972, р. 304–305.

В стационарном населении вероятности, характеризующие смертность, получают иную интерпретацию. Так, если ежегодные числа родившихся равны l_0 , числа доживающих в каждом поколении до возраста x равны l_x , а числа ежегодно умирающих в возрасте $x/x+k$ равны d_x . Таким образом d_x – это распределение ежегодного числа умерших по возрасту в стационарном населении. Для

этого распределения можно получить различные обобщающие характеристики, из которых в таблицу смертности обычно помещают только средний возраст смерти для лиц, доживших до возраста x , или среднюю продолжительность предстоящей жизни для возраста x . Средняя продолжительность предстоящей жизни e_x равна:

$$e_x = \frac{\sum_x^{\omega-k} d_x \cdot (x + \frac{k}{2})}{\sum_x^{\omega-k} d_x},$$

если для вычисления средней принимать значения середины интервала. Принимая во внимание, что $l_x = \sum_x^{\omega-k} d_x$, получаем:

$$e_x = \frac{\sum_x^{\omega-k} d_x \cdot (x + \frac{k}{2})}{l_x}.$$

Средняя продолжительность предстоящей жизни для новорожденного e_0 – наиболее популярная характеристика смертности.

Численность населения в возрастной группе $x / x + k$ в стационарном населении равна:

$$L_{x/x+k} = \int_x^{x+k} l(x) dx,$$

где $l(x)$ – численность лиц в точном возрасте x в стационарном населении, или численность доживающих до точного возраста x как функция возраста. При расчетах интегрирование заменяется суммированием, и в первом приближении получаем:

$$L_{x/x+k} \approx \frac{l_x + l_{x+k}}{2}.$$

При расчетах этим приближением можно достаточно успешно пользоваться для одногодичных интервалов возраста. Лучшие результаты дает следующее приближение:

$$L_{x/x+k} \approx \frac{1}{2}(l_x + l_{x+k}) + \frac{1}{24}(d_{x+k} - d_{x-k}).$$

Однако оно неверно для первых лет жизни, когда гипотеза пропорционального распределения смертей на протяжении интервала возраста явно не выполняется. В этом случае применяются другие соотношения.

Численность стационарного населения в данном возрасте или при другой интерпретации – число человеко-лет, прожитых лицами одного поколения в интервале возраста $x / x + k$ – важный вспомогательный показатель, применяемый для практических расчетов, он всегда помещается в таблицах смертности.

Ввиду того, что средняя продолжительность предстоящей жизни равна среднему числу человеко-лет жизни в возрасте старше данного в расчете на одного дожившего до возраста x , то

$$e_x = \frac{1}{l_x} \int_x^{\omega} l(x) dx = \frac{1}{l_x} \sum_x^{\omega-k} L_{x/x+k}.$$

Это соотношение используют для вычисления средней продолжительности предстоящей жизни, а в таблицу смертности часто включают промежуточную величину $T_x = \sum_x^{\omega-k} L_{x/x+k}$. В этом случае

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}, \text{ при этом}$$

$$T_{x+k} = T_x - L_{x/x+k}.$$

При перспективных расчетах населения используется такой дополнительный показатель таблиц смертности, как коэффициент дожития, получаемый на основе чисел $L_{x/x+k}$:

$$P_{x/x+k}^i = L_{x+i/x+k+i} \div L_{x/x+k},$$

где i – период, для которого определяется коэффициент. Таким образом этот показатель является мерой дожития в данной таблице смертности определенной возрастной группы до возраста старше на i лет.

Для функции e_x отметим, что ее значения уменьшаются с повышением возраста. Исключение могут составлять величины e_x для младших возрастов при значительной детской смертности. Такое повышение в таблицах с высоким уровнем смертности иногда отмечалось до возраста 10 и более лет.

Монотонность изменения функции e_x нарушается при следующих условиях:

согласно предыдущему имеем

$$e_0 - e_1 = \frac{\sum_0^{\omega-1} L_x}{l_0} - \frac{\sum_1^{\omega-1} L_x}{l_1};$$

отсюда после преобразований получаем

$$\begin{aligned} e_0 - e_1 &= \frac{l_1 \sum_0^{\omega-1} L_x - l_0 \left(\sum_0^{\omega-1} L_x - L_0 \right)}{l_0 l_1} = \frac{l_0 L_0 - (l_0 - l_1) e_0}{l_0 l_1} = \\ &= \frac{L_0 - q_0 \cdot e_0}{l_1}. \end{aligned}$$

Данная величина отрицательна при $q_0 > \frac{L_0}{e_0}$, и поскольку $L_0 < 1$,

то $q_0 > \frac{1}{e_0}$.

Суммарная продолжительность жизни для лица, достигшего возраста x , складывается из числа уже прожитых лет и средней продолжительности предстоящей жизни. С повышением возраста она увеличивается, но оставшееся число лет жизни при этом уменьшается:

$$x + k + e_{x+k} > x + e_x,$$

$$e_x > e_{x+k}.$$

Естественно, что поэтому

$$\frac{e_x}{x + e_x} > \frac{e_{x+k}}{x + k + e_{x+k}}.$$

Исключение, как было отмечено, составляют детские возраста при высоком уровне смертности. В них вероятность умереть может быть так велика, что пережившим данный возраст остается жить большее число лет, чем всем, достигшим его.

Изменение величины средней продолжительности предстоящей жизни в одной таблице по сравнению с другой можно разложить по возрастам, т.е. выявить влияние различий в смертности в данном возрасте на общие различия в продолжительности жизни.

Обозначив через $\mathcal{E}_{x/x+k}$ изменение средней продолжительности предстоящей жизни при рождении за счет изменений в уровне смертности в интервале от x до $x+k$, имеем следующее выражение:

$$\mathcal{E}_{x/x+k} = l'_x(e'_x - e_x) - l_{x+k}(e'_{x+k} - e_{x+k}),$$

где штрихом отмечены показатели сравниваемой второй таблицы смертности для отличия от показателей первой базовой таблицы смертности.

Если сравнение идет по полному набору непересекающихся интервалов, то сумма различий по всем интервалам будет равна разности значений продолжительности предстоящей жизни для новорожденного двух таблиц смертности:

$$e'_0 - e_0 = \sum_0^{\omega-k} \mathcal{E}_{x/x+k}.$$

При этом величины $\mathcal{E}_{x/x+k}$ могут быть как положительными, так и отрицательными.

Для анализа демографических процессов часто важно иметь представление о среднем числе лет жизни в определенных пределах возраста (в анализе воспроизводства населения это будет, прежде всего, плодovitый период, который для женщины обычно принимается равным 35 годам от 15 до 49 лет, в экономической демографии – трудоспособный возраст и т.п.). Можно получить следующее выражение для e_x , разбив интервал от 0 до ω на отдельные отрезки:

$$e_0 = \frac{1}{l_0} \int_0^{\omega} l(x) dx = \frac{1}{l_0} \int_0^a l(x) dx + \frac{1}{l_0} \int_a^b l(x) dx + \frac{1}{l_0} \int_b^{\omega} l(x) dx,$$

где a – начало и b – конец данного отрезка возраста. Отсюда, принимая во внимание ранее приведенные выражения, имеем:

$$e_0 = \frac{1}{l_0} \sum_0^{a-1} L_x + \frac{1}{l_0} \sum_a^{b-1} L_x + \frac{1}{l_0} \sum_b^{\omega-1} L_x$$

и, следовательно, среднее число лет жизни для новорожденного в интервале от a до b будет:

$$E_{a/b}^0 = \frac{1}{l_0} \sum_a^{b-1} L_x = \frac{1}{l_0} (T_a - T_b).$$

Показатель продолжительности жизни для доживших до возраста a в том же интервале от a до b равен:

$$E_{a/b}^a = \frac{1}{l_a} \sum_a^{b-1} L_x = \frac{1}{l_a} (T_a - T_b).$$

Эти показатели связаны между собой следующим образом:

$$E_{a/b}^0 = \frac{l_a}{l_0} E_{a/b}^a,$$

где $\frac{l_a}{l_0}$ – вероятность дожития для новорожденного до возраста a .

Через обычные показатели предстоящей продолжительности жизни e_a и e_b величина среднего числа лет жизни для новорожденного в указанных пределах будет:

$$E_{a/b}^0 = \frac{l_a}{l_b} \left(e_a - \frac{l_b}{l_a} e_b \right).$$

В общей продолжительности предстоящей жизни e_x можно выделить среднюю продолжительность предстоящей жизни в каком-то состоянии (статусе). При изучении брачности это будет пребывание в браке, вдовстве, разводе, в экономической демографии – период занятости. В каждом возрасте x какая-то часть лиц находится в соответствующем i -м состоянии. Их доли K_x^i можно получить по данным переписи. Тогда на основе чисел живущих из таблицы смертности L_x находим величину средней продолжительности предстоящей жизни в i -м состоянии для возраста x по формуле:

$$e_x^i = \frac{\sum_x^{\omega-1} K_x^i L_x}{l_x}.$$

Сумма всех этих величин для данного возраста равна обычной общей продолжительности жизни в этом возрасте

$$e_x = \sum_i e_x^i.$$

Выражение для среднего числа лет в определенных пределах возраста в i -м состоянии будет:

$$E_{a/b}^i = \frac{\sum_{b-1} K_x^i L_x}{l_a}.$$

Естественно, что в этом случае общая величина числа лет жизни равна сумме частных:

$$E_{a/b}^i = \sum_i E_{a/b}^i.$$

Общая численность стационарного населения таблиц смертности будет

$$S = \sum_0^{\omega-1} L_x = T_0,$$

но поскольку $e_0 = \frac{T_0}{l_0}$,

то $S = l_0 e_0$.

Коэффициент смертности стационарного населения m_{st} равен отношению числа умерших $\sum_0^{\omega-1} d_x$ к численности населения S :

$$m_{st} = \frac{\sum_0^{\omega-1} d_x}{S} = \frac{l_0}{l_0 e_0} = \frac{1}{e_0}.$$

Коэффициент смертности стационарного населения в возрасте x равен отношению числа умерших в возрасте $x / x + k$ к численности населения данного возраста:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}.$$

Сам этот коэффициент в таблицы смертности помещается редко, но он имеет большое значение при ее построении. Обычно таблицу смертности для гипотетического поколения, т.е. характеризующую смертность в определенный момент времени, строят, исходя из предположения, что некоторое (гипотетическое) поколение имеет повозрастные табличные коэффициенты смертности, равные наблюдаемым в исследуемом населении. При этом предположении для получения показателей таблиц смертности используют приближенное соотношение:

$$p_x = e^{-km_x}.$$

Оно тем точнее, чем меньше интервал шкалы «k».

Преобразование коэффициента в вероятность производится по формуле:

$$q_x = 1 - e^{-km_x}.$$

Если исходить из предположения о равномерности распределения смертных случаев в данном интервале возраста, а это, как было отмечено, равнозначно предположению о том, что

$$L_{x/x+k} \approx \frac{1}{2}(l_x + l_{x+1}),$$

то получим другое выражение:

$$q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x}.$$

Разворот показателей таблиц делается по приведенным формулам связи показателей.

Для реальных поколений проблема получения исходных показателей таблицы практически решается обычно путем пересчета значений q_x из таблиц за отдельные периоды.

При построении таблицы смертности для гипотетического поколения обычно считают, что, начиная с некоторого возраста, смертность монотонно возрастает, и все отклонения от этого правила есть результат искажений в исходной информации и подлежат устранению путем выравнивания. Методы выравнивания очень разнообразны, и выбор зависит от характера исходной информации. Для пожилых и старческих возрастов выравнивание и экстраполяция обычно

проводится по формуле В. Гомперца-В. Мэйкхема, согласно которой, начиная с некоторого возраста, действует соотношение: $m_x = a + bc^x$, где a , b и c – константы, подбираемые эмпирическим путем.

Формула В. Гомперца-В. Мэйкхема возникла из определенной гипотезы зависимости уровня смертности от возраста. В основе ее лежит представление, согласно которому повышение подверженности смертности с возрастом идет как функция накопления различного рода нарушений, что соответствует современной генетической теории старения. При этом предполагается, что в каждом населении темп накопления нарушений характеризуется некоторой величиной (c), а уровень смертности независимо от возраста пропорционален накопившимся нарушениям жизнедеятельности b . Этот коэффициент пропорциональности является вторым параметром уравнения, тогда как компонент, независимый от возраста (a), – первым. Формула достаточно хорошо описывает зависимость смертности от возраста для населения старше 30–35 лет.

В таблицах смертности, кроме средней продолжительности предстоящей жизни e_x , используются и другие характеристики распределения по продолжительности жизни.

Вероятная продолжительность предстоящей жизни представляет собой медиану в распределении по продолжительности жизни. Для данного возраста x она составляет число лет, за которое уменьшается наполовину число достигших этого возраста l_x . Если $l_{x+n} = \frac{1}{2} l_x$, то n для возраста x и равно значению вероятной продолжительности предстоящей жизни, которая находится после подбора значения l_{x+n} , удовлетворяющего условию.

Нормальная продолжительность предстоящей жизни равна модальному значению величин вероятностей умереть для новорожденного d_x .

Обычно распределение d_x бимодально, и первая мода приходится на возраст 0 лет. Под нормальной продолжительностью жизни имеют в виду вторую моду, приходящуюся на старческие возраста.

Накопленные данные мировой статистики показали, что изменение функций, описывающих смертность, характеризуется определенной устойчивостью и может быть выражено ограниченным набором вариантов типовых таблиц смертности. Такие таблицы в основном строятся путем обобщения значений в больших наборах таблиц смертности. Типовые таблицы смертности широко используются в оценке смертности и других демографических расчетах при неполной и недостаточно достоверной статистике населения.

В последнее время для углубления анализа смертности строят таблицы смертности, дифференцированные по причинам смерти. Для дифференциации используют данные о смертях в каждом возрасте, сгруппированные по международной номенклатуре причин смерти. Обычно используют данные не об отдельных болезнях, а о классах заболеваний, таких как «сердечнососудистые заболевания», «злокачественные новообразования», «инфекционные болезни» и т.п. При этом выделяют в таблице не все классы, имеющиеся в номенклатуре, а только несколько наиболее значимых для данного населения, остальные случаи смерти относят к «прочим причинам», не дифференцируя их.

Поскольку в некоторых возрастах число смертей от отдельных заболеваний бывает малым, и годовичные показатели оказываются неустойчивыми, то при дифференциации таблиц смертности пользуются пятилетними и более крупными возрастными интервалами.

При построении дифференцированной таблицы смертности предполагается, что интенсивности смертности от разных болезней в каждом возрасте независимы, и построение дифференцированной таблицы методически не отличается от построения комбинированной таблицы, в которой совместно рассматривается несколько разных независимых демографических процессов. Независимость смертности от разных причин – это условность, по-видимому, еще большая, чем предположение о независимости демографических процессов, и это накладывает ограничения на интерпретацию показателей дифференцированной таблицы.

Дифференцируются два основных показателя таблицы смертности: вероятность умереть в интервале $x / x + k$ для новорожденного d_x и вероятность для доживших до возраста x умереть в том же интервале q_x (см. табл. 2).

Исходя из гипотезы независимости смертности от разных причин смерти действует соотношение $m_x = \sum_i m_x^i$, где m_x^i – коэффициент смертности в возрасте x от i -ой причины.

Отсюда $\frac{m_x^i}{m_x} = w_x^i$, где w_x^i – доля умерших от i -ой причины в возрасте x . Дифференцированные вероятности смертности равны:

$$d_x^i = d_x w_x^i = m_x^i L_x,$$

$$q_x^i = \frac{d_x^i}{l_x} = q_x w_x^i.$$

В таблицу кроме того помещают такой показатель, как вероятность умереть от данной причины в возрасте x и старше:

$$D_x^i = \sum_x^{\omega-1} d_x^i.$$

Средний возраст смерти от данной причины для умерших в возрасте x и старше будет:

$$e_x^i = \frac{\sum_x^{\omega-1} d_x^i \cdot (x + \frac{k}{2})}{D_x^i}.$$

В дифференцированной таблице действуют соотношения: суммы вероятностей умереть от разных причин равны общей вероятности смерти:

$$\sum_i q_x^i = q_x,$$

$$\sum_i d_x^i = d_x,$$

$$\sum_i D_x^i = l_x.$$

Краткая таблица смертности, дифференцированная по группам причин смерти (Франция, 1964 г. Мужчины)
(выдержка)

Возраст	Вероятность умереть в интервале $x/x+5$ для доживших до возраста x				Число умерших в возрасте x лет и старше				Средний возраст смерти лиц, умерших в возрасте x лет и старше		
	q_x^j				D_x^j				e_x^j		
	От злокачественных новообразований	От сердечно-сосудистых заболеваний	От других причин	От злокачественных новообразований	От сердечно-сосудистых заболеваний	От других причин	От злокачественных новообразований	От сердечно-сосудистых заболеваний	От злокачественных новообразований	От сердечно-сосудистых заболеваний	От других причин
0	0,00055	0,00025	0,02523	20282	33746	45972	68,21	74,00	68,21	74,00	64,65
5	0,00044	0,00009	0,00174	20227	33721	43449	68,39	74,04	68,39	74,04	68,26
10	0,00039	0,00011	0,00166	20184	33712	43280	68,52	74,06	68,52	74,06	68,49
15	0,00046	0,00015	0,00415	20146	33701	43119	68,63	74,08	68,63	74,08	68,70
20	0,00060	0,00029	0,00651	20101	33686	42717	68,74	74,11	68,74	74,11	69,18
25	0,00078	0,00048	0,00698	20043	33658	42089	68,87	74,16	68,87	74,16	69,88
30	0,00102	0,00099	0,00756	19968	33612	41421	69,03	74,21	69,03	74,21	70,56
35	0,00171	0,00198	0,01035	19871	33518	40703	69,21	74,33	69,21	74,33	71,24
40	0,00339	0,00359	0,01325	19710	33332	39729	69,47	74,54	69,47	74,54	72,06
45	0,00678	0,00623	0,01819	19396	32999	38500	69,90	74,86	69,90	74,86	73,01
50	0,01303	0,01103	0,02495	18780	32433	36847	70,64	75,34	70,64	75,34	74,15

55	0,02278	0,01998	0,03506	17633	31462	34650	71,82	76,04	75,52
60	0,03505	0,03514	0,04754	15725	29789	31714	73,57	77,08	77,18
65	0,04736	0,05810	0,06336	13018	27075	28043	75,87	78,54	79,12
70	0,05808	0,09569	0,08951	9791	23116	23726	78,61	80,44	81,23
75	0,06926	0,14733	0,13391	6502	17697	18657	81,70	82,87	83,60
80	0,07774	0,21462	0,21265	3534	11383	19018	85,23	85,84	86,31
85 и стар- ше	0,09943	0,39258	0,50798	1370	5409	6999	89,54	89,54	89,54

Расчет по: Preston S.H., Keyfitz N., Schoen R. Causes of death. N.-Y., 1972, p. 304–305.

Средняя продолжительность предстоящей жизни есть средняя из средних возрастов смерти от разных причин, взвешенных вероятностями смерти от соответствующих причин:

$$e_x = \frac{1}{l_x} \sum_i e_x^i D_x^i.$$

Это последнее соотношение имеет большое значение для анализа смертности, т.к. позволяет выявить суммарный вклад каждой причины в уровень смертности и разделить влияние распространенности данной причины и наиболее поражаемых возрастов, что помогает перейти от описания смертности к ее сравнительной оценке.

Задача выявить изменение в уровне смертности в результате снижения или полного устранения какой-либо причины смерти решается путем построения гипотетической таблицы, в которой смерти от данной причины будут исключены.

Для построения гипотетической таблицы смертности используется следующее выражение вероятности умереть от всех причин при условии исключения данной:

$$q_x^j = 1 - (1 - q_x)^{w_x^j},$$

где $w_x^j = 1 - w_x^i$.

На основе величин q_x^j разворачиваются обычным образом все остальные функции гипотетической таблицы смертности.

В гипотетической таблице доля каждой оставшейся причины возрастает за счет исключаемой, соответственно повышаются значения вероятностей смерти от этих причин. Гипотетическая таблица строится с тем же корнем, что и обычная базовая, и это позволяет проводить их сравнения.

Обычно строят несколько гипотетических таблиц, исходя из условия устранения различных причин смерти. Это позволяет измерить, как устранение отдельных причин влияет на показатель продолжительности предстоящей жизни.

Для новорожденного среднее число лет, прибавляющихся вследствие исключения какой-то причины, составит:

$$e_0^j - e_0 = \frac{T_0^j - T_0}{l_0}.$$

Возможно построение подобным образом таблицы смертности, в которой будут исключены не одна, а несколько причин. Особый случай представляют гипотетические таблицы смертности, построенные при условии устранения всех причин смерти, кроме данной. Такая таблица, конечно, будет еще более условна, чем другие гипотетические таблицы смертности, поскольку при построении всех таких таблиц приходится прибегать к гипотезе независимости вероятности умереть от отдельных причин.

III. Таблицы рождаемости

Таблица рождаемости – система показателей, характеризующих процесс рождаемости в реальной или гипотетической когорте (поколении). Таблицы рождаемости обычно вычисляются для женщин и редко – для мужчин. Они строятся либо для всех женщин и тогда характеризуют процесс рождаемости в целом, либо только для замужних, когда рассматривается брачная рождаемость.

Как и другие демографические таблицы, таблицы рождаемости бывают двух типов – общие и специальные. Общие таблицы рождаемости строятся для всех рождений без учета порядка рождения. Специальные таблицы рождаемости строятся с учетом порядка рождения.

Оба типа таблиц рождаемости могут быть рассчитаны как для всех женщин, так и отдельно для замужних. Однако в первом случае рассматривается развитие рождаемости с возрастом, а во втором – развитие процесса по длительности брака.

В общих таблицах рождаемости рождения рассматриваются как повторяющиеся события, и основной показатель интенсивности процесса в каждом возрастном интервале есть средняя частота событий для данного возрастного интервала. Эти таблицы рождаемости бывают полные – построенные по однолетним группам возраста или длительности брака и чаще краткие – по пятилетним и более крупным интервалам возраста или длительности брака.

В том случае, когда общая таблица рождаемости строится для всех рождений (табл. 3) по шкале возраста, первым основным показателем в ней приводится повозрастной коэффициент рождаемости. Повозрастной коэффициент рождаемости показывает среднее число деторождений, происходящих в течение года в совокупности женщин данного возраста. Он определяется по формуле:

$$f_{x/x+k} = \frac{N_{x/x+k}}{\overline{W}_{x/x+k} \cdot T \cdot K},$$

где $f_{x/x+k}$ – коэффициент рождаемости в возрасте от x до $x+k$; $N_{x/x+k}$ – число рождений у женщин в возрасте от x до $x+k$ лет; T – период времени, за который взяты рождения; $\overline{W}_{x/x+k}$ – среднее число женщин в возрасте от x до $x+k$ в период T ; K – длина возрастного интервала.

Хотя сам процесс рождаемости при рассмотрении рождений как повторяющихся событий и не меняет контингент женщин, мы должны говорить о средней численности, так как этот контингент за период T может меняться по другим причинам. Коэффициент рождаемости относится к возрастному интервалу от x до $x + k$ и тем самым представляет меру средней интенсивности рождаемости в этом возрастном интервале.

Смысл повозрастного коэффициента рождаемости раскрывается через меру рождаемости в точном возрасте x , которая определяется как предел коэффициента рождаемости для бесконечно малого интервала возраста. Если такую меру обозначить $\varphi(x)$, то

$$f_{x/x+k} = \frac{1}{k} \int_x^{x+k} \varphi(x) dx ,$$

т.е. коэффициент рождаемости в возрасте есть число детей, которое родит в среднем женщина в интервале возраста от x до $x + k$ за один год при уровне повозрастной рождаемости, соответствующем $\varphi(x)$.

Второй основной показатель общей таблицы рождаемости – кумулятивный коэффициент рождаемости, который находится по формуле

$$F_x = \int_{15}^x \varphi(x) dx \approx \sum_{15}^{x-k} f_{x/x+k} \cdot K .$$

Он характеризует среднее число детей, рожденных к данному возрасту. Значение кумулятивного коэффициента рождаемости в последней строке общей таблицы есть суммарный коэффициент рождаемости – одна из распространенных обобщающих мер рождаемости:

$$F_x = \int_{15}^{50} \varphi(x) dx \approx \sum_{15}^{49} f_x .$$

Третьим основным показателем приводится среднее число рождений девочек в интервале возраста от x до $x + k$:

$$f'_{x/x+5} = f_{x/x+k} \cdot K \cdot \delta_{x/x+k} ,$$

где $\delta_{x/x+k}$ – доля девочек среди родившихся у женщин в данном возрасте. Причем обычно половая пропорция мало зависит от возраста матери, и чаще всего ее величина при построении таблицы принимается постоянной.

Краткая общая таблица рождаемости женщин
(Чехословакия, 1960–1961 г.; основные показатели на 10 000 женщин)

Возраст	Среднее годовое число рождений в возрасте $x/x+5$	Среднее число рождений до возраста x	Среднее число рождений девочек в интервале от x до $x+5$	Среднее число рождений девочек до возраста x	Среднее число девочек в стационарном населении в интервале возраста от x до $x+5$	Среднее число рождений девочек в стационарном населении к возрасту x
x	$f_{x/x+5}$	F_x	${}^1f_{x/x+5}$	Φ_x	${}^1f_{x/x+5}^{st}$	Φ_x^{st}
15–19	456		1113		1082	
20–24	1987	2280	4848	1113	4700	1082
25–29	1312	12215	3201	5961	3093	5782
30–34	641	18775	1564	9162	1505	8875
35–39	286	21980	698	10726	668	10380
40–44	86	23410	210	11424	199	11048
45–49	5	23840	12	11634	11	11247
50		23865		11646		11258

Составлено по: The Theory of Population. Moscow, 1978, p. 162–163.

Четвертый основной показатель – среднее число рождений девочек к возрасту x :

$$\Phi_x = \sum_{15}^{x-k} {}^1f_{x/x+k} = \delta \sum_{15}^{x-k} f_{x/x+k} .$$

Величина этого показателя для последней строки общей таблицы рождаемости есть значение брутто-коэффициента воспроизводства:

$$R_b = \delta \int_{15}^{50} \varphi(x) dx \approx \delta \sum_{15}^{49} f_x .$$

Брутто-коэффициент воспроизводства показывает среднее число девочек, рождаемых женщиной за весь плодотворный период, т.е. служит мерой воспроизводства материнского поколения в поколениях дочерей без учета смертности.

Два следующих показателя характеризуют рождаемость в стационарном населении.

Пятый основной показатель – среднее число рождений девочек в стационарном населении в интервале возраста от x до $x + k$:

$${}^1f_{x/x+k}^{st} = {}^1f_{x/x+k} \cdot L_{x/x+k}^f ,$$

где $L_{x/x+k}^f$ – число живущих в возрасте от x до $x + k$ из таблицы смертности женщин соответствующего периода.

Шестой основной показатель – среднее число рождений девочек в стационарном населении к возрасту x :

$$\Phi_x^{st} = \sum_{15}^{x-k} {}^1f_{x/x+k}^{st} .$$

Последнее значение этого показателя есть нетто-коэффициент воспроизводства населения, обобщающая характеристика рождаемости с учетом уровня смертности:

$$R_0 = \delta \int_{15}^{50} \varphi(x) l^f(x) dx \approx \delta \sum_{15}^{49} f_x L_x^f = \sum_{15}^{49} {}^1f_x^{st} .$$

Нетто-коэффициент показывает, в какой мере воспроизводит себя по числу рождений материнское поколение при данном уровне рождае-

мости и смертности. Если $R_0 > 1$, то воспроизводство расширенное, если $R_0 < 1$, то суженое, и если $R_0 = 1$, то воспроизводство простое.

Из дополнительных показателей общей таблицы рождаемости наибольший аналитический интерес представляет среднее число живых детей у женщин к возрасту t :

$$S_t = \int_0^t \varphi(x)l(t-x)dx \approx \sum_{15}^{t-1} f_x L_{t-x-1},$$

где L_{t-x-1} – численность стационарного населения из таблицы смертности для обоих полов в возрасте $t-x-1$.

По данным общей таблицы рождаемости получают также средний возраст матери при рождении:

$$\bar{x}_f = \frac{\sum_{15}^{49} f_x \cdot (x + \frac{1}{2})}{\sum_{15}^{49} f_x}.$$

Таким образом, общие таблицы рождаемости, в которых учитываются все рождения, входят в общую систему демографических таблиц, описывающих воспроизводство населения в рамках традиционной модели. При этом в одной таблице объединены показатели чистых и комбинированных демографических таблиц, так как часть показателей характеризует уровень рождаемости вне зависимости от других демографических процессов, а другая часть описывает ее с учетом влияния смертности.

Общая таблица рождаемости для женщин, состоящих в браке (таблица 4), строится по шкале длительности брака, их обычно строят отдельно для женщин, вступивших в брак в разных группах возраста. Ее первый основной показатель – коэффициент рождаемости в интервале длительности брака от y до $y+k$ лет, который характеризует среднее число рождений, происходящих в течение года в совокупности замужних женщин при данной длительности брака. Он определяется по формуле:

$$f_{y/y+k} = \frac{N_{y/y+k}}{W_{y/y+k} \cdot T \cdot K},$$

где $f_{y/y+k}$ – средний коэффициент рождаемости замужних женщин при длительности брака от y до $y+k$; $\overline{W}_{y/y+k}$ – среднее число замужних женщин данной когорты в интервале длительности брака от y до $y+k$; $N_{y/y+k}$ – число рожденных ими детей в этом интервале длительности брака; T – число календарных лет, к которым относятся рождения.

Общая таблица рождаемости для женщин, состоящих в браке, содержит основные показатели, аналогичные общей таблице рождаемости для всех женщин, и разворачивается подобно ей. Вместо смертности в ней принимается в расчет прочность брака, и показатели для расчета берутся не из таблиц смертности, а из таблиц прочности брака. Такие таблицы иногда называют таблицами продуктивности брака, так как вместо брутто- и нетто-коэффициентов воспроизводства в качестве основных итоговых показателей выступают брутто-продуктивность брака и нетто-продуктивность брака.

Эти показатели получаются следующим образом: если совокупность женщин с длительностью брака y лет имеет рождаемость f_y , то за весь плодovitый период они родят детей

$$F = \int_0^{\omega} f(y) dy \approx \sum_0^{\omega-1} f_y.$$

Этот суммарный показатель и называется брутто-продуктивностью брака. При учете возможности прекращения брака получаем нетто-продуктивность брака:

$$F_0 = \int_0^{\omega} f(y) p(y) dy \approx \sum_0^{\omega-1} f_y p_y,$$

где $p(y)$ – вероятность того, что заключенный брак сохранится в течение y лет.

С помощью общей таблицы рождаемости для замужних женщин можно ответить на вопрос о том, сколько детей будет в среднем иметь брачная пара к концу плодovitого периода женщины. Если $f_{z,y}$ – коэффициенты рождаемости общей таблицы для женщин, вступивших

в брак в возрасте z лет при длительности брака y , то к концу плодovитого периода дети, родившиеся в этот момент, будут иметь возраст $x = \omega - z - y$, где ω – верхняя граница плодovитого возраста женщин.

Таблица 4

**Общая таблица рождаемости для замужних женщин,
вступивших в брак в возрасте 25–29 лет
(Англия и Уэльс, расчет по данным переписи 1951 г.;
основные показатели на 1000 женщин)**

Дли- тель- ность брака	Среднегодовое число рождений при длительности брака от y до $y+k$	Среднее число рождений до длительности брака y	Среднее число рождений до длительности брака y с учетом распадаения брака
y	$f_{y/y+k}$	F_y	F_y^0
0	224		
1	253	224	224
2	201	477	476
3	182	678	676
4	159	860	856
5	136	1019	1012
6	105	1155	1145
7	95	1260	1247
8	83	1355	1339
9	53	1438	1419
10–14	36	1491	1469
15–19	8	1671	1636
20		1711	1671

Расчет по: Курс демографии. М., 1967, с. 205.

По таблице смертности вероятность дожить до возраста x равна l_x , поэтому если за весь период плодovитости женщина родит

$$F = \int_0^{\omega-z} f(z, y) dy \text{ детей, то к возрасту } \omega \text{ из них будут живы}$$

$$\int_0^{\omega-z} f(z, y) l(\omega - z - y) dy ,$$

где $\omega - z$ – предельная продолжительность брака в плодовитом возрасте. В расчетах интегрирование заменяют суммированием.

Распространение внутрисемейного регулирования рождений заставляет исследователей все чаще включать число рожденных детей в перечень основных демографических факторов, влияние которых должно быть учтено при изучении рождаемости. Конечно, число рожденных детей коррелирует с длительностью брака и возрастом вступления в брак, а, следовательно, и с возрастом женщины, что описывают общие таблицы рождаемости. Но практически вероятности родить следующего ребенка неодинаковы для детей разных очередностей.

Вероятность родить второго и восьмого ребенка одинаковы в пределах одного возраста только в населении, где рождаемость женщины определяется лишь физиологическими факторами. Сейчас такие населения вряд ли где-нибудь существуют. Во всяком случае, не там, где налажена демографическая статистика, без данных которой нельзя использовать методы демографических таблиц.

Когда уровень рождаемости определяется не столько биологическими, сколько социальными факторами, число детей в семье все в большей мере определяется волей родителей, и вероятность рождения следующего ребенка в значительной степени зависит от числа уже рожденных детей. При этом, чем больше распространяется сознательное материнство и планирование семьи, чем далее на второй план отходит физиологическая сторона рождаемости, тем большее значение приобретает число рожденных детей как фактор, определяющий вероятность рождения следующего ребенка. Последнее на каждом этапе формирования семьи зависит, конечно, не от числа рожденных ранее детей, а от числа детей, находящихся в живых, но учитывая, что это происходит обычно одновременно со снижением детской смертности, различием между числом рожденных и числом имеющихся детей при расчетах можно пренебречь. Число рожденных детей как фактор рождаемости учитывается при построении специальных таблиц рождаемости. При построении специальной таблицы рождаемости мы исходим из принципа неповторности, что означает последовательное рассмотрение рождений каждой очередности.

Специальная таблица рождаемости может быть двух видов в зависимости от шкалы, по которой рассматривается процесс. В специальной таблице первого вида рождаемость рассматривается по интервалу, прошедшему после предыдущего рождения. В специальной таблице второго вида процесс прослеживается по возрасту или длительности брака для замужних. Все эти таблицы делятся на части, каждая из которых описывает закономерности рождаемости определенной очередности и состоит из однотипного набора трех основных показателей.

В специальной таблице рождаемости по интервалу между рождениями (табл. 5) основные показатели:

$W_{t,n-1}$ – вероятность не родить следующего n -го ребенка до данной длительности t после очередного $n-1$ -го рождения. Следовательно, для вторых рождений – $W_{t,1}$, третьих – $W_{t,2}$ и т.д. Все эти величины при $t=0$ одинаковы и обычно принимаются равными 1000 или другому целому числу. Поэтому значения $W_{t,n-1}$ можно рассматривать как числа женщин, не родивших ребенка следующей очередности до данной точки шкалы.

$f_{t/t+1,n}$ – вероятность родить следующего n -го ребенка для тех, кто не родил до начала данного интервала t .

$N_{t/t+1,n}$ – вероятность родить следующего n -го ребенка в интервале от t до $t+1$ после предыдущего рождения.

Эти основные показатели находятся между собой в следующих соотношениях:

$$N_{t/t+1,n} = W_{t,n-1} \cdot f_{t/t+1,n},$$

$$W_{t+1,n-1} = W_{t,n-1} - N_{t/t+1,n}.$$

Отсюда видно, что величины $N_{t/t+1,n}$ можно трактовать как числа женщин, родивших n -й раз в интервале от t до $t+1$ после $n-1$ -го рождения.

Как правило, в этом виде таблиц набор показателей для каждой очередности рождения этим исчерпывается, а в качестве итоговых показателей выступают вероятность следующего рождения, или вероятность увеличения семьи (a_{n-1}), если расчет ведется для замужних женщин, и средний интервал между последовательными рождениями (\bar{t}_n).

Таблица 5

**Специальная таблица рождаемости замужних женщин
по интервалу между рожденьями (СССР, когорта 1945–1956 гг.)**

Величина интервала t	Вторые рождения			Третьи рождения		
	$W_{t,1}$	$f_{t,2}$	$N_{t,2}$	$W_{t,2}$	$f_{t,3}$	$N_{t,3}$
0	1000	0,015	15	1000	0,013	13
1	985	0,202	199	987	0,140	138
2	786	0,228	179	849	0,217	184
3	607	0,213	129	665	0,140	93
4	478	0,193	93	572	0,091	52
5	365	0,172	66	520	0,060	31
6	319	0,149	48	489	0,043	21
7	271	0,127	34	468	0,032	15
8	237	0,095	22	453	0,022	10
9	214	0,072	15	443	0,014	6
10	199	0,052	10	437	0,008	3
11	189	0,034	6	434	0,005	2
12	183	0,022	4	432	0,003	1
13	179	0,013	2	431	0,002	1
14	177	0,007	1	430	0,001	0
15	176			430		

Составлено по: Сифман Р.И. Динамика рождаемости в СССР – М., Статистика, 1974, с. 162.

Величина a_{n-1} находится по формуле:

$$a_{n-1} = 1 - W_{\omega, n-1},$$

где $W_{\omega, n-1}$ – окончательная вероятность не родить ребенка после n-1-го рождения, дополнением до единицы которой являются значения a_{n-1} . Из приведенных ранее соотношений следует:

$$1 - W_{\omega, n-1} = \sum_{t=0}^{\omega-1} N_{t/t+1, n},$$

отсюда

$$a_{n-1} = \sum_{t=0}^{\omega-1} N_{t/t+1,n} .$$

Средний интервал между $n-1$ -м и n -м рождением находится обычным способом:

$$\bar{t}_n = \frac{\sum_{t=0}^{\omega-1} N_{t/t+1,n} \cdot t}{\sum_{t=0}^{\omega-1} N_{t/t+1,n}} + 0,5 ,$$

причем, учитывая уже использованное равенство, это выражение можно упростить:

$$\bar{t}_n = \frac{\sum_{t=0}^{\omega-1} N_{t/t+1,n} \cdot t}{1 - W_{\omega,n-1}} + 0,5 .$$

Сложнее система показателей специальных таблиц рождаемости, в которых процесс рассматривается по шкале возраста или длительности брака.

В отличие от общих таблиц рождаемости все показатели специальных таблиц рождаемости обычно относятся не к числу живорожденных, а к числу родов. Это объясняется тем, что при рождении близнецов рождается сразу n -й и $(n+1)$ -й ребенок. Система же показателей специальных таблиц требует соблюдения принципа ординарности, т.е. невозможности двух событий в рамках элементарного интервала времени. Если вместо живорождений в качестве элементарного события рассматривать роды, то можно пренебречь малой вероятностью для женщины за один год родить дважды и в качестве такого элементарного отрезка времени принять один год. Таким образом, специальные таблицы рождаемости всегда бывают полными с шагом шкалы в один год, так как при большем шаге нарушается принцип ординарности. Доля близнецовых родов достаточно постоянна и колеблется по разным странам примерно от 0,5 до 1,6%. Эту поправку при необходимости всегда можно внести.

Историю рождаемости брачной когорты в виде специальной демографической таблицы можно представить следующим образом.

Если в некоторой когорте отсутствует смертность (для брачной когорты это означает, что отсутствует распадение браков), то на протяжении всего периода плодovitости ее численность не изменяется. В такой когорте мы можем проследить процесс рождаемости независимо от интенсивности других демографических процессов. Все роды, происшедшие в когорте, можно распределить в таблице по их порядку и длительности брака. Обозначим $N_{y,n}$ – число родов порядка n , происшедших на y -м году брака.

Длительность брака, y	Порядок рождений					
	1	2	3	4	...	k
0	$N_{0,1}$	—	—	—	...	—
1	$N_{1,1}$	$N_{1,2}$	—	—	...	—
2	$N_{2,1}$	$N_{2,2}$	$N_{2,3}$	—	...	—
3	$N_{3,1}$	$N_{3,2}$	$N_{3,3}$	$N_{3,4}$...	—
...
ω	$N_{\omega,1}$	$N_{\omega,2}$	$N_{\omega,3}$	$N_{\omega,4}$...	$N_{\omega,k}$

В первый год брака заполнена только одна графа, ибо в первый год нельзя родить дважды. Естественно, что за второй год заполнены только две графы и т.д. В первый год брака вступившие в брак имели шанс родить первый раз. Рассчитаем вероятность родить первый раз на первом году брака, где $W_{0,0}$ – численность когорты не-рожавших на первом году брака:

$$f_{0,1} = \frac{N_{0,1}}{W_{0,0}}.$$

Шанс родить первый раз на втором году брака имели лишь те, кто не родил на первом году, т.е. $W_{1,0} = W_{0,0} - N_{0,1}$. Отнеся к этой численности число первых родов на втором году брака, получим вероятность первых родов на втором году брака:

$$f_{1,1} = \frac{N_{1,1}}{W_{1,0}}.$$

Для третьего года брака получим аналогично

$$W_{2,0} = W_{0,0} - N_{0,1} - N_{1,1} \text{ и } f_{2,1} = \frac{N_{2,1}}{W_{2,0}} .$$

Для любого года длительности брака можно написать

$$W_{y,0} = W_{0,0} - \sum_0^{y-1} N_{y,1} \text{ и } f_{y,1} = \frac{N_{y,1}}{W_{y,0}} .$$

Чтобы получить вероятность вторых родов на втором году брака, необходимо определить, какой контингент имел шанс родить второй раз на втором году брака. Естественно, что в этот контингент войдут только те, кто на первом году родил впервые, т.е.

$$W_{1,1} = N_{0,1} \text{ и } f_{1,2} = \frac{N_{1,2}}{W_{1,1}} .$$

Для третьего года брака вероятность родить второй раз будут иметь все те, кто родил впервые на первом и втором году брака, но еще не родил во второй раз, т.е

$$W_{2,1} = N_{0,1} + N_{1,1} - N_{1,2} \text{ и } f_{2,2} = \frac{N_{2,2}}{W_{2,1}} ,$$

для любой длительности брака

$$W_{y,1} = \sum_0^{y-1} N_{y,1} - \sum_0^{y-1} N_{y,2} .$$

Теперь мы можем написать общее выражение для родов любого порядка n:

$$W_{y,n} = \sum_0^{y-1} N_{y,n} - \sum_0^{y-1} N_{y,n+1} ,$$

$$f_{y,n} = \frac{N_{y,n}}{W_{y,n-1}}.$$

Таким образом, специальная таблица рождаемости, построенная по шкале длительности брака (таблица 6), состоит из трех основных показателей для каждого порядка родов:

$W_{y,n}$ – вероятность родить к длительности брака у лет n раз;

$f_{y,n}$ – вероятность для женщины, родившей $n-1$ раз к длительности брака у, родить n -й раз в интервале длительности от у до $y + 1$;

$N_{y,n}$ – вероятность родить n -й раз в интервале длительности брака от у до $y + 1$ для всех родивших $n-1$ раз.

Дополнительным показателем служит число женщин, у которых к длительности брака у лет было не менее n родов:

$$Q_{y,n} = \sum_0^{y-1} N_{y,n}.$$

При этом исходим из того, что если показатели $W_{y,n}$ рассматривать как число женщин, родивших к длительности брака у лет n раз, то $N_{y,n}$ трактуется как числа женщин, родивших n -й раз в интервале длительности брака от у до $y+1$.

Таблица 6

Специальная таблица брачной рождаемости для женщин, вступивших в брак в возрасте 20–24 года (Польша, поколение 1916–1920 гг.)

Длительность брака	Первые рождения			Вторые рождения		
	$W_{y,0}$	$f_{y,1}$	$N_{y,1}$	$W_{y,1}$	$f_{y,2}$	$N_{y,2}$
0	100000	0,44355	44355	X	X	X
1	55645	0,51009	28384	44355	0,17800	7895
2	27261	0,39720	10828	64844	0,22438	14550
3	16433	0,26003	4273	61122	0,23656	14459
4	12160	0,16826	2046	50936	0,22218	11317
5	10114	0,14950	1512	41665	0,21577	8990

Продолжение таблицы 6

Длительность брака	Первые рождения			Вторые рождения		
Y	$W_{y,0}$	$f_{y,1}$	$N_{y,1}$	$W_{y,1}$	$f_{y,2}$	$N_{y,2}$
6	8602	0,13055	1123	34187	0,20657	7062
7	7479	0,10416	779	28248	0,18493	5224
8	6700	0,09866	661	23803	0,16964	4038
9	6039	0,08544	516	20426	0,14440	2943
10	5523	0,07369	407	17999	0,11167	2010
11	5116	0,06196	317	16396	0,08838	1449
12	4799	0,04709	226	15264	0,07357	1123
13	4573	0,03564	163	14367	0,05673	815
14	4410	0,03084	136	13715	0,04222	579
15	4274	0,02761	118	13272	0,03413	453
16	4156	0,01732	72	12937	0,02450	317
17	4084	0,01322	54	12692	0,01568	199
18	4030	0,01340	54	12547	0,00940	118
19	3976	0,01132	45	12483	0,00505	63
20	3931	0,00916	36	12465	0,00433	54
21	3895	0,00462	18	12447	0,00289	36
22	3877	0,00232	9	12429	0,00217	27
23	3868	0,00233	9	12411	0,00145	18
24	3859	0,00233	9	12402	0,00073	9
25	3850			12402		

Источник: Prawdopodobieństwa zamazpójscia kobiet i urodzen dzieci.
Warszawa, 1975, s. 28–29.

Из таблицы рождаемости можно получить некоторые полезные при анализе синтетические показатели. Прежде всего получаются вероятности увеличения семьи a_n , которые представляют собой усредненные вероятности родить (n+1)-й раз для тех, кто уже родил n-й раз. Те, кто родил (n-1) раз на (y-1)-м году брака, имеют впереди

(ω -у) лет плодovитого периода, и вероятность родить n -й раз для них равна:

$$p_{y,n} = 1 - (1 - f_{y,n}) \cdot (1 - f_{y+1,n}) \dots (1 - f_{\omega,n}) .$$

Женщин с такой вероятностью рождения следующего ребенка будет $N_{y-1,n-1}$. Таким образом, a_n можно получить как среднюю из $p_{y,n}$, взвешенную по $N_{y-1,n-1}$, т.е.

$$a_n = \frac{\sum_{y=0}^{\omega} p_{y,n} N_{y-1,n-1}}{\sum_{y=0}^{\omega} N_{y-1,n-1}} .$$

Далее, применив соотношения между показателями таблиц рождаемости, путем несложных преобразований можно показать, что

$$a_n = \frac{\sum_{y=0}^{\omega} N_{y,n+1}}{\sum_{y=0}^{\omega} N_{y,n}} .$$

Эта формула позволяет получить вероятности увеличения семьи из таблицы рождаемости, как для реального, так и для гипотетического поколения, но если для реального поколения их можно вычислить, не строя предварительно таблицы, то для гипотетического поколения это единственно возможный путь их точного вычисления.

Так, для приведенной таблицы рождаемости первые три вероятности увеличения семьи следующие:

$n-1$	a_{n-1}
0	0,961
1	0,871
2	0,765

Из таблицы рождаемости получаются также показатели средней длительности брака при родах данного порядка, характеризующие темпы формирования семьи. Для каждого порядка родов средняя длительность брака получается из следующего соотношения:

$$\bar{t}_n = \frac{\sum_{y=0}^{\infty} y \cdot N_{y,n}}{\sum_{y=0}^{\infty} N_{y,n}} + 0,5 .$$

Кроме того, важную характеристику рождаемости представляет собой распределение женщин по числу родов в конце периода плодovitости. Этот показатель получается непосредственно из последней строки таблицы. В частности, из приведенной в выдержке таблицы следует, что в данной когорте к концу плодovitого периода женщины распределялись по числу родов следующим образом:

Число родов, n	Доля женщин, %
0	3,9
1	12,4
2 и более	83,7

Последний показатель получается как дополнение распределения до 100%.

Как один из итогов таблицы можно получить и обычные показатели рождаемости по длительности брака:

$$F_{y/y+1} = \frac{\sum_{n=1}^k N_{y,n}}{\sum_{n=0}^k W_{y,n}} .$$

Учитывая, что для каждой длительности брака $\sum_{n=0}^k W_{y,n} = W_{0,0}$, показатели рождаемости получаются просто суммированием $N_{y,n}$ и де-

лением этой суммы на исходное число (корень) таблицы. Следует помнить, что показатели рождаемости, полученные из таблицы для гипотетического поколения, отличаются от полученных другим путем, так как они не зависят от структуры женщин по числу рожденных детей.

Сумма всех величин $N_{y,n}$ от вступления в брак по данной длительности даст кумулятивный показатель рождаемости когорты:

$$F_y = \sum_0^y \sum_{n=1}^k N_{y,n} .$$

Суммирование до конца плодovитого периода дает общую продуктивность браков данной когорты.

При описании общей рождаемости все соотношения между основными показателями специальной таблицы рождаемости (таблица 7) те же, только вместо длительности брака учитывается возраст женщины.

Если начало плодovитого возраста обозначить a , то из совокупности женщин, вступивших в возраст a , равной $W_{a,0}$, в течение года родит

$$N_{a,1} = W_{a,0} \cdot f_{a,1} ,$$

где $f_{a,1}$ – вероятность для нерожавшей женщины родить первый раз. Тогда к возрасту $a + 1$ останется нерожавших женщин:

$$W_{a+1,0} = W_{a,0} - W_{a,0} \cdot f_{a,1} = W_{a,0} - N_{a,1} .$$

Вообще для любого возраста x

$$N_{x,1} = W_{x,0} \cdot f_{x,1} ,$$

$$W_{x+1,0} = W_{x,0} - N_{x,1} .$$

На основе этих соотношений можно построить первую часть таблицы, которая покажет, как поколение женщин, обладающее данными вероятностями родить первого ребенка ($f_{x,1}$), будет переходить постепенно с возрастом из совокупности нерожавших в совокупность рожавших, и сколько женщин из этого поколения имеют шанс родить в каждом возрасте. К началу каждого возраста будет накапливаться некоторое число женщин, уже рожавших до этого возраста, равное

$$Q_{x,1} = \sum_a^{x-1} N_{x,1} ,$$

но не все они будут иметь шанс родить в этом возрастном интервале (от x до $x+1$) второй раз. Такой шанс будут иметь только те из них, которые к этому возрасту не рожали повторно. Если число женщин, рожавших к возрасту x не менее двух раз, по аналогии обозначим через $Q_{x,2}$, то число женщин, которые в возрастном интервале от x до $x+1$ имеют шанс родить второй раз, будет равно

$$W_{x,1} = Q_{x,1} - Q_{x,2} ,$$

К ним следует применить вероятность родить второй раз. Отсюда, число женщин, родивших второй раз в возрастном интервале от x до $x+1$, будет

$$N_{x,2} = W_{x,1} \cdot f_{x,2} .$$

Численность женщин, рожавших к возрасту x не менее двух раз, получается вполне аналогично численности рожавших не менее одного раза

$$Q_{x,2} = \sum_a^{x-1} N_{x,2} .$$

Пользуясь этими соотношениями, можно последовательно исчислить величины $N_{x,2}$, $Q_{x,2}$ и $W_{x,2}$ для всех возрастов до конца плодовитого периода.

Все данные о рождениях последующих порядков получаются аналогично вторым рождениям, и можно записать для любого n -го рождения те же соотношения в общем виде

$$N_{x,n} = W_{x,n-1} \cdot f_{x,n} ,$$

$$W_{x,n} = Q_{x,n} - Q_{x,n+1} ,$$

$$Q_{x,n} = \sum_a^{x-1} N_{x,n} .$$

Ясно, что $W_{x,n}$, $f_{x,n}$ и $N_{x,n}$ – основные показатели, а $Q_{x,n}$ – дополнительный показатель таблицы.

Специальная таблица рождаемости даст возможность получить показатель рождаемости, отражающий усредненную вероятность родить n+1 раз для женщины, родившей n раз

$$a_n = \frac{Q_{50,n+1}}{Q_{50,n}}.$$

Таблица 7

**Специальная таблица рождаемости для всех женщин
(Польша, поколение 1916–1920 гг.)**

Возраст	Первые рождения			Вторые рождения		
X	$W_{x,0}$	$f_{x,1}$	$N_{x,1}$	$W_{x,1}$	$f_{x,2}$	$N_{x,2}$
15	10000	0,00202	202	X	X	X
16	99798	0,00641	640	202	0,17822	36
17	99158	0,01794	1779	806	0,17618	142
18	97379	0,03574	3480	2443	0,19280	471
19	93899	0,05851	5494	5452	0,20616	1124
20	88405	0,08032	7101	9822	0,21615	2123
21	81304	0,09462	7693	14800	0,21696	3211
22	73611	0,10345	7615	19282	0,21274	4202
23	65996	0,10558	6968	22795	0,20882	4760
24	59028	0,09978	5890	25003	0,19654	4914
25	53138	0,10094	5364	25979	0,19497	5065
26	47774	0,11286	5392	26278	0,20667	5431
27	42382	0,12366	5241	26239	0,21723	5700
28	37141	0,12541	4658	25780	0,22355	5763
29	32483	0,11818	3839	24675	0,21828	5386
30	28644	0,10819	3099	23128	0,21104	4881
31	25545	0,09638	2462	21346	0,20191	4310
32	23083	0,08192	1891	19498	0,18387	3585
33	21192	0,06715	1423	17804	0,15878	2827
34	19769	0,05701	1127	16400	0,13738	2253
35	18642	0,05005	933	15274	0,11942	1824

Возраст	Первые рождения			Вторые рождения		
	$W_{x,0}$	$f_{x,1}$	$N_{x,1}$	$W_{x,1}$	$f_{x,2}$	$N_{x,2}$
36	17709	0,03975	704	14383	0,10040	1444
37	17005	0,03270	556	13643	0,08305	1133
38	16449	0,02663	438	13066	0,06245	816
39	16011	0,01867	299	12688	0,04264	541
40	15712	0,01540	242	12446	0,02933	365
41	15470	0,01267	196	12323	0,02037	251
42	15274	0,00753	115	12268	0,01402	172
43	15159	0,00396	60	12211	0,00868	106
44	15099	0,00238	36	12165	0,00469	57
45	15063	0,00179	27	12144	0,00296	36
46	15036	0,00100	15	12135	0,00124	15
47	15021	0,00020	3	12135	0,00049	6
48	15018	0,00040	6	12133	0,00000	0
49	15012	0,00060	9	12138	0,00000	0
50	15003					

Источник: Tablice płodności kobiet według generacji. Warszawa, 1974, s. 57–58.

Этот показатель как бы синтезирует все $f_{x,n}$ для всех возрастов и показывает, как часто в среднем женщина, родившая n раз, рождает $n+1$ раз.

Можно получить и другие показатели, аналогичные уже рассмотренным для специальной таблицы брачной рождаемости.

Специальная таблица рождаемости дает распределение рядов по возрасту матери и порядку рождения, причем это распределение будет следовать из данной структуры рождаемости и не будет зависеть от структурных характеристик населения.

Определенный интерес представляет сопоставление доли ни разу не рожавших женщин по специальным таблицам рождаемости с долей женщин, не вступивших в брак к 50 годам (условной верхней

границе плодового возраста) по специальным таблицам первых браков. Оно показывает, в какой степени доля ни разу не рожавших женщин определяется интенсивностью брачности в сравнении с уровнем и структурой рождаемости.

Исходным показателем для расчета специальных таблиц рождаемости для реальных когорт служат числа $N_{t,n}$, где t – соответствующая шкала. Для их получения требуются данные переписи или специальных обследований о сроках каждого рождения, для гипотетических когорт исходным рядом являются числа $f_{t,n}$.

Данные переписи и текущего учета могут служить основой для вычисления вероятностей родить следующего ребенка, если в разработке переписи есть распределение женщин по числу рожденных детей, а текущий учет дает сведения о числе родившихся по порядку рождения.

IV. Таблицы брачности

Таблица брачности – система показателей, измеряющих брачность в реальной или гипотетической когорте (поколении). В зависимости от того, учитываются ли все браки или только браки одного определенного порядка, строится общая таблица брачности или специальная таблица. Каждая таблица брачности рассчитывается отдельно для женщин или мужчин.

В зависимости от того, элиминировано ли влияние смертности на показатели таблиц брачности, они делятся на чистые и комбинированные. В свою очередь, в зависимости от того, рассматриваются ли браки каждого возраста как единая совокупность или расчленяются по какому-либо признаку или характеристике на несколько совокупностей, таблицы брачности бывают простые и дифференцированные.

Общая таблица брачности строится применительно ко всему населению, в ней брачность рассматривается независимо от брачного состояния населения. Шкалой таблицы всегда служит возраст. Таблицы чаще строятся краткими по пятилетним и более крупным возрастным интервалам. Основным показателем общей таблицы брачности (см. табл. 8) служит частота заключения браков в данной возрастной группе в течение года, т.е. общий повозрастной коэффициент брачности:

$$\beta_{x/x+k} = \frac{B_{x/x+k}}{\bar{S}_{x/x+k}},$$

где $B_{x/x+k}$ – общее число вступлений в брак в возрастном интервале от x до $x+k$;

$\bar{S}_{x/x+k}$ – средняя численность лиц всех категорий брачного состояния в этом возрастном интервале.

Каждый общий повозрастной коэффициент разлагается на коэффициенты первых ($\beta'_{x/x+k}$) и повторных браков ($\beta''_{x/x+k}$)

$$\beta'_{x/x+k} = \frac{B'_{x/x+k}}{\bar{S}_{x/x+k}}, \quad \beta''_{x/x+k} = \frac{B''_{x/x+k}}{\bar{S}_{x/x+k}},$$

где $\beta'_{x/x+k}$ и $\beta''_{x/x+k}$ – соответственно первые и повторные браки в возрастном интервале от x до $x+k$.

Таблица 8

**Общая таблица брачности мужчин
(Канада, 1974 г., основные показатели на 10 000 мужчин)**

Воз- раст	Общий коэффициент брачности				Общее число браков за период				Кумулятивный коэффициент брачности		
	Все браки	Первые браки	Повторные браки	"	Всех браков	Первых браков	Повторных браков	Все браки	Первые браки	Повторные браки	
x	$\beta_{x/x+5}$	$\beta_{x/x+5}$	" $\beta_{x/x+5}$	" $\beta_{x/x+5}$	$B_{x/x+5}$	" $B_{x/x+5}$	" $B_{x/x+5}$	B_x	" B_x	" B_x	
15–19	136	136	—	—	680	680	—	—	—	—	
20–24	952	944	8	8	4760	4720	40	680	680	—	
25–29	494	445	49	49	2470	2225	245	5440	5400	40	
30–34	191	127	64	64	955	635	320	7910	7625	285	
35–39	106	49	57	57	530	245	285	8865	8260	605	
40–44	74	26	48	48	370	130	240	9395	8505	890	
45–49	60	16	44	44	300	80	220	9765	8635	1130	
50–54	51	12	39	39	255	60	195	10065	8715	1350	
55–59	47	9	38	38	235	45	190	10320	8775	1545	
60–64	45	7	38	38	225	35	190	10555	8820	1735	
65–74	35	3	32	32	350	30	320	10780	8855	1925	
75								11130	8885	2245	

Рассчитано по Demographic Yearbook. 1975. U.N., N.-Y., 1976.

Естественно, что для каждого возраста сумма частных коэффициентов равна общему:

$$\beta_{x/x+k} = {}^{\prime}\beta_{x/x+k} + {}^{\prime\prime}\beta_{x/x+k} .$$

Показатели для повторных браков обычно не подразделяются по порядку на 2-е, 3-и и т.д. Вторым показателем общей таблицы брачности является среднее число браков в возрастном интервале. Он получается умножением общих повозрастных коэффициентов брачности на величину соответствующего интервала возраста:

$$B_{x/x+k} = k \cdot \beta_{x/x+k} .$$

Он отражает число браков, которое было заключено в данном поколении (реальном или гипотетическом) за время его жизни от возраста x до возраста $x + k$, т.е. за время, равное длине возрастного интервала.

Аналогичный смысл имеют показатели числа первых и повторных браков в возрастном интервале:

$${}^{\prime}B_{x/x+k} = k \cdot {}^{\prime}\beta_{x/x+k} , \quad {}^{\prime\prime}B_{x/x+k} = k \cdot {}^{\prime\prime}\beta_{x/x+k} .$$

В сумме эти показатели, конечно, равны общему числу браков в возрастном интервале:

$$B_{x/x+k} = {}^{\prime}B_{x/x+k} + {}^{\prime\prime}B_{x/x+k} .$$

Последняя группа показателей общей таблицы брачности характеризует числа браков (всех, первых и повторных), заключенных в данном поколении за всю предшествующую жизнь до данного возраста. Эти кумулятивные коэффициенты получают последовательным суммированием соответствующих чисел браков для интервалов возраста:

$$B_x = \sum_0^{x-k} k \cdot \beta_{x/x+k} = \sum_0^{x-k} B_{x/x+k} ,$$

$${}^{\prime}B_x = \sum_0^{x-k} k \cdot {}^{\prime}\beta_{x/x+k} = \sum_0^{x-k} {}^{\prime}B_{x/x+k} ,$$

$${}^{\prime\prime}B_x = \sum_0^{x-k} k \cdot {}^{\prime\prime}\beta_{x/x+k} = \sum_0^{x-k} {}^{\prime\prime}B_{x/x+k} ,$$

причем $B_x = {}^{\prime}B_x + {}^{\prime\prime}B_x$.

Значения кумулятивных коэффициентов для конца таблицы соответствуют суммарным коэффициентам брачности для всех браков B_{ω} и отдельно для первых $B_{\omega}^{'}$ и повторных браков $B_{\omega}^{''}$.

Суммарные коэффициенты брачности, элиминируя влияние возрастной структуры, показывают, каким будет в данном поколении среднее число вступлений в брак (все, отдельно первые и повторные) на протяжении жизни одного лица.

Все показатели для повторных браков могут быть распределены на показатели браков вдовых и показатели браков разведенных, что целесообразно делать, когда для того имеются необходимые данные.

Из дополнительных показателей общей таблицы брачности значение для анализа имеет только средний возраст вступления в брак. Для вступивших в брак в возрасте x и старше он получается как для всех браков, так и для первых и повторных браков раздельно. Эти показатели вычисляются по данным о числах браков в возрастных интервалах. Для всех браков средний возраст находится по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_x^{\omega-k} B_{x/x+k} \cdot (x + \frac{k}{2})}{\sum_x^{\omega-k} B_{x/x+k}}.$$

Подобным образом по числам первых и повторных браков в возрастных интервалах рассчитываются по данным общей таблицы средние возраста вступления в первый (\bar{x}') и повторные (\bar{x}'') браки.

Исходные показатели общей таблицы брачности – общие повозрастные коэффициенты брачности для реального поколения получают или методом текущего наблюдения, или методом ретроспективного наблюдения. В первом случае для каждого поколения в текущем порядке должно фиксироваться число ежегодно заключаемых браков с указанием возраста их заключения и очередности брака, а также общая численность лиц этого поколения, достигших данного возраста с учетом их смертности и миграции. Из этих данных получают коэффициенты брачности для однолетних или более крупных интервалов возраста для данного поколения. Метод ретроспективного наблюдения основан на опросе лиц определенного поколения обо всех браках, в которые они вступали с указанием возраста вступления

до момента опроса. Эти данные позволяют получить повозрастные коэффициенты брачности для всех возрастов до того, в котором находится поколение в момент наблюдения. Такие коэффициенты отличаются от получаемых методом текущего наблюдения тем, что относятся только к той части поколения, которая дожила до момента наблюдения и попала в обследование; если между брачностью и смертностью или миграцией есть корреляция, то она может отразиться на полученных результатах.

Исходные коэффициенты общей таблицы брачности для гипотетического поколения получаются или из сочетания данных переписи населения о численности лиц каждого возраста с результатами текущей регистрации браков за период, примыкающий к дате переписи, или при помощи соответствующей обработки коэффициентов для всех реальных поколений, составляющих данное гипотетическое, полученных другими способами.

Общие таблицы брачности строятся только чистые, т.е. отражают брачность без учета влияния смертности или миграции; комбинированные общие таблицы брачности обычно не строятся, т.к. они мало информативны, и их показатели трудно интерпретируемы.

Специальные таблицы брачности строятся, как правило, только для никогда не состоявших в браке; для вдовых и разведенных они строятся редко, т.к. отдельно они построены быть не могут и могут быть только частью единой системы таблиц брачности и прочности браков, для чего необходима очень подробная разработка исходной информации.

Специальная таблица брачности для не состоявших в браке построена по принципу выбытия, все ее показатели с разных сторон характеризуют постепенное выбытие лиц из первоначальной совокупности не состоявших в браке в результате вступления в брак или смерти (комбинированная таблица брачности) или только вступления в брак (чистая таблица брачности) по мере перехода поколения из возраста в возраст.

Шкалой таблицы всегда служит возраст. Возрастные интервалы чаще всего берутся годовые (полная таблица брачности), реже – пятилетние или более крупные (краткая таблица брачности). Иногда в одной и той же таблице сочетаются однолетние интервалы для возрастов интенсивной брачности (до 30 или 40 лет) и пятилетние (или десятилетние) для более старших возрастов. Основные показате-

тели чистой специальной таблицы брачности для не состоявших в браке (см. табл. 9) следующие:

S_x – вероятность не вступить в первый брак к возрасту x ;

$b_{x/x+k}$ – вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+k$ для лица, не вступавшего в брак до возраста x ;

$B_{x/x+k}$ – вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+k$ для вступивших в брачный возраст.

Упрощенные для практических расчетов соотношения между этими показателями такие:

$$B_{x/x+k} = S_x \cdot b_{x/x+k} ,$$

$$S_{x+k} = S_x - B_{x/x+k} .$$

При расчете специальных чистых таблиц первых браков для реальных поколений методом продольного наблюдения достаточно получить один из рассмотренных основных показателей для того, чтобы развернуть на его основе всю систему показателей таблиц. В этом случае ряд долей никогда не состоявших в браке в различных возрастах в реальном поколении идентичен (с точностью до ошибок измерения) соответствующему ряду S_x специальной чистой таблицы, если смертность и миграция никогда не состоявших в браке не отличаются от интенсивности этих процессов для всего населения. Приведенные коэффициенты первых браков считаются идентичными (с точностью до ошибок измерения при тех же допущениях) значениям $B_{x/x+k}$.

Зная любой из этих показателей, можно получить остальные два. Причем S_a – корень таблицы – считается известным и обычно принимается равным 10 000 или 100 000.

Располагая величинами $b_{x/x+k}$, получаем:

$$S_x = S_a \prod_a^{x-k} (1 - b_{x/x+k}) ,$$

$$B_{x/x+k} = \left[S_a \prod_a^{x-k} (1 - b_{x/x+k}) \right] b_{x/x+k} .$$

Специальная чистая таблица брачности женщин,
не состоявших в браке (СССР, 1949–1959 гг.)

Воз- раст	Вероят- ность не вступить в первый брак к воз- расту x	Вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+1$ для женщины, не вступающей в брак до возраста x	Вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+1$ для всех женщин	Вероятность вступить в первый брак в возрасте x и старше для всех женщин, не вступающих в брак	Вероятность вступить в первый брак в возрасте x и старше для женщины, не вступающей в брак до возраста x	Средний возраст вступления в первый брак для вступающих в брак в возрасте x и старше
x	S_x	$b_{x/x+1}$	$B_{x/x+1}$	$B_{x/\omega}$	$b_{x/\omega}$	$e_{x/\omega}^b$
15	10000	0,0052	52	9203	0,9203	22,3
16	9948	0,0276	275	9151	0,9199	22,3
17	9673	0,0729	705	8876	0,9176	22,5
18	8968	0,1191	1068	8171	0,9111	22,9
19	7900	0,1400	1106	7103	0,8991	23,6
20	6794	0,1512	1027	5997	0,8827	24,3
21	5767	0,1604	925	4970	0,8618	25,1
22	4842	0,1698	822	4045	0,8354	26,0
23	4020	0,1764	709	3223	0,8017	26,9
24	3311	0,1734	574	2514	0,7593	27,8

25	2737	0,1724	473	1940	0,7088	28,8
26	2264	0,1661	376	1467	0,6480	29,8
27	1888	0,1456	275	1091	0,5779	31,0
28	1613	0,1172	189	816	0,5059	32,1
29	1424	0,0955	136	627	0,4403	33,2
30	1288	0,0807	104	491	0,3812	34,3
31	1184	0,0667	79	387	0,3269	35,3
32	1105	0,0534	59	308	0,2787	36,3
33	1046	0,0421	44	249	0,2380	37,2
34	1002	0,0399	40	205	0,2046	38,0
35	962	0,0385	37	165	0,1715	38,8
36	925	0,0367	34	128	0,1384	39,8
37	891	0,0236	21	94	0,1055	40,9
38	870	0,0184	16	73	0,0839	41,9
39	854	0,0141	12	57	0,0667	42,9
40	842	0,0107	9	45	0,0534	43,8
41	833	0,0084	7	36	0,0432	44,6
42	826	0,0061	5	29	0,0351	45,4
43	821	0,0061	5	24	0,0292	46,0
44	816	0,0049	4	19	0,0233	46,7

Продолжение таблицы 9

Возраст	Вероятность не вступить в первый брак к возрасту x	Вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+1$ для женщин, не вступающих в брак до возраста x	Вероятность вступить в первый брак в интервале возраста $x/x+1$ для всех женщин	Вероятность вступить в первый брак в возрасте x и старше для женщин, не вступающих в брак до возраста x	Вероятность вступить в первый брак в возрасте x и старше для женщин, не вступающих в брак до возраста x	Средний возраст вступления в первый брак для вступающих в брак в возрасте x и старше
x	S_x	$b_{x/x+1}$	$B_{x/x+1}$	$B_{x/\omega}$	$b_{x/\omega}$	$e_{x/\omega}^b$
45	812	0,0049	4	15	0,0185	47,2
46	808	0,0037	3	11	0,0136	47,9
47	805	0,0037	3	8	0,0099	48,3
48	802	0,0037	3	5	0,0062	48,9
49	799	0,0025	2	2	0,0025	49,5
50	797					

Составлено по: Дарский Л.Е. Формирование семьи. М., 1972, с. 58.

Имея ряд значений $B_{x/x+k}$, определяем:

$$S_x = S_a - \sum_a^{x-k} B_{x/x+k} ,$$

$$b_{x/x+k} = \frac{B_{x/x+k}}{S_a - \sum_a^{x-k} B_{x/x+k}} .$$

Если известны значения S_x , находим:

$$B_{x/x+k} = S_x - S_{x+k} ,$$

$$b_{x/x+k} = \frac{S_x - S_{x+k}}{S_x} .$$

Для гипотетического поколения исходным показателем, как правило, служат $b_{x/x+k}$, полученные на основе коэффициентов брачности. Вероятность вступить в брак, независимую от смертности, предпочтительно рассчитывать по экспоненциальной формуле

$$b_{x/x+k} = 1 - e^{-\beta_{x/x+k}} ,$$

где $\beta_{x/x+k}$ – коэффициент брачности для никогда не состоявших в браке в интервале $x / x + k$.

Наиболее распространенными дополнительными показателями таблицы служат величины, получаемые на основе величин $B_{x/x+k}$.

Вероятность вступить в брак в возрасте старше x для представителя данного поколения составляет:

$$B_{x/\omega} = \sum_x^{\omega-k} B_{x/x+k} ,$$

где ω – условный возраст, после которого вступление в первый брак прекращается и на котором заканчивается шкала таблицы.

Вероятность вступить в брак в будущем для тех, кто не вступал в брак до возраста x , находится по формуле:

$$b_{x/\omega} = \frac{B_{x/\omega}}{S_x} .$$

Показатели эти монотонно убывают с повышением возраста в отличие от значений $b_{x/x+k}$ и $B_{x/x+k}$, которые растут в первых бракоспособных возрастах.

Средний возраст при вступлении в брак для вступивших в возрасте x и старше определяется обычным образом:

$$e_{x/\omega}^b = \frac{\sum_x^{\omega-k} B_{x/x+k} \cdot (x + \frac{k}{2})}{\sum_x^{\omega-k} B_{x/x+k}} .$$

Показатель, который характеризует вероятность вступить в брак до возраста x , для представителя данного поколения находится следующим образом:

$$B_{a/x} = \sum_a^{x-k} B_{x/x+k} .$$

При этом

$$B_{a/x} + B_{x/\omega} = S_a - S_\omega .$$

Величина S_ω , полученная из таблицы, рассматривается как показатель, характеризующий распространение окончательного безбрачия. Его значения существенно варьируют, иногда превышая 30%, тогда как в других случаях не достигая и 1%. Из-за этого значения S_x не всегда правильно отражают возраст вступления в первый брак для тех, кто вообще вступает в брак. Поэтому приходится вычислять еще один дополнительный показатель – число не состоявших в браке к возрасту x , исчисленное для тех, кто, в конечном счете, вступает в брак. Он рассчитывается по формуле:

$$\hat{S}_x = \frac{S_x - S_\omega}{S_a - S_\omega} .$$

В анализе показателей таблиц особое внимание обращается на модальные значения величин $b_{x/x+k}$ и $B_{x/x+k}$, отражающие максимальные величины данных вероятностей. При этом модальные значения $b_{x/x+k}$ приходятся на более старший возраст по сравнению со значениями $B_{x/x+k}$ из одной и той же таблицы.

Показатели специальных чистых таблиц брачности не зависят от других процессов и поэтому могут характеризовать брачность в динамических и территориальных сопоставлениях.

Основные показатели специальной комбинированной таблицы брачности (см. табл. 10) следующие:

S'_x – вероятность дожить до возраста x , не вступив в брак;

$b'_{x/x+k}$ – вероятность вступить в брак в интервале возраста $x / x + k$ для лица, дожившего до возраста x , не вступив в брак;

$q^s_{x/x+k}$ – вероятность умереть, не вступив в брак, в интервале возраста $x / x + k$ для лица, дожившего до возраста x и не вступившего в брак до этого возраста;

$B'_{x/x+k}$ – вероятность вступить в брак в интервале $x / x + k$ для представителя данного поколения с учетом его возможной смерти до данного возраста;

$d^s_{x/x+k}$ – вероятность умереть, не вступив в брак, в интервале возраста $x / x + k$ для представителя данного поколения.

Соотношения этих показателей для практических вычислений следующие:

$$B'_{x/x+k} = S'_x \cdot b'_{x/x+k} ,$$

$$d^s_{x/x+k} = S'_x \cdot q^s_{x/x+k} ,$$

$$S'_{x+k} = S'_x - B'_{x/x+k} - d^s_{x/x+k} .$$

Переход от показателей специальной чистой таблицы брачности к показателям специальной комбинированной таблицы брачности возможен по формулам:

$$b'_{x/x+k} = (b_{x/x+k} + q_{x/x+k} - b_{x/x+k} \cdot q_{x/x+k}) \cdot \frac{\ln(1 - b_{x/x+k})}{\ln(1 - b_{x/x+k}) + \ln(1 - q_{x/x+k})} ,$$

$$q^s_{x/x+k} = (b_{x/x+k} + q_{x/x+k} - b_{x/x+k} \cdot q_{x/x+k}) \cdot \frac{\ln(1 - q_{x/x+k})}{\ln(1 - b_{x/x+k}) + \ln(1 - q_{x/x+k})} .$$

Таблица 10

Специальная комбинированная таблица брачности женщин, не состоявших в браке (СССР, 1949–1959 гг.)

Воз- раст	Вероят- ность дожить до воз- раста x, не всту- пив в брак	Вероят- ность всту- пить в брак в возрасте x/x+1 для доживших до возраста x	Вероятность умереть, не вступив в брак в возрасте x/x+1 для доживших до возраста x	Вероятность вступить в брак в возрасте x/x+1 для вступивших в брачный возраст	Вероятность умереть не вступив в брак в возрас- те x/x+1 для вступивших в брачный возраст	Вероятность вступить в брак в возрасте x и старше для вступивших в брачный возраст	Вероятность вступить в брак в возрасте x и старше для не вступив- ших в брак до возраста	Средний возраст вступления в брак для вступивших в брак в возрасте x и старше
x	S'_x	$b'_{x'/x+k}$	$q^s_{x'/x+k}$	$B'_{x'/x+k}$	$d^s_{x'/x+k}$	$B'_{x'/\omega}$	$b'_{x'/\omega}$	$e^b_{x'/\omega}$
15	100000	0,00520	0,00077	520	77	91301	0,9130	22,2
16	99403	0,02759	0,00082	2742	82	90781	0,9133	22,3
17	96579	0,07286	0,00092	7037	89	88039	0,9116	22,5
18	89453	0,11904	0,00098	10648	88	81002	0,9055	22,9
19	78717	0,13992	0,00105	11014	83	70354	0,8938	23,6
20	67620	0,15111	0,00108	10218	73	59340	0,8776	24,3
21	57329	0,16032	0,00111	9191	64	49122	0,8568	25,1
22	48074	0,16969	0,00117	8158	56	39931	0,8306	25,9
23	39860	0,17628	0,00119	7026	48	31773	0,7971	26,8
24	32786	0,17328	0,00121	5681	40	24747	0,7548	27,8

25	27065	0,17228	0,00124	4661	35	19066	0,7045	28,7
26	22369	0,16598	0,00127	3713	28	14405	0,6440	29,8
27	18628	0,14549	0,00135	2710	25	10692	0,5740	30,9
28	15893	0,11711	0,00143	1861	23	7982	0,5022	32,1
29	14009	0,09543	0,00147	1337	21	6121	0,4369	33,2
30	12651	0,08063	0,00154	1020	20	4784	0,3782	34,2
31	11611	0,06664	0,00160	774	18	3764	0,3242	35,3
32	10819	6,05335	0,00167	577	18	2990	0,2764	36,2
33	10224	0,04206	0,00174	430	18	2413	0,2360	37,1
34	9776	0,03986	0,00182	390	18	1983	0,2028	37,9
35	9368	0,03846	0,00192	360	18	1593	0,1700	38,8
36	8990	0,03666	0,00202	329	19	1233	0,1372	39,7
37	8642	0,02357	0,00215	204	18	904	0,1046	40,9
38	8420	0,01838	0,00229	155	19	700	0,0831	41,9
39	8246	0,01408	0,00244	116	20	545	0,0661	42,9
40	8110	0,01069	0,00257	87	21	429	0,0529	43,8
41	8002	0,00839	0,00272	67	22	342	0,0427	44,6
42	7913	0,00609	0,00286	49	23	275	0,0348	45,4
43	7841	0,00609	0,00303	48	24	227	0,0290	46,0
44	7769	0,00489	0,00317	38	25	179	0,0230	46,6

Продолжение таблицы 10

Возраст	Вероятность дожить до возраста x , не вступив в брак	Вероятность вступить в брак в возрасте x , доживших до возраста x	Вероятность умереть, не вступив в брак в возрасте $x/x+1$ для доживших до возраста x	Вероятность вступить в брак в возрасте $x/x+1$ для вступивших в брачный возраст	Вероятность умереть, не вступив в брак в возрасте $x/x+1$ для вступивших в брачный возраст	Вероятность вступить в брак в возрасте x и старше для вступивших в брак в возрасте x и старше	Вероятность вступить в брак в возрасте x и старше для вступивших в брак в возрасте x и старше	Средний возраст вступления в брак для вступивших в брак в возрасте x и старше
x	S'_x	$b'_{x/x+k}$	$q^s_{x/x+k}$	$B'_{x/x+k}$	$d^s_{x/x+k}$	$B'_{x/\omega}$	$b'_{x/\omega}$	$e^b_{x/\omega}$
45	7706	0,00489	0,00328	38	25	141	0,0183	47,2
46	7643	0,00369	0,00344	28	26	103	0,0135	47,9
47	7589	0,00369	0,00370	28	28	75	0,0099	48,4
48	7533	0,00369	0,00403	28	30	47	0,0062	48,9
49	7475	0,00249	0,00439	19	33	19	0,0025	49,5
50	7423							

Составлено по: Дарский Л.Е. Формирование семьи, М., 1972, с. 58.

Обратный переход возможен из соотношения:

$$b_{x/x+k} = 1 - (1 - b'_{x/x+k} - q^s_{x/x+k})^w ,$$

где

$$w = \frac{b'_{x/x+k}}{b'_{x/x+k} + q^s_{x/x+k}} .$$

Используя последнее соотношение, необходимо иметь $b'_{x/x+k}$ и $q^s_{x/x+k}$. В сумме они составляют вероятность выйти из числа холостых в интервале возраста $x / x + k$:

$$g_{x/x+k} = b'_{x/x+k} + q^s_{x/x+k} .$$

Имея коэффициенты брачности ($\delta_{x/x+k}$) и смертности ($m_{x/x+k}$), эта вероятность при построении таблицы находится из соотношения:

$$g_{x/x+k} = 1 - e^{-\delta_{x/x+k} - m_{x/x+k}} .$$

Тогда значения S'_x могут быть найдены по формуле:

$$S'_x = S'_a \prod_a^{x-k} (1 - g_{x/x+k}) .$$

Величины $b'_{x/x+k}$ и $q^s_{x/x+k}$ на основе $g_{x/x+k}$ могут быть получены из следующих соотношений:

$$b'_{x/x+k} = g_{x/x+k} \cdot \frac{\delta_{x/x+k}}{\delta_{x/x+k} + m_{x/x+k}} ,$$

$$q^s_{x/x+k} = g_{x/x+k} \cdot \frac{m_{x/x+k}}{\delta_{x/x+k} + m_{x/x+k}} .$$

Набор дополнительных показателей специальной комбинированной таблицы брачности обычно не отличается от набора чистой, и вычисляются они по тем же формулам из соответствующих основных показателей, отличаясь только интерпретацией.

Комбинированная таблица брачности также, как и чистая, строится для всего интервала возрастов, в которых заключаются первые браки (чаще всего 15–49 лет для женщин и 18–59 лет для мужчин).

Иногда при рассмотрении брачности по отношению к числу родившихся S'_a принимают равным l_a (обычно $a = 15$) из соответствующей таблицы смертности.

Важнейшей характеристикой, получаемой на основе комбинированной таблицы, является распределение лиц, изменивших свое состояние, не вступивших в брак и умерших к предельному возрасту

таблицы, т.е. соотношение величин $\sum_a^{\omega-k} B'_{x/x+k}$ и $\sum_a^{\omega-k} d^s_{x/x+k}$, в сумме равных разности $(S'_a - S'_\omega)$.

Сравнение значений $\sum_a^{\omega-k} B_{x/x+k}$ и $\sum_a^{\omega-k} B'_{x/x+k}$, полученных по чистой и комбинированной таблицам, показывает, насколько смертность снижает шансы вступления в брак.

Отметим, что средние возраста вступления в брак всегда выше по чистой таблице, при этом значения S'_ω , которые дает комбинированная таблица за счет смертности, ниже, чем S_ω по чистой таблице.

Показатели специальной таблицы брачности могут рассматриваться как характеристики некоторого поколения с начальной численностью, равной корню таблицы. В этом случае вероятности, относящиеся к начальной численности поколения (S_x , $B_{x/x+k}$, $B_{x/\omega}$, $B_{a/x}$), могут трактоваться как характеристики состояния или числа событий в поколении. В этом смысле говорят не о вероятности не вступить в брак до возраста (S_x), а о числе не вступивших в брак; не о вероятности вступить в брак в интервале $x/x+k$ ($B_{x/x+k}$), а о числе вступивших в брак и т.п. Такая интерпретация показателей для таблицы брачности позволяет рассматривать ее как систему характеристик брачности в соответствующем стационарном населении. Данная трактовка делает интерпретируемыми и важными показатели числа человеко-лет, прожитых, не вступая в брак, в определенном интервале возраста

$(L^s_{x/x+k} = \int_x^{x+k} S(x)dx)$ как численности не состоявших в браке в стационарном населении соответствующего возраста. При правильной

интерпретации все показатели таблицы брачности могут использоваться для описания, анализа, динамических и территориальных сопоставлений брачности.

При построении комбинированной таблицы брачности обычно учитываются только брачность и смертность, однако может быть учтена также и миграция. Для этого строятся так называемые мультирегиональные таблицы брачности, в которых описывается брачность в нескольких регионах с учетом миграции между ними. Они позволяют проводить комплексный анализ брачности, смертности и миграции, однако требуют очень подробной разработки первичной информации.

Специальная таблица брачности не состоящих в браке может входить в комплекс таблиц, характеризующих брачное движение одного и того же населения. Так строятся комплексные таблицы брачности и таблицы прочности браков с учетом их очередности. При соединении в единый комплекс специальных таблиц брачности для не состоявших в браке и таблиц прочности первых браков последние строятся по шкале длительности брака отдельно для каждого возрастного интервала вступления в брак, а исходной численностью для каждой из них служит число вступивших в брак в интервале возраста по таблице брачности ($B_{x/x+k}$). Специальная таблица брачности может входить и в более сложные комплексы таблиц, объединяясь с таблицами рождаемости, таблицами прочности браков и таблицами брачности для вторых и третьих браков и т.п.

При построении таблицы брачности исходный показатель, как правило, подвергается выравниванию, т.к. эмпирические данные обычно подвержены влиянию аккумуляции и другим случайным искажениям. Единого метода для выравнивания какой-либо из демографических функций брачности на всем протяжении шкалы нет, и обычно подбирают аппроксимирующие функции для отдельных участков шкалы. Имеется эмпирическая модель одной из производных демометрических функций брачности женщин, предложенная Э. Коулом (А. Coale) в 1971 году. Согласно этой модели

$$r_x = \frac{0,174}{k} \cdot e^{-4,411e^{\frac{0,301}{k}(x-x_0)}},$$

где k и x_0 – параметры кривой, а $r_x = \frac{S_x - S_{x+1}}{S_x - S_\omega}$. Возможно применение модели Э. Коула для построения таблиц брачности²³, однако только для женщин.

Таблицы брачности строятся отдельно для мужчин и для женщин, однако, построенные для одного и того же населения, они не составляют единого комплекса, а только дополняют друг друга. Числа вступающих в брак по мужской таблице брачности, как правило, не совпадают с числами, полученными из женской таблицы брачности, даже в том случае, когда учтены все браки независимо от их очередности. Метода построения такой системы таблиц брачности, в которой учитывалось бы формирование брачных пар, мужская и женская брачность, пока нет. Подходом к такой системе могут служить т.н. дифференцированные таблицы брачности, в которых браки дифференцированы по какому-либо признаку партнера. Примером дифференцированной таблицы брачности может служить специальная таблица брачности для холостяков, дифференцированная по брачному состоянию невесты (см. табл. 11).

Соотношения общих и дифференцированных вероятностей в такой таблице соответствуют общему принципу построения дифференцированных демографических таблиц, например, таблиц смертности по причине смерти $b_x = \sum_i b_x^i$. Важной характеристикой дифференцированной таблицы брачности служат частные вероятности вступления в брак $B_{x/x+k}^i$ и частные средние возраста вступления в брак $e_{x/\omega}^i$, которые находятся между собой в следующем соотношении:

$$e_{x/\omega}^b = \sum_i B_{x/\omega}^i \cdot e_{x/\omega}^i.$$

При дифференциации общих таблиц брачности общее число вступивших в брак в возрасте x лет также разбивается на несколько групп относительно избранного признака, характеризующего брач-

²³ Пример использования модели Э. Коула для построения таблиц брачности см.: Тольц М.С. Брачность населения России в конце XIX – начале XX в. // Брачность, рождаемость, смертность в России и в СССР. Под ред. А.Г. Вишневого. М.: Статистика, 1977. С. 140–142, 152–153.

Специальная чистая таблица брачности мужчин, не состоящих в браке, дифференцированная по брачному состоянию невесты
(Украина, 1926–1927 гг.)

Воз- раст	Число холостых к возрасту x	Вероятность вступить в брак в возрасте $x/x+k$				Число вступивших в брак в возрасте $x/x+k$			
		Всего	В том числе с		разве- денной	Всего	В том числе с		разве- денной
			не состоявшей в браке	вдовой			не состоявшей в браке	вдовой	
x	S_x	$b_{x/x+k}$	$b^S_{x/x+k}$	$b^w_{x/x+k}$	$b^d_{x/x+k}$	$B_{x/x+k}$	$B^S_{x/x+k}$	$B^w_{x/x+k}$	$B^d_{x/x+k}$
17	10000	0,1584	0,1519	0,0019	0,0046	1584	1519	19	46
20	8416	0,6824	0,6374	0,0169	0,0281	5743	5364	142	237
25	2673	0,7841	0,6923	0,0412	0,0506	2096	1851	110	135
30	577	0,6967	0,5490	0,0801	0,0676	402	317	46	39
35	175	0,5429	0,3736	0,1036	0,0657	95	65	18	12
40	80	0,3750	0,2192	0,1005	0,0553	30	18	8	4
45	50	0,2800	0,1371	0,0951	0,0478	14	7	5	2
50	36								

Источник: Тольц М.С. Методика построения таблиц брачности холостяков. – В кн.: Демографическая ситуация в СССР. М., 1976, с. 108.

ных партнеров. После этого вычисляют значения частных коэффициентов $\beta_{x/x+k}^i$. По ним вычисляют общее число браков в течение жизни с лицами определенной группы, т.е. соответствующие частные суммарные коэффициенты.

Отношение частных суммарных коэффициентов брачности к величине суммарного коэффициента брачности дает меру частоты браков с лицами данной группы при элиминировании возрастной структуры.

Дифференциация таблицы брачности может производиться по любому демографическому или социальному признаку брачного партнера, показывая особенности брачного подбора в данном поколении.

Обычно все таблицы брачности строятся по шкале возраста, но таблицы брачности для повторных браков строго могут быть построены только по шкале длительности интервала после развода или овдовения. Для сочетания их с возрастом можно строить такие таблицы брачности отдельно для групп возраста в момент овдовения или развода.

V. Таблицы прекращения брака

Таблица прекращения брака – система показателей, измеряющих распада браков в реальной или гипотетической брачной когорте, или в поколении. В таких таблицах отражаются прекращения браков из-за овдовения (смерти мужа, смерти жены) и разводов.

В зависимости от исходного соотношения таблицы прекращения брака делятся на общие и специальные. В общих таблицах прекращения брака число прекращений браков соотносится с общей численностью населения независимо от брачного состояния, и рассматривается частота процесса в поколении. В специальных таблицах прекращения брака число прекращений браков соотносится с численностью состоящих в браке, и характеризуется течение процесса в брачной когорте.

Общие таблицы прекращения брака строятся по шкале возраста отдельно для мужчин и женщин и вычисляются, как правило, для интервала от 15 до 60 или 70 лет. Таблицы могут отражать либо отдельно частоту разводов и овдовений, либо их совместную частоту. Таблицы чаще строятся по пятилетним и более крупным возрастным интервалам.

Первым основным показателем общей таблицы разводимости (см. табл. 12), в которой учитываются только прекращения брака из-за развода, служит среднегодовая частота разводов в данном возрастном интервале, т.е. общий повозрастной коэффициент разводимости:

$$d_{x/x+k} = \frac{D_{x/x+k}}{\bar{S}_{x/x+k}},$$

где $D_{x/x+k}$ – общее число разводов в возрастном интервале от x до $x+k$;

$\bar{S}_{x/x+k}$ – средняя численность лиц всех категорий брачного состояния в этом возрастном интервале.

Средняя частота разводов за период, равный величине возрастного интервала, получается путем умножения соответствующего общего повозрастного коэффициента разводимости на величину данного возрастного интервала:

$$D_{x/x+k} = k \cdot d_{x/x+k}.$$

**Общая таблица разводимости женщин
(Швеция, 1975 г.; основные показатели на 10 000 женщин)**

Возраст	Средний коэффициент разводимости в возрасте	Среднее число разводов за интервал возраста	Среднее число разводов до возраста
x	$d_{x/x+5}$	$D_{x/x+5}$	$D_{0/x}$
15–19	4	20	–
20–24	72	360	20
25–29	173	865	380
30–34	192	960	1225
35–39	176	880	2185
40–44	143	715	3065
45–49	99	495	3780
50–54	60	300	4275
55–59	33	165	4575
60–64	18	90	4740
65–69	10	50	4830
70–74	4	20	4880
75–79	1	5	4900
80			4905

Расчитано по: Demographic Yearbook. 1975. UN, N-Y., 1976.

Средняя частота разводов за период до возраста x получается последовательным суммированием соответствующих чисел разводов для интервалов возраста:

$$D_{0/x} = \sum_0^{\omega-k} D_{x/x+k} \quad .$$

Последнее значение данного кумулятивного коэффициента ($D_{0/x}$) соответствует суммарному коэффициенту разводимости. Суммарный коэффициент разводимости – хороший измеритель уровня разводимости; элиминируя влияние возрастной структуры, он показывает, ка-

ким будет среднее число разводов в поколении при данном уровне разводимости.

Показатели общей таблицы разводимости могут быть распределены на показатели первых и повторных разводов, аналогично показателям общей таблицы брачности, но практически это делается редко, т.к. доля повторных разводов обычно невелика.

Из дополнительных показателей общей таблицы разводимости значение имеет только средний возраст при разводе. Для всех разводов он находится по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum_0^{\omega-k} D_{x/x+k} \cdot (x + \frac{k}{2})}{D_{0/\omega}}.$$

Для разводов в возрасте старше x этот показатель равен:

$$\bar{x}_{x/\omega} = \frac{\sum_x^{\omega-k} D_{x/x+k} \cdot (x + \frac{k}{2})}{\sum_x^{\omega-k} D_{x/x+k}}.$$

Исходным показателем общей таблицы разводимости как для реального, так и для гипотетического поколения служит коэффициент разводимости $d_{x/x+k}$, получаемый по данным текущего учета и переписи или по данным обследований.

Аналогично в принципе может быть построена и общая таблица овдовения, показывающая, как часто происходят овдовения на протяжении жизни поколения. Основные показатели этой таблицы подобны тем, что в общей таблице разводимости ($w_{x/x+k}$, $W_{x/x+k}$, $W_{0/x}$). Дополнительные показатели могут быть получены аналогично соответствующим показателям в общих таблицах брачности и разводимости.

Однако, общие таблицы овдовения строятся редко из-за отсутствия необходимой информации, т.к. факт овдовения устанавливается обычно лишь косвенно, как следствие смерти человека противоположного пола, состоявшего в браке, а необходимые для этого характеристики пережившего супруга, в том числе и возраст, фиксируются и разрабатываются редко. На основе специальных обследований может быть построена только часть таблицы овдовения для реального поколения до возраста поколения в момент обследования или для

гипотетического поколения за период, предшествующий обследованию, но это делается редко, т.к. лица старших возрастов, наиболее важные с точки зрения изучения овдовений, редко бывают представлены в обследованиях в достаточном числе.

В случае, если известно повозрастное распределение смертей для лиц, состоящих в браке, добавив к показателям общих таблиц овдовения и разводимости соответствующие показатели, характеризующие смертность состоящих в браке, вычисленные по отношению к общей численности населения каждого возраста ($m_{x/x+k}$, $M_{x/x+k}$, $M_{0/x}$), можно в одной таблице получить описание распада брака в когорте от всех трех возможных причин.

В ней общие повозрастные коэффициенты, учитывающие все причины прекращения брака, составят:

$$r_{x/x+k} = d_{x/x+k} + w_{x/x+k} + m_{x/x+k} .$$

На их основе находится общая средняя частота прекращения браков за период:

$$R_{x/x+k} = k \cdot r_{x/x+k} = D_{x/x+k} + W_{x/x+k} + M_{x/x+k} .$$

Средняя общая частота прекращения браков до возраста x будет

$$R_{0/x} = \sum_0^{x-k} R_{x/x+k} = \sum_0^{x-k} D_{x/x+k} + \sum_0^{x-k} W_{x/x+k} + \sum_0^{x-k} M_{x/x+k} .$$

Дополнительно к этим основным показателям может быть вычислен средний возраст прекращения брака от всех причин:

$$\bar{x}_r = \frac{\sum_0^{x-k} R_{x/x+k} \cdot (x + \frac{k}{2})}{\sum_0^{x-k} R_{x/x+k}} .$$

Сравнение содержащихся в такой таблице данных о различных причинах прекращения браков показывает относительное значение каждой из них.

Специальные таблицы прекращения брака строятся по шкале длительности брака. Чаще всего используются одногодичные возрастные интервалы (полная таблица), реже — пятилетние и более крупные (краткая таблица). Иногда в одной и той же таблице сочетаются одно-

летние интервалы для первых 10–15 лет длительности брака и пяти-летние (или десятилетние) для большей длительности брака.

Таблицы отражают либо изолированное влияние разводов и смертей (овдовений), либо их совместное воздействие на численность брачной когорты.

Специальные таблицы разводимости показывают, как данная реальная или гипотетическая когорта браков уменьшается из-за разводов по мере увеличения продолжительности брака. В специальной таблице разводимости разводы рассматриваются изолированно от других процессов (смертности, овдовения и миграции), поэтому такая таблица по виду строится как чистая демографическая таблица.

Основными показателями специальной таблицы разводимости (см. табл. 13) служат:

M_y – вероятность не развестись до длительности брака y ;

$d_{y/y+k}$ – вероятность развестись в интервале длительности брака от y до $y+k$ для браков, сохранившихся к длительности y ;

$D_{y/y+k}$ – вероятность развода в интервале длительности брака от y до $y+k$ для всех заключенных браков.

Эти показатели находятся между собой в следующих соотношениях:

$$D_{y/y+k} = M_y \cdot d_{y/y+k} ,$$

$$M_{y+k} = M_y \cdot (1 - d_{y/y+k}) .$$

В стационарном населении вероятности, относящиеся к начальной численности когорты, получают иную интерпретацию. Значения M_y рассматриваются как ряд чисел браков, не распавшихся из-за развода к длительности брака y , а величины $D_{y/y+k}$ – как распределение разводов по длительности брака.

Дополнительных показателей в таблице обычно бывает несколько. Вероятность развестись при длительности брака y и больше для всех заключенных браков равна

$$D_{y/\omega} = \sum_y^{\omega-k} D_{y/y+k} ,$$

где ω – верхняя граница возможной продолжительности брака.

Специальная таблица разводимости (Франция, 1965 г.)

Длительность брака	Вероятность не развестись до длительности брака u	Вероятность развода в интервале длительности брака $u/y+1$ для браков, сохранившихся к длительности u	Вероятность развода в интервале длительности брака $u/y+1$ для всех заключенных браков	Вероятность развода при длительности брака u и больше для всех заключенных браков	Вероятность развода при длительности брака u и больше для браков, сохранившихся к длительности u	Средняя длительность брака при разводе для браков с длительностью u и больше
y	M_y	$d_{y/y+1}$	$D_{y/y+1}$	$D_{y/\omega}$	$d_{y/\omega}$	e_y
0	10000	0,0011	11	1100	0,1100	11,8
1	9989	0,0032	32	1089	0,1090	11,9
2	9957	0,0052	52	1057	0,1062	12,2
3	9905	0,0063	62	1005	0,1015	12,7
4	9843	0,0067	66	943	0,0958	13,3
5	9777	0,0069	67	877	0,0897	14,0
6	9710	0,0067	65	810	0,0834	14,7
7	9645	0,0064	62	745	0,0772	15,4
8	9583	0,0061	58	683	0,0713	16,1
9	9525	0,0059	56	625	0,0656	16,8
10	9469	0,0056	53	569	0,0601	17,5

11	9416	0,0053	50	516	0,0548	18,2
12	9366	0,0050	47	466	0,0498	18,9
13	9319	0,0047	44	419	0,0450	19,6
14	9275	0,0044	41	375	0,0404	20,4
15	9234	0,0042	38	334	0,0362	21,1
16	9196	0,0038	35	296	0,0322	21,8
17	9161	0,0035	32	261	0,0285	22,5
18	9129	0,0033	30	229	0,0251	23,2
19	9099	0,0030	27	199	0,0219	23,9
20	9072	0,0028	26	172	0,0190	24,6
21	9046	0,0026	23	146	0,0161	25,4
22	9023	0,0023	21	123	0,0136	26,1
23	9002	0,0020	17	102	0,0113	26,9
24	8985	0,0017	16	85	0,0095	27,5
25	8969	0,0016	14	69	0,0077	28,2
26	8955	0,0014	12	55	0,0061	28,9
27	8943	0,0012	11	43	0,0048	29,6
28	8932	0,0010	9	32	0,0036	30,3
29	8923	0,0007	7	23	0,0026	31,1
30	8916	0,0007	6	16	0,0018	31,7

Продолжение таблицы 13

1	2	3	4	5	6	7
31	8910	0,0004	4	10	0,0011	32,5
32	8906	0,0003	3	6	0,0007	33,2
33	8903	0,0002	2	3	0,0003	33,8
34	8901	0,0001	1	1	0,0001	34,5
35	8900					

Составлено по: Maison D. Ruptures d'union par décès ou divorce. Population, 1974, N 2, p. 249.

Вероятность развестись до длительности брака y для всех заключенных браков составляет:

$$D_{0/y} = \sum_0^{y-k} D_{y/y+k} .$$

При этом $D_{0/y} + D_{y/\omega} = M_0 - M_\omega$, т.е. в сумме две эти вероятности равны начальной численности брачной когорты без тех браков, которые не распадутся из-за развода.

Вероятность развестись при длительности брака y и больше для браков, сохранившихся к длительности y , находится по формуле:

$$d_{y/\omega} = \frac{D_{y/\omega}}{M_y} .$$

Средняя длительность брака при разводах, происшедших при длительности брака y и больше, при практических расчетах обычно получается по формуле:

$$e_y = \frac{\sum_y^{y-k} D_{y/y+k} \cdot (y + \frac{k}{2})}{D_{y/\omega}} .$$

Специальные таблицы разводимости могут строиться отдельно для групп возраста при вступлении в брак. Исходным показателем обычно служит вероятность развестись в интервале $y / y + k$ для сохранившихся браков $d_{y/y+k}$. Она находится для реальной когорты или по данным продольного наблюдения по результатам регистрации чисел браков и разводов, или путем ретроспективного наблюдения, когда собираются сведения о дате (возрасте) вступления в брак и его прекращении с указанием причины распада брака. Специальные чистые таблицы разводимости для гипотетических когорт можно строить либо в результате специальной обработки данных единовременного обследования, либо из сопоставления данных переписи и текущего учета разводов.

Получив величины $d_{y/y+k}$, находят на их основе остальные показатели, причем M_0 – корень таблицы – считается известным и принимается равным 10 000 или 100 000:

$$M_y = M_0 \prod_0^{y-k} (1 - d_{y/y+k}) ,$$

$$D_{y/y+k} = \left[M_0 \prod_0^{y-k} (1 - d_{y/y+k}) \right] d_{y/y+k} .$$

Возможно построение таблицы и на основе приведенных коэффициентов разводов, которые принимаются в этом случае за значения вероятности развестись в интервале длительности брака $y / y + k$ для всех заключенных браков $D_{y/y+k}$. По ним разворачиваются остальные показатели таблицы:

$$M_y = M_0 - \sum_0^{y-k} D_{y/y+k} ,$$

$$d_{y/y+k} = \frac{D_{y/y+k}}{M_0 - \sum_0^{y-k} D_{y/y+k}} .$$

Выравнивание исходного показателя при построении таблиц, как правило, необходимо, но нет никакой аналитической формулы, пригодной для аппроксимации исходной функции, и поэтому на практике приходится прибегать или к подбору аппроксимирующих функции для отдельных участков кривой, или применять графическое выравнивание.

Специальные таблицы овдовения строятся для определенной брачной когорты отдельно для мужчин и женщин и показывают, как часто происходят овдовения при разной длительности брака и как с увеличением длительности брака постепенно овдовеют все вступившие в брак.

Основные показатели специальной таблицы овдовения (см. табл. 14) следующие:

M_y – вероятность не овдоветь к длительности брака y ;

$v_{y/y+k}$ – вероятность овдоветь в интервале длительности брака от y до $y + k$ для неовдовевших к длительности y ;

$V_{y/y+k}$ – вероятность овдоветь в интервале длительности брака от y до $y + k$ для всех вступивших в брак.

**Специальная таблица овдовения женщин
(Канада, 1974 г.)**

Дли- тель- ность брака	Вероят- ность не овдоветь к дли- тельности брака y	Вероятность овдоветь в интервале длительно- сти брака $y/y+5$	Вероятность овдоветь в интервале $y/y+5$ для всех всту- пивших в брак	Вероят- ность овдоветь до дли- тельности брака y	Средняя длительность брака при овдовении при длительности брака y и более
y	M_y	$v_{y/y+5}$	$V_{y/y+5}$	$V_{o/y}$	e_y
0	10000	0,0215	215	—	42,7
5	9785	0,0267	261	215	43,6
10	9524	0,0337	321	476	44,6
15	9203	0,0430	396	797	45,7
20	8807	0,0552	486	1193	47,0
25	8321	0,0704	586	1679	48,4
30	7735	0,0935	723	2265	50,0
35	7012	0,1271	891	2988	51,8
40	6121	0,1746	1069	3879	53,9
45	5052	0,2375	1200	4948	56,2
50	3852	0,3206	1235	6148	59,0
55	2617	0,4245	1111	7383	62,0
60	1506	0,5598	843	8494	65,4
65	663	0,7315	485	9337	69,1
70	178	0,8483	151	9822	73,3
75	27	0,9259	25	9973	77,9
80	2		2	9998	82,5

Рассчитано по: Demographic Yearbook. 1975.UN, N.-Y., 1976.

Если вероятности, относящиеся к начальной численности когор-
ты, рассматривать как систему характеристик овдовения в соответ-
ствующем стационарном населении, то вероятность не овдоветь к
длительности брака y (M_y) может трактоваться как число не овдо-

вевших к данной длительности брака в стационарном населении, а вероятность овдоветь в интервале длительности брака $y / y + k$ ($V_{y/y+k}$) рассматривается как число овдовевших в данном интервале длительности брака.

Основные показатели таблицы находятся между собой в следующих соотношениях:

$$V_{y/y+k} = M_y \cdot v_{y/y+k} ,$$

$$M_{y+k} = M_y (1 - v_{y/y+k}) .$$

При этом надо отметить, что т.к. рано или поздно все вдовеют, то вероятность овдоветь после достижения длительности брака у составляет:

$$V_{y/\omega} = \sum_y^{\omega-k} V_{y/y+k} = M_y ,$$

где ω – верхняя граница возможной продолжительности брака.

Дополнительно к основным может быть на их основе вычислено еще несколько показателей.

Вероятность овдоветь до достижения длительности брака у находится следующим образом:

$$V_{0/y} = \sum_0^{y-k} V_{y/y+k} .$$

При этом $V_{0/y} + V_{y/\omega} = M_0$, т.е. две названные вероятности в сумме равны начальной численности брачной когорты, которая в специальной чистой таблице овдовения уменьшается только за счет смерти супруга.

Вероятность овдоветь в будущем для тех, кто не овдовел к длительности брака у, всегда равна единице.

Средняя ожидаемая длительность брака до овдовения для не овдовевших до длительности брака у может быть выражена так:

$$e_y = \frac{\sum_y^{\omega-k} V_{y/y-k} \cdot (y + \frac{k}{2})}{M_y} .$$

Специальные таблицы овдовения для реальных брачных когорт могут вычисляться по данным обследований (переписей), когда в них собираются сведения о дате (возрасте) вступления в брак и его прекращения с указанием причины распада брака. Для построения таблицы по материалам текущего наблюдения требуются очень подробные сведения о заключенных браках и смертности состоящих в браке. Поэтому специальные таблицы овдовения для реальных брачных когорт строятся редко из-за отсутствия необходимой информации.

Для построения специальной таблицы овдовения для гипотетических поколений достаточно иметь лишь данные о смертности лиц противоположного пола, состоящих в браке, и распределение таких лиц по возрасту вступления в брак за тот же период. Если S_x – число мужчин (женщин), вступивших в брак в возрасте x , то вероятность не овдоветь для женщины (мужчины) к длительности брака y будет:

$$M_y^{f(m)} = \frac{1}{\sum_x S_x} \cdot \sum_x S_x \prod_{y=0}^{y-1} \frac{L_{x+y+1}^{m(f)}}{L_{x+y}^{m(f)}},$$

где $L_x^{m(f)}$ – численность стационарного населения по соответствующей таблице смертности для женатых мужчин (замужних женщин).

Числа S_x можно взять или фактические (по данным регистрации браков или переписи населения), или лучше по таблице брачности. Можно для этих целей использовать и приведенные коэффициенты брачности.

Получив, как исходные показатели, значения M_y , на их основе можно развернуть остальные показатели таблицы, приняв начальную численность брачной когорты M_0 равной, например, 10 000:

$$V_{y/y+k} = M_y - M_{y+k},$$

$$v_{y/y+k} = \frac{M_y - M_{y+k}}{M_y}.$$

При построении такого рода никакое выравнивание показателей не требуется, т.к. оно было уже применено при построении соответствующих таблиц смертности.

Таблицы смертности для состоящих в браке строятся редко, и поэтому для таблиц овдовения обычно приходится пользоваться данными из таблиц смертности для всех лиц, что несколько завышает показатели овдовения, т.к. смертность состоящих в браке обычно ниже, чем у не состоящих в браке и, следовательно, во всем населении. Степень такого завышения можно установить только из прямого сравнения, но при высоком уровне брачности, когда большинство населения бракоспособных возрастов состоит в браке, это завышение невелико.

Специальные таблицы, в которых прослеживается взаимодействие разводимости и овдовения, называются таблицами прочности брака. Они отражают совместное действие всех причин распада брака и являются комбинированными таблицами. Их основные показатели (см. табл. 16) следующие:

P_y – вероятность сохранения брака до длительности y после его заключения;

$q_{y/y+k}^m$ – вероятность распада брака из-за смерти мужа в интервале $y / y + k$ для браков, сохраняющихся до длительности y ;

$q_{y/y+k}^f$ – вероятность распада брака из-за смерти жены в интервале $y / y + k$ для браков, сохраняющихся до длительности y ;

$q_{y/y+k}^d$ – вероятность распада брака из-за развода в интервале $y / y + k$ для браков, сохраняющихся до длительности y ;

$W_{y/y+k}^m$ – вероятность распада брака из-за смерти мужа в интервале $y / y + k$ для всех заключенных браков;

$W_{y/y+k}^f$ – вероятность распада брака из-за смерти жены в интервале $y / y + k$ для всех заключенных браков;

$W_{y/y+k}^d$ – вероятность распада брака из-за развода в интервале $y / y + k$ для всех заключенных браков.

В стационарном населении значения P_y рассматривают как число сохранившихся браков к длительности y , а величины $W_{y/y+k}^m$, $W_{y/y+k}^f$, $W_{y/y+k}^d$ – как числа браков, прекратившихся в интервале $y / y + k$ от соответствующей причины.

**Специальная комбинированная таблица прекращения брака
(Франция, 1965–1970 гг., выдержка)**

Длительность брака	Вероятность сохранения брака до длительности y	Вероятность распада брака в интервале $y/y+k$ для браков, сохраняющихся до длительности y				Вероятность распада брака в интервале $y/y+k$ для всех заключенных браков			
		Всего	в том числе вследствие			Всего	в том числе вследствие		
			смерти жены	смерти мужа	развода		смерти жены	смерти мужа	развода
y	P_y	$q_{y/y+k}$	$q_{y/y+k}^f$	$q_{y/y+k}^m$	$q_{y/y+k}^d$	$W_{y/y+k}$	$W_{y/y+k}^f$	$W_{y/y+k}^m$	$W_{y/y+k}^d$
0	10000	0,0338	0,0035	0,0082	0,0221	338	35	82	221
5	9662	0,0452	0,0042	0,0098	0,0312	437	41	95	301
10	9225	0,0909	0,0147	0,0351	0,0411	839	136	324	379
20	8386	0,2272	0,0592	0,1506	0,0174	1905	496	1263	146
35	6481	0,5891	0,1666	0,4225	—	3818	1080	2738	—
50	2663								

Составлено по: Maison D. Rupture d'union par décès ou divorce. Population, 1974, № 2, p. 249.

Общее число браков, прекратившихся в годичном интервале $y / y + 1$ (W_y), может быть распределено между тремя причинами пропорционально доле вероятности прекращения брака в этом интервале от данной причины в общей сумме вероятностей прекращения брака от всех причин:

$$W_y^m = W_y \frac{q_y^m}{q_y^m + q_y^f + q_y^d},$$

$$W_y^f = W_y \frac{q_y^f}{q_y^m + q_y^f + q_y^d},$$

$$W_y^d = W_y \frac{q_y^d}{q_y^m + q_y^f + q_y^d}.$$

Значения W_y находятся следующим образом:

$$W_y = (P_0 \prod_0^{y-1} Q_y)(1 - Q_y),$$

где $Q_y = (1 - q_y^m)(1 - q_y^f)(1 - q_y^d)$.

Q_y – вероятность того, что брак не распадается в течение года ни по одной из причин.

Величины P_y определяются из соотношения:

$$P_y = P_0 - \sum_0^{y-1} W_y$$

При этом P_0 принимается равным 10 000 или 100 000.

Набор дополнительных показателей комбинированной таблицы прочности брака может быть весьма обширным, причем их интерпретация, конечно, иная, чем у аналогичных показателей чистых таблиц разводимости и овдовения.

Вероятность прекращения брака в когорте при длительности брака, большей y , равна сумме отдельных причин распада брака в будущем:

$$\sum_y^{\omega-1} W_y = \sum_y^{\omega-1} W_y^m + \sum_y^{\omega-1} W_y^f + \sum_y^{\omega-1} W_y^d ,$$

причем $\sum_y^{\omega-1} W_y = P_y$.

Вероятность прекращения брака в когорте к длительности y составляет:

$$\sum_0^{y-1} W_y = \sum_0^{y-1} W_y^m + \sum_0^{y-1} W_y^f + \sum_0^{y-1} W_y^d ,$$

при этом $\sum_0^{y-1} W_y = P_0 - P_y$.

Вероятности распада тех браков, которые сохранились к длительности y ($q_{y/y+k}$), поскольку в конечном счете все браки распадаются, равны единице.

Соответствующие частные вероятности будут:

$$q_{y/\omega}^m = \frac{\sum_y^{\omega-1} W_y^m}{P_y} ,$$

$$q_{y/\omega}^f = \frac{\sum_y^{\omega-1} W_y^f}{P_y} ,$$

$$q_{y/\omega}^d = \frac{\sum_y^{\omega-1} W_y^d}{P_y} .$$

В сумме они составляют:

$$q_{y/\omega} = q_{y/\omega}^m + q_{y/\omega}^f + q_{y/\omega}^d = 1$$

Средняя длительность брака, распавшегося по любой причине, может быть выражена следующим образом:

$$e_0^p = \frac{1}{P_0} \int_0^{\omega} P(y) dy .$$

Дискретное приближение дает формулу, которая может быть использована на практике:

$$e_0^p = \frac{\sum_0^{\omega-1} W_y \cdot (y + \frac{1}{2})}{P_0} .$$

При этом мы исходим из того, что $\sum_0^{\omega-1} W_y = P_0$.

Аналогично вычисляется средняя длительность брака, прекратившегося из-за смерти мужа:

$$e_0^m = \frac{\sum_0^{\omega-1} W_y^m \cdot (y + \frac{1}{2})}{\sum_0^{w-1} W_y^m} ;$$

из-за смерти жены:

$$e_0^f = \frac{\sum_0^{\omega-1} W_y^f \cdot (y + \frac{1}{2})}{\sum_0^{\omega-1} W_y^f} ;$$

из-за развода:

$$e_0^d = \frac{\sum_0^{\omega-1} W_y^d \cdot (y + \frac{1}{2})}{\sum_0^{\omega-1} W_y^d} .$$

Важнейшей характеристикой, получаемой на основе комбинированной таблицы прекращения брака, является распределение всех случаев распада брака по причинам:

$$\sum_0^{\omega-1} W_y = \sum_0^{\omega-1} W_y^m + \sum_0^{\omega-1} W_y^f + \sum_0^{\omega-1} W_y^d .$$

Для вычисления такой таблицы требуются весьма обширные статистические материалы.

Поскольку чистые и комбинированные таблицы по-разному отражают прекращение брака, сравнение их значений для одной и той же когорты показывает значение элиминирования смертности и разводимости для прочности брака, позволяет выявить действие отдельных причин на процесс.

Рекомендуемая литература

1. Boleslawski L. Tablice plodnosci kobiet wedlug generacji. Warszawa, 1974
2. Bogue D. Principles of demography. N.Y.-L., 1969
3. Chiang C.L. The life tables and its application. Malabar, Fla., 1984
4. Shryock H.S., Siegel J.S. The methods and materials of demography. 4 ed. Vol. 1–2. Wash., 1980
5. Coale A., Demeny P. Regional model life tables and stable populations. Princeton, 1966
6. Дарский Л.Е. Формирование семьи. – М., 1972
7. Hoem J.M. Probabilistic fertility models of the life table type. Oslo, 1970
8. Preston S., Keyfitz N., Schoen R. Causes of death. Life tables for national populations. N.Y.-L., 1972
9. Rogers A. Introduction to multiregional mathematical demography. N.Y., 1975
10. The theory of population. Moscow, 1978
11. Whelpton P.K. Cohort fertility, white native women in the United States. Princeton, 1954
12. Wunch G.J., Termote M.J. Introduction to demographic analysis. N.Y.-L., 1978

Сведения об авторах

Леонид Дарский

Леонид Евсеевич Дарский родился 11 февраля 1930 года в Москве в известной театральной семье. В 1949 г. поступил на физический факультет Московского Государственного Университета, в 1950 перешел на юридический факультет, который окончил в 1955 г. После окончания университета Л. Дарский работал во Всесоюзном научно-исследовательском институте социальной гигиены и организации здравоохранения им. Н.А. Семашко, в лаборатории известного социал-гигиениста А.М. Меркова. С 1964 по 1995 г. он бессменно руководил одной из лабораторий Отдела демографии НИИ ЦСУ СССР (позже – Госкомстата России). В центре научных интересов Л. Дарского в течение многих лет оставались демографические методы изучения брачности и рождаемости, статистико-математические модели формирования семьи. Под его руководством разрабатывались и анализировались материалы обследований ЦСУ СССР и Госкомстата России в области рождаемости и формирования семьи, материалы микропереписей населения 1985 и 1994 гг. С начала 70-х гг. Л. Дарский был одним из основных авторов официальных прогнозов рождаемости населения СССР и всех союзных республик. Особо следует упомянуть работу Л. Дарского совместно с Е. Андреевым и Т. Харьковой по оценке людских потерь СССР в войне 1941–1945 гг. и заполнению белых пятен демографической истории СССР и России. Умер Л.Е. Дарский 28 октября 2001 г.

Л. Дарский – автор более 160 научных работ. Некоторые основные публикации: Статистика мнений в изучении рождаемости (в соавторстве с В.А. Беловой). М.: Статистика, 1972; Формирование семьи. (Демографо-статистическое исследование). М.: Статистика, 1972; Рождаемость: Проблемы изучения. (Сб. статей). Под ред. Л.Е. Дарского. М.: Статистика, 1976; Экономико-демографические процессы в реальных поколениях (в соавторстве с Е.М. Андреевым) // Демографические процессы и их закономерности. М.: Мысль, 1986; Современные проблемы и перспективы рождаемости (в соавторстве с В.А. Беловой и Г.А. Бондарской) // Методология демографического прогноза. Отв. ред. А.Г. Волков. М.: Наука, 1988; Брачное состояние женщин и рождаемость (в соавторстве с Г.А. Бондарской) // Демогра-

фические процессы в СССР. Отв. ред. А.Г. Волков. М.: Наука, 1990; Население Советского Союза 1922–1991 (в соавторстве с Е.М. Андреевым и Т.Л. Харьковой). М.: Наука, 1993; Движение населения: источники данных и статистический анализ (в соавторстве с Андреевым Е.М., Волковым А.Г., Харьковой Т.Л.). Учебное пособие. М., 1995; Брачность в России. Анализ таблиц брачности (в соавторстве с Ильиной И.П.) М.: Информатика, 2000; The Population Age and Sex Structure of the USSR: Causes of Deformation and Prospects of Normalization (with Andreev E.) //Changing Population Age Structure. 1990–2015. UN Geneva, 1992; Marital Status Behavior of Women in the Former USSR: Regional Aspects (with S.Scherbov). //Working Paper II-ASA. WP.43–93. – August, 1993; Quantum and Timing of Births in the USSR. //Demographic Trends and Patterns in the Soviet Union before 1991. Ed. By W.Lutz, S.Scherbov and A.Volkov. London and New York.: Routledge, 1994; Демографическая история России: 1927–1959 (в соавторстве с Е.М. Андреевым и Т.Л. Харьковой). М.: Информатика, 1998.

Марк Тольц

Марк Соломонович Тольц окончил с отличием в 1974 г. экономический факультет Пермского университета. Там обучался по индивидуальной программе со специализацией по демографии. Стажировался в 1973–1974 гг. в Центре по изучению проблем народонаселения экономического факультета МГУ. После окончания университета более десяти лет работал в Статистическом управлении Пермской области. В 1982 г. защитил под руководством Л.Е. Дарского кандидатскую диссертацию по специальности «Статистика» в НИИ ЦСУ СССР. Тема диссертации: «Статистический анализ брачности». В 1985–1991 гг. в Москве работал в институтах Госплана России и АН СССР. С 1992 г. продолжает исследования в Иерусалимском университете.

Некоторые основные публикации: Брачность населения России в конце XIX – начале XX в. // Брачность, рождаемость, смертность в России и в СССР. Под ред. А.Г. Вишневого. М.: Статистика, 1977. С. 138–153; Демографический анализ брачности: проблемы, методы, интерпретация результатов // Методы исследования. Под ред. А.Г. Вишневого. М.: Мысль, 1986. С. 79–95, 174–175; Ethnicity, Religion and Demographic Change in Russia: Russians, Tatars and Jews // Evolution or Revolution in European Population. European Population

Conference, Milano 1995. Vol. 2. Milan: EAPS and IUSSP, 1996. P. 165–179; Тайны советской демографии // Демоскоп-Weekly [интернет-ресурс]. 2004. № 171–172; Рождаемость и трансформация института семьи в современной России // Вопросы статистики. 2005. № 7. С. 51–60 (в соавторстве с О.И. Антоновой и Е.М. Андреевым); Population and Migration since World War I [up to the 21st Century] // The YIVO Encyclopedia of Jews in Eastern Europe. Eds. G.D. Hundert. New Haven, CT: Yale University Press, 2008. P. 1429–1440; Глобальная демография постсоветской еврейской диаспоры // Диаспоры. 2011. № 2. С. 6–39.

Учебное издание

ДАРСКИЙ Леонид Евсеевич
ТОЛЬЦ Марк Соломонович

ДЕМОГРАФИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Учебное пособие

Подготовка оригинал-макета:
Издательство «МАКС Пресс»
Редактор издательства *Е.М. Бугачева*
Компьютерная верстка: *Т.Б. Цветкова*
Дизайн обложки: *В.В. Кононов*

Подписано в печать 05.07.2013 г.
Формат 60х 90 1/16. Усл.печ.л. 6,5. Тираж 150 экз. Изд. № 216.

Издательство ООО «МАКС Пресс».
Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова,
2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495)939-3890/3891. Тел./Факс 8(495)939-3891.

Отпечатано в ППП «Типография «Наука»
121099, Москва, Шубинский пер., 6
Заказ №