Astro-grimcat

Ervin Kafexhiu

Pjesa I

Grimcat & Bashkeveprimet Elementare, Modeli Standart

Permbajtja

Literatura

Ju sygjeroj:

- **"Introduction to Elementary Particle Physics"**, Griffiths (2008).
- **"Astroparticle Physics"**, Grupen (2005) [ose (2020)].
- **"Particle and Astroparticle Physics"**, De Angelis, Pimenta, Conceição (2021).

Databaza

Burime profesionale te dhenash:

- **Particle Data Group (PDG)** [pdg.lbl.gov] – Te dhena per te gjitha grimcat.

- **NIST instituti i standarteve (CODATA)** (nist.gov/pml/productsservices/physical-reference-data) – Te gjitha madhesite fizike.

- **Cosmic-Ray DataBase (CRDB)** (lpsc.in2p3.fr/crdb) – Te dhenat per rrezatimin kozmik.

Databaza te tjera do ti permendim kur te na duhen.

Hyrje

- Astronomia lindi si nevoje/kuriozitet e njeriut per te kuptuar fenomenet qiellore dhe rolin e tyre ne Toke.
- Historikisht vezhgimet astronomike jane bere me driten e dukshme.
- Zhvillimet e fundit teknologjike (si psh material te reja, elektronike, kompjutera etj.) mundesoje ndertimin e detektoreve modern.
- Zhvillimi i ketyre detektoreve mundersoje vezhgime:
  - shume te sakta astronomike,
  - te gjithe spektrin elektromagnetik (nga radiovalet tek rrezet-γ).
  - grimca te tjera perveç fotoneve (psh: neutrinot, protonet, elektronet, berthamat atomike, si dhe me grimca jo stabel si neutronet, myonet, etj).

Astrofizika e grimcave

Astrofizika e grimcave (shkurt Astrogrimcat) eshte nje fushe relativisht e re nderdisiplinare e pozicionuar midis fizikes fundamentale dhe astrofizikes. Ajo aplikon njohurite e fizikes fundamentale dhe grimcave elementare ne astrofizike. Gjithashtu perdor vezhgimet astronomike per te testuar dhe mesuar rreth fizikes fundamentale.

Astrofizika grimcave studion grimcat elementare me prejardhje astronomike si dhe lidhjen e tyre me astrofiziken dhe kozmologjine.

Kujtese: Fizika Fondamentale = Energjite e Larta!

Fizika e energjive te larta eshte sinonime sot me teorite fondamentale. Arsya eshte parimi i papercaktueshmerise se Heisemberg-ut ku $\Delta x \simeq \hbar/\Delta p \simeq \hbar/p$ ku per $(p \uparrow) \Rightarrow (\Delta x \downarrow)$.

Plani

Pjesa I: Grimcat Elementare (6 leksione)

- Simetrite dhe ligjet e ruajtjes. Teorema Noether-it.
- Klasifikimi i grimcave elementare.
- Principet baze te Mekanikes Kuantike Relativiste dhe Teorise Kuantike te Fushes.
- Modeli Standart i grimcave elementare.

Pjesa II: Astrofizike Grimcash (5 leksione)

- Rrezatimi Kozmik.
- Rrezatimi Elektromagnetik.
- Astronomia me Neutrinot.
- Valet Gravitacionale.

Historiku i Zbulimeve te Grimcave

Modeli Atomik

1897 *Thomson:* Zbulon Electronin e^{-}. Atomi permban elektrone te perziera me ngarkesen pozitive (si kek me fruta).

1911 *Rutherford:* Atomi konsiston pergjithesisht si hapesire boshe dhe me ngarkesa pozitive te perqendruara ne nje berthame shume te vogel qe mban gjithe masen e atomit.

1913 *Bohr:* Modeli i pare kuantik i atomit. Elektronet vertiten ne orbita rrethore stabel te kuantizuara $L = n\,\hbar$.

1917 *Rutherford:* Provon qe existence e protonit nga reaksioni berthamor $\alpha +^{14} N \rightarrow^{17} O + p$. Protoni eshte postuluar qe ne 1815 bazuar ne masat atomike.

1932 *Chadwick:* Zbulon Neutronin nga $\alpha +^{9} Be \rightarrow^{12} C + n$. Berthama atomit permban protone dhe neutrone.

Fotoni (γ)

1900 *Planck:* Shpjegon spektrin e trupit te zi.

1905 *Einstein:* Shpjegon efektin fotoelektrik. Rrezatimi elektromagnetik eshte thelbesisht i kuandizuar. Teoria e Einstein u prit me skepticizm.

1916 *Millikan:* Provon eksperimentalisht teorine e Einstein-it.

1923 *Compton:* Zbulon efektin Compton, $\gamma + e \to \gamma + e$ qe eshte thelbesisht kuantik.

Mezonet

1934 *Yukawa:* Parashikon qe bashkeveprimi berthamore pershkruhet nga shkembimi pioneve (π-mezonet qe jane kuantet e fushes).

1937 *Anderson & Neddermeyer:* Kerkojne per pionet ne rrezatimin kozmik por gjejne grimca qe bashkeveprojne dobet, muonet (μ).

1947 *Powell:* Zbulon te dyja pionet dhe muonet ne analizen e fotografive me foto-emulsion te rrezatimit kozmik.

Mezonet luajne nje rol themelore ne bashkeveprimet hadronike ne gjith universin. Njohuri te sakta per prodhimin e tyre ka nje interes fondamental ne astrofizike.

Antimaterja

1927 Dirac interpreton energjite negative te zgjidhjeve te ekuacionit te Klein–Gordon si nivelet energjitike te "vrimave" (pozitronet) ne detin e pafund elektronik (ose deti i Dirac).

1931 *Anderson*: Zbulon pozitronin e^+ ne rrezatimin kozmik.

1950 *Feynman & Stückelberg* interpretojne energjite negative si zgjidhje me energji pozitive te anti-grimcave: Lindja e Elektrodinamikes Kuantike.

Pavaresisht simetrise qe ekziston midis materies dhe antimateries ne nivel nen-atomik, antimateria ne univers eshte ne sasi shume te vogel. Ne observojme antimaterien ne rrezatimin kozmik (e^+ dhe $\bar{p}$), si dhe ne akseleratore.

Neutrinot (ν)

1930 *Pauli & Fermi* propozojne qe neutrinot prodhohen ne zberthimet beta (ato kane $m_\nu = 0$).

1956 *Cowan & Reines* observojne zberthimin beta invers.

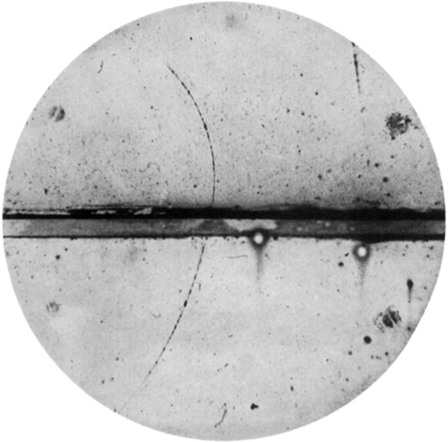
1962 *Lederman & Schwarz* treguan qe $\nu_e \neq \nu_\mu$. Numri leptonik ruhet.

1965 Observimi i neutrinove atmosferike.

1968 *Davis & Bahcall:* observojne neutrinot diellore.

1987 Vezhgohen neutrinot e para nga supernova SN 1987A. Fillimi i astronomise ne neutrino.

Era para akseleratoreve ($t \leq 1950$)

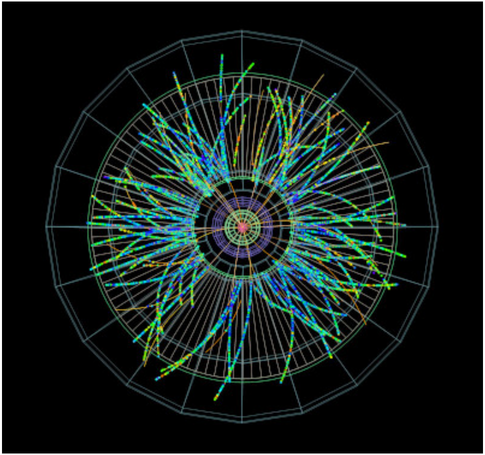


Kjo eshte nje “Cloud Chamber”. Shikoni kete youtube video per te pare si duken trajektoret e grimcave.

Ne kete periudhe zbulimet u bene pergjithesisht nga rrezatimi kozmik. U zbulun disa nga mezonet dhe leptonet kryesore:

- Leptone: $e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, $\tau^{\pm}$.
- Mezone: $\pi^{\pm}$.

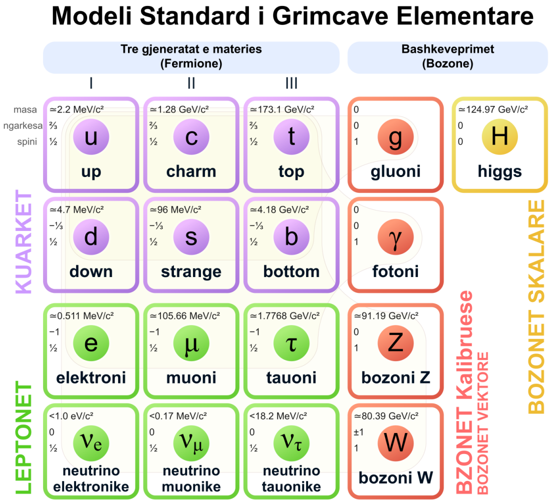
Era e akseleratoreve ($t > 1950$)



Rikonstruktimi i rrugeve qe lene te grimcave ne detektor.

- Akseleratoreve ben revolucion ne studimin e grimcave.
- U zbulua nje “Kopsh Zoologjik” grimcash.
- Lindi nevoja e kategorizimit te grimcave.
- Per nje list te plote te gjithe grimcave qe njihen shiko PDG.

Kategorizimi grimcave: Modeli Standart



Llojet e grimcave

- Fushat Materiale
  - Leptonet
  - Hadronet
    - Mezonet ($q\bar{q}$)
    - Barionet (qqq)
- Bozonet e Fushave Kalibruese
- Higgs (fushe skalare)

Bashkeveprimet Themelore

Kater Bashkeveprimet Themelore

- Fusha Elektromagnetike (kuanti fushe eshte bozoni γ –fotoni)
- Fusha e Dobet (kuantet e fushes jane bozonet $W^{\pm}$ dhe Z^{0})
- Fusha e Forte(kuanti fushes eshte bozoni g – gluoni)
- Fusha Gravitacionale (nuk e dime nese kuantizohet)?!

Origjina e Mases se grimcave

Ne teorite kuantike moderne

- Grimcat jane pa mase.
- Grimcat, leptonet, quarket apo bozonet e fushes, fitojne mase nga energjia e bashkeveprimit me fushen Higgs.
- Grimca Higgs u zbulua ne LHC ne 2013.

Njesite Natyrale

Njesite Natyrale

Ashtu si dhe ne fiziken grimcave ne do perdorim *njesi natyrale* per te cilat

$$\hbar = c = 1 \tag{1}$$

Quhen njesi natyrale sepse, ngarkesa elementare elekrike e eshte njesia natyrale per te shprehur ngarkesen e grimces. Shpejtesia c eshte njesia natyrale per te matur shpejtesine, apo $\hbar$ eshte njesia natyrale per te shprehur veprimin $S = \int \mathcal{L}\, dt$, etj...

Constantet themelore (shiko CODATA)

- $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
- $c = 2.998 \times 10^{8}$ m/s
- $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$ J s

Energjia $[\mathrm{eV}]$

$$[1\mathrm{eV}] = e\ [1\mathrm{J}] = 1.6 \times 10^{-19}\ [1\mathrm{J}] \ \text{ ose } \ [1\mathrm{J}] = 6.25 \times 10^{18}\ [1\mathrm{eV}]$$

Koha $[\mathrm{eV}^{-1}]$

$$\hbar = 1 \Rightarrow 1.055 \times 10^{-34} \times [1\mathrm{J}]\,[1\mathrm{s}] = 6.59 \times 10^{-16} \times [1\mathrm{eV}]\,[1\mathrm{s}] = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [1\mathrm{s}] = 1.52 \times 10^{15}\ [1\mathrm{eV}^{-1}]$$

Gjatesia $[\mathrm{eV}^{-1}]$

$$c = 1 \Rightarrow 2.998 \times 10^{8} \times \frac{[1\mathrm{m}]}{[1\mathrm{s}]} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [1\mathrm{m}] = 5.06 \times 10^{6}\ [1\mathrm{eV}^{-1}]$$

Masa [eV]

$$m = \frac{E}{c^2} \Rightarrow [1\text{kg}] = c^2\ [1\text{eV}/\text{c}^2] \Rightarrow [1\text{kg}] = 5.62 \times 10^{35}\ [1\text{eV}]$$

Permbledhje

Madhesia	Faktori konvertimit	Nj. natyrore	Nj. normale
Energjia [E]	$1\text{J} = 6.25 \times 10^{9}\ \text{GeV}$	GeV	GeV
Koha [T]	$1\text{s} = 1.52 \times 10^{24}\ \text{GeV}^{-1}$	GeV^{-1}	$\hbar c/\text{GeV}$
Gjatesia [L]	$1\text{m} = 5.06 \times 10^{15}\ \text{GeV}^{-1}$	GeV^{-1}	$\hbar/\text{GeV}$
Masa [M]	$1\text{kg} = 5.62 \times 10^{26}\ \text{GeV}$	GeV	GeV/c^2

Ushtimi 1

Gjeni vlerat numerike dhe gabimet per konstantet fizike:

- h & $\hbar$ – konstantia Planck-ut dhe konstantia e reduktuar,
- e – ngarkesa elektrike e elektronit,
- G – konstantia gravitacionale,
- c – shpejtesia e drites ne vakum,
- ε_0 – pershkueshmeria elektrike e vakumit.

Ushtimi 2

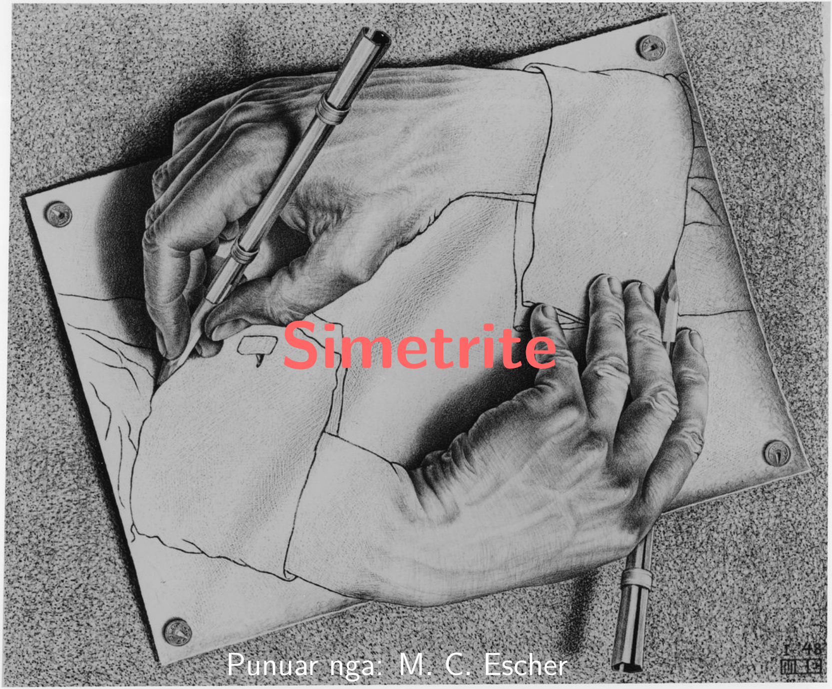
Gjeni masen, ngarkesen, spinin dhe nese zberthehet:

- e (elektroni), p (protoni), n (neutroni), γ (fotoni), μ (myoni) dhe H^0 (grimca higgs)

Ushtimi 3

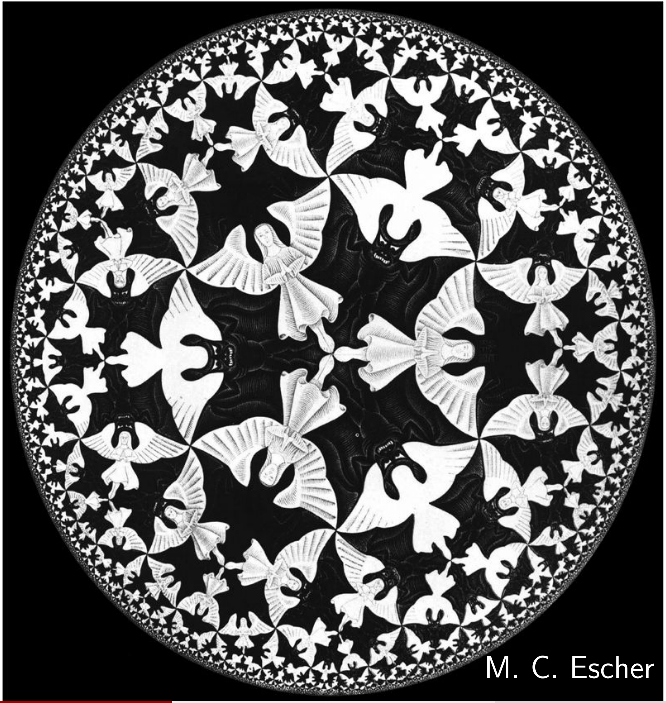
Provoni faktoret e konvertimit te madhesive fizike qe jipen ne tabelen "Permbledhje" me lart.

Transformimet & Simetrite



Simetrite

Punuar nga: M. C. Escher


M. C. Escher

Simetrite & Transformimet

Ne Fizike

Koncepti i simetrise eshte thelbesore ne zgjidhjen e problemeve praktike. Ju e dini tashme, qe **problemet thjeshtohen shume kur konsiderojme simetrite** (si psh. simetria sferike, cilindrike, etj...).

Transformimet

Simetrite lidhen ngushte me transformimet. **Nje sistem ka simetri ne lidhje me nje transformim kur ky tranformim vepron mbi sistemin/objektin dhe e le ate te pa ndryshuar, apo ndryshe invariant**.

Simetrite mund te jene: Globale ose lokale. Mund te jene te vazhduara ose diskrete.

Transformimet Diskrete dhe te Vazhduara

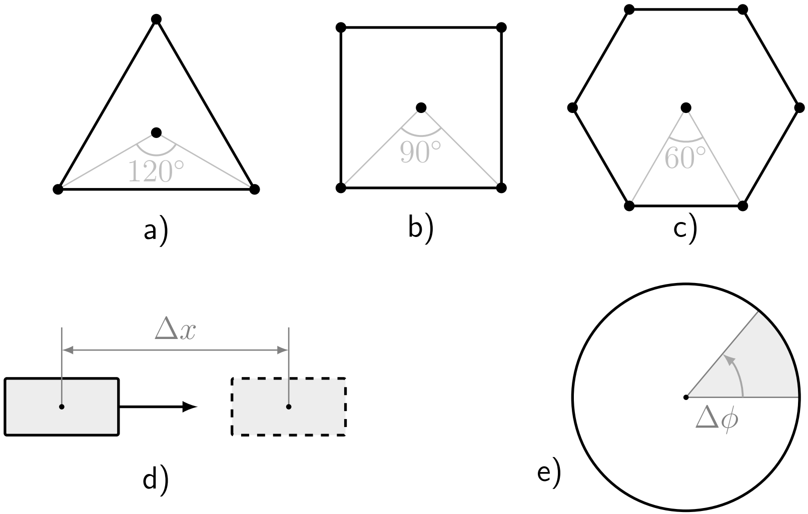
Transformime Diskrete

- Rrotullimi diskret me $2\pi/N$ i nje poligoni te rregullt me N kulme.
- Reflektimi ne lidhje me nje bosht ose plan
- Çiftesia (Parity), $P : \vec{r} \to -\vec{r}$ (reflektim ne lidhje me origjinen).
- Kthimi kohes, $T : t \to -t$.
- Reversimi ngarkeses, $C : q \to -q$.
- etj.

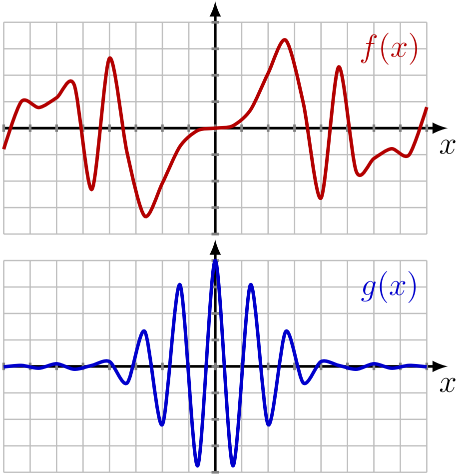
Transformime e Vazhduara

- Translacioni ne hapesire.
- Translacioni ne kohe.
- Rrotullimet me nje kend cfaredo.
- etj.

Gjeni Simetrite



C'mund te thoni per simetrite e funksioneve?



Cfare Vetishe ka $f(x)$?

$f(-x) = ?;\ \ f'(-x) = ?;$

$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = ?$

Cfare vetishe ka $g(x)$?

$g(-x) = ?;\ \ g'(-x) = ?;$

$\int\limits_{-a}^{a} g(x)\,dx = ?$

Teoria Grupeve

Grupet

- Transformimet studiohen matematikisht ne Teorine e Grupeve.
- Grupet jane sinonim me simetrite.
- Cdo grup simetrie permban nje bashkesi tranformimesh qe e lene objektin e pa ndryshuar.
- Cdo grup permban nje operator binar qe vepron mbi cdo dy elemente te bashkesise.

Konsiderojme bashkesine $\mathbb{G} = \{a, b, c, ...\}$ dhe operatori $\circ$ qe ploteson aksiomat e meposhteme.

Perkufizim

Sistemi $(\mathbb{G}, \circ)$ eshte nje grup atehere dhe vetem atehere kur:

1. $\forall a, b \in \mathbb{G} \Rightarrow a \circ b \in \mathbb{G}$ (vetia mbylljes)
2. $\forall a, b, c \in \mathbb{G} \Rightarrow a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$ (vetia shoqerimit)
3. $\exists e$ i vetem, i tille qe $\forall a \in \mathbb{G} \Rightarrow e \circ a = a \circ e$ (elementit njesi)
4. $\forall a \in \mathbb{G},\ \exists b$ e tille qe $a \circ b = b \circ a = e$ (elementit invers a^{-1})

Grupi Abelian

Grupi eshte Abelian neqoftese operatori $\circ$ gezon edhe vetine e komutimit $a \circ b = b \circ a$. Komutatori perkufizohet si $[a, b] = a \circ b - b \circ a \Rightarrow [a, b] = 0$.

Paraqitja Grupeve

Grupet jane struktura abstrakte dhe aplikimi i tyre praktik kerkon qe ato te marrin nje forme te pershtateshme. Per kete na vjen ne ndihme teoria e paraqitjeve te grupeve.

Perkufizim

Paraqitje e nje grupit $(\mathbb{G}, \circ)$ ne nje hapesire vektoriale $\mathbb{V}$ mbi nje fushe $\mathcal{F}$ eshte homeomorfizma $\rho : \mathbb{G} \to \mathbb{GL}(\mathbb{V})$ e tille qe:

$$\rho(g_1 \circ g_2) = \rho(g_1) \cdot \rho(g_2), \quad \forall g_1, g_2 \in \mathrm{G}.$$

Ketu $\mathbb{V}$ quhet hapesira e paraqitjes, ndersa dimensionet e saj quhen dimensionet e parqitjes. $\mathbb{GL}(\mathbb{V})$ quhet grupi linear mbi $\mathbb{V}$.

Ne rast kur hapesira $\mathbb{V}$ eshte n-dimensionale

$\mathbb{GL}(\mathbb{V}) = \mathbb{GL}(n, \mathcal{F})$ eshte grupi i matricave te invertueshme $n \times n$ me elemente nga fusha $\mathcal{F}$.
Me fjale te tjera ne nje hapesire n dimensionale, elementet e grupit paraqiten me matrica $n \times n$ mbi fushen $\mathcal{F}$ ndersa operatori $\circ$ shnderrohet ne produkt matricore.

Shembull

Konsideroni nje numer kompleks $u = e^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ qe ka vetine qe $u^3 = 1$.
Grupi ciklik me elemente $C_3 = \{1, u, u^2\}$ do paraqitej ne $\mathbb{C}^2$ si:

$$\rho(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \rho(u) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & u \end{bmatrix}, \quad \rho\left(u^2\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & u^2 \end{bmatrix}.$$

Produkti i Direkt i Dy Grupeve

Perkufizim

Jipen dy grupe $(\mathbb{G}, \circ)$ dhe $(\mathbb{H}, \bullet)$. Produkti direkt $\mathbb{G} \times \mathbb{H}$ i ketyre dy grupeve eshte nje grup i ri $(\mathbb{L}, \odot)$ i cili:

1. Ka bashkesi $\mathbb{L}$ produktin kartesian te dy bashkesive $\mathbb{G} \times \mathbb{H}$. Pra ciftet e rradhitura (g, h) per $g \in \mathbb{G}$ dhe $h \in \mathbb{H}$.
2. Ka operator $\odot$ qe perftohet nga produkti i rradhitur i cifteve

$$(g_1, h_1) \odot (g_2, h_2) = (g_1 \circ g_2, h_1 \bullet h_2)$$

Produkti direkt i grupeve lejon implementimin/paraqitjen e disa simetrive njekohesisht.

Ushtrim 1

A formojne grupe kombinimet dhe a jane Abeliane?

a) $(\mathbb{Z}, +)$?

b) $(\mathbb{Z}, *)$?

c) $(\mathbb{R}, *)$?

d) $(\Sigma, *)$? Bashkesia $\Sigma = \{I, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, ku I eshte matrica njesi dhe σ_i jane matricat e Paulit. $*$ eshte shumezimi matricore.

Ne nje hapesire 2D, elementet e Σ paraqitet si:

$$\rho(I) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rho(\sigma_1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \rho(\sigma_2) = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \rho(\sigma_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Tregoni dhe qe matricat e Paulit gezojne vetine

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2\, i\, \epsilon_{ijk} \sigma_k.$$

Grupe qe i keni hasur neper probleme

Grupi ciklik i rendit n

Grupi ciklik i rendit n eshte bashkesia $\mathrm{Z} = \{1, a, a^2, ..., a^n = e\}$.

- Quhet ciklik sepse $a^n = e$ (njesine) dhe cdo fuqi me e madhe perserit vlerat.
- Vlera a mund te paraqitet me $a = e^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{\mathrm{n}}}$.
- Ky grup eshte i fundem dhe Abelian.
- Shembull: Rrotullimi i nje poligoni simetrik me n kulme.

Grupi simetrik (ose grupi permutimeve) S_n

S_n eshte grupi i te gjitha permutimeve qe formojne n objekte. Grupi eshte i fundem po jo Abelian. Shembull: Permutimet e numrave.

Grupi unitare $U(n)$

U(n) eshte bashkesia e matricave unitare $n \times n$: $U^\dagger U = U U^\dagger = I$ (eshte grup jo-Abelian per $n > 1$). Grupi $U(1)$ eshte Abelian dhe konsiston thjesht ne ndryshime te fazes $e^{i\delta}$.

- $U(n)$ per $n > 1$ eshte jo Abelian.
- U(1) eshte Abelian dhe mund te paraqitet si ndryshim faze complekse e formes $e^{i\delta}$.

Grupi ortogonal special $SO(n)$

SO(n) eshte bashkesia e matricave $n \times n$ ortogonale speciale. Pra nese $A \in SO(n)$ kemi:

- $A^T A = A A^T = I$
- $\det(A) = 1.$

Shembull

SO(3) perfaqeson grupin e rrotullimeve 3D ne hapesire. Paraqitja e elementit te $SO(3)$ qe perfaqeson rrotulliminsipas boshtit z me parameter θ eshte:

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Simetria SO(3) le invariante gjatesine e objektit.

Grupet $SU(n)$

Grupet uitare speciale $SU(n)$ shfaqen kudo ne fiziken e grimcave, nga keto $SU(2)$ dhe $SU(3)$ shfaqen me shpesh. Grupet $SU(n)$ jane grupe matricash unitare $n \times n$ te tilla qe:

- $U^\dagger U = U U^\dagger = 1$
- $\det(U) = 1$

† eshte konjugimi hermitian. Cdo matrice unitare U mund te shkruhet ne formen $U = e^{\mathrm{i}\, H}$, ku H eshte nje matrice hermitiane.

Ushtrim 2

Vertetoni qe H jane hermitiane $(H^\dagger = H)$ dhe se gjurma e matricave $tr(H) = 0$. Ndihme: Perdorni vetite e U dhe identitetin $\det(e^A) = e^{tr(A)}$.

Grupet $SU(n)$

Grupi $SU(n)$ ka $n^2 - 1$ elemente, dhe nga cfare thame me lart, elementet e $SU(n)$ mund te shkruhen si:

$$U(\epsilon) = \exp\left(i\sum_{a=1}^{n^2-1} \epsilon_a \, J_a\right)$$

ku ϵ_a **jane parametrat e grupit** dhe jane numra reale. J_a **jane gjeneratoret e grupit** dhe paraqiten me matrica hermitiane pa gjurme.

Paraqitja e grupeve $SU(2)$ dhe $SU(3)$

Grupet $SU(2)$

Grupi $SU(2)$ ka 3 elemente, dhe paraqitet nga matrica 2×2. Nje element i $SU(2)$ do shkruhej si:

$$U(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3) = \exp\left(i \sum_{a=1}^{3} \epsilon_a \, \sigma_a\right)$$

Ne paraqitjen standarte, σ_a jane matricat e Paulit. Ndersa gjeneratored J_a perkufizohen si $J_a = \sigma_a/2$ dhe plotesojne $[J_i, J_j] = i\,\epsilon_{ijk} J_k$, ku ϵ_{ijk} eshte simboli i Levi–Civita.

Operatori i Momentit kendor/Spinit

Grupi $SU(2)$ eshte izomorf me grupin e rrotullimeve $SO(3)$ ne hapesire, gje qe identifikon gjeneratoret J_a te $SU(2)$ me momentin e impulsit. Si grup unitare, grupi $SU(2)$ vepron mbi hapesiren e Hilbertit (hapesira e funksioneve valore) atehere perftojme algjebren e operatorit te momentit te impulsit apo spinit. Per te patur njesite e fizike, mjafton qe gjeneratoret J_a te shumezohen me konstanten e Planck-ut $\hbar$, pra $J_a = \hbar\, J_a = \hbar\, \sigma_a/2$. Kjo paraqet ne menyre natyrale algjebren e grimces me spin $1/2$. Me mbledhja direkte te operatoreve perftojme algjebren per spine me te medha.

Ushtrim 3

Gjeni paraqitjen e te tre operatoreve J_a si dhe operatorit $L^2 = \sum L_a^2$ (quhet dhe operatori i Casimir-it) per rastin e nje grimce me spin $j = 1/2$ dhe $j = 1$. Gjeni paraqitjen e vektoreve vetjake. Ndihme: Proceduren e gjeni ne cdo liber standart te mekanikes kuantike.

Grupet $SU(3)$

Grupi $SU(3)$ ka 8 elemente, dhe paraqitet nga matrica 3×3. Nje element i $SU(2)$ do shkruhej si:

$$U(\epsilon_1, ..., \epsilon_8) = \exp\left(i \sum_{a=1}^{3} \epsilon_a \, \lambda_a\right)$$

Matricat λ_a mund te paraqiten me matricat e Gell-Mann (analoge te matricave te Paulit).

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_7 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Grupet $SU(3)$

Gjeneratoret e $SU(3)$ i shenojme si $F_a = \lambda/2$ dhe keshtu perftojme:

$$[F_a, F_b] = i\, f_{abc}\, F_c$$

f_{abc} quhet konstantja e struktures se grupit dhe ka vlerat:

$$\begin{aligned} f_{123} = 1, \quad f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} &= \tfrac{1}{2}, \\ f_{156} = f_{367} = -\tfrac{1}{2}, \quad f_{458} = f_{678} &= \tfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Ushtrim 4

a) Provoni qe matricat λ_a jane hermitiane dhe kane gjurme 0.

b) Provoni qe

$$tr(\lambda_a\, \lambda_b) = 2\delta_{ab}, \quad \text{dhe} \quad [F_a, F_b] = i\, f_{abc}\, F_c$$

Teorema Noether & Ligjet e Ruajtjes

Grupet Lie

Transformimet e vazhduara – si psh translacioni apo rrotullimi – pershkruhen nga grupet e vazhduara qe jane pafundesisht te diferencueshem. Keto grupe quhen grupet Lie. Koncepti themelore i grupeve Lie eshte ai i linearizimit te elementeve te grupit nepermjet shnderrimeve infinitesimale.

Teorema Noether

Ketu po mjaftohemi vetem me nje formulim jo formal te teoremes: **Nese nje sistem ka simetri ne lidhje me transformimet e nje grupi Lie (simetri te vazhduara), atehere sistemi ka madhesi qe ruhen me kohen.**

$$\text{Simetrite} \Longleftrightarrow \text{Ligje Ruajtje}$$

Simetrite ne Fizike

Simetrite ne fizike gjenden ne ekuacionet e levizjes dhe kodohen ne Lagranzhian $\mathcal{L}$.

- Energjia E
  - Transformimi: Translacioni ne kohe Δt.
  - Grupi: Poincare.
  - Gjeneratori grupit: Hamiltoniani $\mathcal{H}$.
  - Simetria: Homogjeniteti kohes.
  - Ligji ruajtjes: Energjia E.
- Impulsi $\vec{p}$
  - Transformimi: Translacioni ne hapesire Δx.
  - Grupi: Poincare.
  - Gjeneratori grupit: Impulsi p.
  - Simetria: Homogjeniteti hapesires.
  - Ligji ruajtjes: Impulsit.

- Momenti impulsit $\vec{L}$
  - Transformimi: Rrotullimi ne hapesire $\Delta\phi$.
  - Grupi: $SU(2)$ (ose $SO(3)$).
  - Gjeneratori grupit: Momenti impulsit L.
  - Simetria: Izotropia hapesires.
  - Ligji ruajtjes: Momenti impulsit.
- Ngarkesa elektrike Q
  - Transformimi: Kalibruese (apo lokale).
  - Grupi: $U(1)$ lokal.
  - Gjeneratori grupit: ngarkesa.
  - Simetria: Fuasha elektromagnetike.
  - Ligji ruajtjes: Ngarkeses elektrike.

Numra te tjere kuantike

Izospini I

Izospini eshte simetria pershkak te masave te njejta. Izospini eshte grupi $SU(2)$ dhe perfaqeson simetrine mes kuarkeve u dhe d, dhe eshte nje nen-grup i grupit te Aromave.

- $p \Leftrightarrow n$ nga forcat berthamore $\Rightarrow p\ I = 1/2$ dhe $n\ I = -1/2$.
- π^+, π^0 dhe π^- kan masa afersisht te njejta $\Rightarrow$ vendosen $I = +1$, 0 dhe -1, respektivisht.
- etj...

Ushtrim

- Cfare jane Leptonet dhe bashkeveprimet e tyre? Cfare jane numrat leptonik?
- Cfare jane Hadronet dhe bashkeveprimet e tyre? Cfare eshte numri barionik?

Simetrite ne Mekanike Kuantike

Nese U eshte nje transformim i sistemit kuantik, (si psh zhvendosja, rrotullimi ...), kjo do te thote qe ai transformon sistemin nga nje gjendje ψ ne nje tjeter ψ' sipas:

$$\psi \to \psi' = U\,\psi. \tag{2}$$

Minimumi qe kerkohet nga shnderrimet U eshte qe te ruajne normen e funksionit valore pra:

$$\langle \psi' | \psi' \rangle = \langle U\,\psi | U\,\psi \rangle = \left\langle \psi | U^\dagger\,U | \psi \right\rangle = \langle \psi | \psi \rangle \Rightarrow U^\dagger\,U = I \tag{3}$$

$U^\dagger$ eshte konjugimi Hermitian (konjugimi kompleks dhe transpozim matricore). Pra ne menyre qe te ruhet norma (propabilitetet) ne mekanike kuantike kerkohet qe transformimet te jene Hermitian.

Ne menyre qe parashikimet fizike te mos ndryshojne

$$\hat{\mathsf{H}}\,|\psi\rangle = E\,|\psi\rangle\,, \qquad \hat{\mathsf{H}}\,|\psi'\rangle = E\,|\psi'\rangle \tag{4}$$

$$\hat{\mathsf{H}}\,|\psi'\rangle = E\,|\psi'\rangle \;\Rightarrow\; \hat{\mathsf{H}}\,U\,|\psi\rangle = E\,U\,|\psi\rangle = U\,E\,|\psi\rangle = U\,\hat{\mathsf{H}}\,|\psi\rangle \tag{5}$$

$$\left[\hat{\mathsf{H}}, U\right] = \hat{\mathsf{H}}\,U - U\,\hat{\mathsf{H}} = 0 \tag{6}$$

Me pak fjale, cdo simetri e sistemit shprehet nga nje operator unitare U qe komuton me Hamiltonianin. Per me teper ky operator duhet te kete vlerat qe nuk ndryshojne me kohen sepse:

$$\frac{d}{dt}\,\langle\psi|\,U\,|\psi\rangle = \langle\psi|\,\left[\hat{\mathsf{H}}, U\right]\,|\psi\rangle = 0 \tag{7}$$

Pershkrimi i Simetrive te Vazhduara

Supozojme qe U eshte e vazhduar dhe konsiderojme nje transformim infinitesimal me vlere ϵ shume te vogel. Ne nje rend te pare madhesie, transformimi U mund te linearizohet si meposhte

$$U(\epsilon) = I + i\,\epsilon\,G \tag{8}$$

Ku G quhen gjeneratore te transformimit U. Per shkak te unitaritetit te U gjejme qe gjeneratoret duhet te jene Hermitian.

$$U^\dagger\,U \simeq \left(I - i\,\epsilon\,G^\dagger\right)(I + i\,\epsilon\,G) \simeq I + i\,\epsilon\left(G - G^\dagger\right) = I \tag{9}$$

$$G^\dagger = G \tag{10}$$

Pra gjeneratoret G jane Hermitian qe dmth vlerat vetjake jane numra real. Per me teper gjeneratoret G komutojne me Hamiltonianin.

$$\left[\hat{\mathsf{H}}, (I + i\,\epsilon\,G)\right] = 0 \Rightarrow \left[\hat{\mathsf{H}}, G\right] = 0 \tag{11}$$

Si rrjedhoje vlerat e vetjake te gjeneratorit ruhen me kohen

$$\frac{d}{dt}\langle G\rangle = \frac{i}{\hbar}\left\langle\left[\hat{\mathsf{H}}, G\right]\right\rangle = 0 \tag{12}$$

Shenim

Transformimet $U(\epsilon)$ simbolikisht mund te shkruhen si serie Taylor-i

$$U(\epsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\,\epsilon\,G)^n}{n!} = e^{i\,\epsilon\,G} \tag{13}$$

Pra operatoret U shprehen ne forme exponenciale. Provoni qe vetite komutuese te $U(\epsilon)$ te shkruara ne kete forme mbete njelloj.

Simetrite Baze: Ndyshimi Global i Fazes (Grupi $U(1)$)

Ne mekanike kuantike cdo gjendje e sistemit pershkruhet plotesisht nga nje funksion valor kompleks qe ka nje amplitude dhe nje faze. Ndryshim global i fazes eshte transformimi qe i shton nje constante reale α fazes se funksionit valore:

$$\psi'(x) = U(\alpha)\psi(x) = e^{i\alpha}\psi(x) \tag{14}$$

Ndryshimi global i fazes i le rezultatet invariante sepse

$$\begin{aligned} \langle\psi'|\psi'\rangle &= \int \psi'^{\dagger}(x)\psi'(x)\, dx = \int \psi^{\dagger}(x)\, e^{-i\alpha} e^{i\alpha}\psi(x)\, dx \\ &= \int \psi^{\dagger}(x)\, \psi(x)\, dx = \langle\psi|\psi\rangle \end{aligned}$$

Operatori $U = \exp(i\alpha)$ eshte unitare dhe i konjuguari Hermitian i tij eshte dhe inversi $U^{\dagger} = U^{-1}$. Grupi Unitare U(1).

Simetrite Baze: Translacioni ne Hapesire

Nga vetite fondamentale te hapesire–kohes sistemet duhet te jene invariante ndaj translacionit hapsinore. Pa humbur pergjithshmerine kemi:

$$\psi'(x) = \psi(x + \Delta x) = \psi(x) + \Delta x \frac{\partial}{\partial x}\psi(x) + \frac{1}{2}\Delta x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x) + \ldots \quad (15)$$

Simbolikisht kjo mund te shkruhet ne forme eksponenciale

$$\psi'(x) = \exp\left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x}\right)\psi(x) \quad (16)$$

Simetrite Baze: Translacioni ne Hapesire

Sic e dini operatori i impulsit ne mekanike kuantike shkruhet

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \tag{17}$$

Gjejme qe operacionet e translacionit sipas x jipen nga

$$U(\Delta x) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \Delta x \, \hat{p}_x\right) \tag{18}$$

Ashtu sic e dini nga mekanika klasike, impulset jane gjeneratoret e translacionit hapesinor.

Simetrite Baze: Translacioni ne Kohe

Ne mekanike kuantike keni mesuar ekuacionin e Schröndinger-it

$$\hat{\mathsf{H}}\,|\psi\rangle = i\,\hbar\,\frac{\partial}{\partial t}\,|\psi\rangle \tag{19}$$

Njelloj si per zhvendosjet sipas x kemi

$$U(\Delta t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar}\Delta t\,\hat{\mathsf{H}}\right) \tag{20}$$

Simetrite Baze: Rrotullimi ne Hapesire

E dini qe rrotullimi me nje kend θ sipas nje boshti, psh. boshti z jipet nga:

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{21}$$

Si duket kjo matrice nese bejme rrotullime me kende $\Delta\theta$ infinitesimale? Tregoni qe kjo matrice duket ne formen

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \Delta\theta \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{22}$$

Pra gjeneratori i rrotullimeve sipas z eshte $R_z = I + i(\Delta\theta)\, S_z$

$$S_z = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{23}$$

Simetrite Baze: Rrotullimi ne Hapesire

Njelloj do nxirrnim dhe rrotullimet sipas boshteve x dhe y

$$S_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}, \; S_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; S_z = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{24}$$

Kurse momentin i impilsit si gjenerator i rrotullimeve fizike gjendet nga

$$L_x = \hbar\, S_x, \;\; L_y = \hbar\, S_y, \;\; L_z = \hbar\, S_z \tag{25}$$

Po ti shenojme me $1, 2, 3$ per x, y, z. Provoni qe

$$[L_i, L_j] = i\, \hbar\, \epsilon_{ijk} L_k \tag{26}$$

Ku ϵ_{ijk} eshte simboli i Levi-Civita, Grupi SO(3) ose SU(3).

Numrat Kuantike te Grimcave Elementare

Numrat Kuantik

Ngarkesa Elektrike Q

- Cdo grimce qe observohet ne natyre ka ngarkesa elektrike shumefish te ngarkeses se elektronit.
- Çdo grimce ka ngarkese $Q = 1, 2, ...$ (ne njesi e).
- Kuarket kane ngarkese elektrike te pjeseshme $Q = \frac{1}{3}$ ose $\frac{2}{3}$, por kuarket nuk vezhgohen te lira ne eksperimente. Ato formojne ose mezone ose barione.
- **Ligji Ruajtjes:** **Ne cdo proces, ngarkesa elektrike ruhet.**

Spini S

- **FERMIONET** kane spin te pjeseshem $S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, ...$ (njesi $\hbar$).
- **BOZONET** kane spin te plote $S = 0, 1, 2, ...$ (njesi $\hbar$).
- **Ligji Ruajtjes:** **Shuma $\hat{\vec{\mathrm{J}}} = \hat{\vec{\mathrm{L}}} + \hat{\vec{\mathrm{S}}}$ e momentit kendore L dhe spinit S, ruhet ne cdo process.**

Leptonet

Perkufizim

- **Leptonet jane grimcat qe nuk marrin pjese ne bashkeveprimet e forta.**
- Vezhgohen tre tipe (aroma) leptonesh:
  - e^- elektroni (dhe antigrimca e^+ pozitroni),
  - μ^- myoni (dhe antigrimca μ^+),
  - τ^- tauoni (dhe antigrimca τ^+).
- Si dhe tre tipe neutrinosh (aromash):
  - ν_e neutrino elektronike (dhe antigrimca $\bar{\nu}_e$),
  - ν_μ neutrino myonike (dhe antigrimca $\bar{\nu}_\mu$),
  - ν_τ neutrino taonike (dhe antigrimca $\bar{\nu}_\tau$).

Numrat Leptonike

Numri Leptonik Elektronik L_e

- Vezhgohen proceset: $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_e + p \to n + e^+$.
- Nuk vezhgohet psh. procesi: $\bar{\nu}_e + n \nrightarrow p + e^-$ apo $\nu_\mu + n \nrightarrow p + e^-$.
- Eksperimentet tregojne qe numri i e^- dhe ν_e dhe numri i e^+ dhe $\bar{\nu}_e$, ne hyrje dhe ne dalje te nje procesi, ruhet. Kjo le ne konceptin e numrit leptonik elektronik.
- $L_e = +1$ per e^- dhe ν_e dhe $L_e = -1$ per e^+ dhe $\bar{\nu}_e$.

Numrat Leptonike

Numri Leptonik Myonik L_μ

- Vezhgohen proceset: $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$, $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, $\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_\mu + p \to n + \mu^+$.
- Nuk vezhgohet psh. procesi: $\mu \nrightarrow e + \gamma$, $\bar{\nu}_\mu + p \nrightarrow n + e^+$.
- Njelloj si me elektronet, eksperimentet tregojne qe numri i μ^- dhe ν_μ dhe numri i μ^+ dhe $\bar{\nu}_e$, ruhet. Kjo le ne konceptin e numrit leptonik myonik.
- $L_\mu = +1$ per μ^- dhe ν_μ dhe $L_\mu = -1$ per μ^+ dhe $\bar{\nu}_\mu$.

Numri Leptonik Taonik L_τ

Njelloj si me proceset me e apo me μ, edhe tauonet kane $L_\tau = +1$ per τ^- dhe ν_τ dhe $L_\tau = -1$ per τ^+ dhe $\bar{\nu}_\tau$.

Ushtrim 1

Zberthimet qe vihen re ne natyre jane nga grimca me te renda ne ato me te lehta. Nese nuk ka grimca me te lehta se grimca ne fjale, atehere ajo nuk mund te zberthehet dot.

- Tregoni cfare i kushtezon zberthimet e tilla? Cfare madhesish duhet te ruhen?
- Tregoni nga ana kinematike qe procesi $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ eshte i mundur ndersa $p \to n + e^+ + \nu_e$ eshte i ndaluar.

Ushtrim 2

π^0 eshte grimce jo stabel dhe mund te zberthet ne fotone. Kush nga proceset meposhte eshte i ndaluar dhe pse?

- $\pi^0 \to \gamma$
- $\pi^0 \to \gamma + \gamma$
- $\pi^0 \to \gamma + e^+ + e^-$
- $\pi^0 \to \gamma + \mu^+ + \mu^-$

Mezonet dhe Barionet

Numri Barionik B

- Protoni eshte nje grimce stabel, nuk zberthehen si psh neutroni.
- Ne fakt atomet (lenda dhe vete jeta) jane stabel sepse protonet nuk zberthehen.
- Çfare i mban protonet stabel kur ato kinematikisht mund te zberthen psh $p \nrightarrow e + \gamma$ ose $p \nrightarrow e + \nu$.
- Per te shpjeguar stabilitetin e protonit duhet qe nje madhesi qe ruhet te pengoje zberthimin. Kjo madhesi eshte numri barionik.
- Barionet kane $B = +1$ dhe antibarionet kane $B = -1$. Çdo grimce tjeter ka $B = 0$.
- Shembull: Protoni apo neutroni kane $B = 1$ ndersa antiprotoni $\bar{p}$ apo antineutroni $\bar{n}$ kane $B = -1$, ndersa e ose π kane $B = 0$.

Ushtrim 3

A jane te lejuar proceset e meposhteme?

a) $p + p \to p + n + \pi^+$

b) $p + p \to p + \pi^+$

c) $p + p \to p + p + \pi^0$

d) $p + p \to p + \bar{p} + \pi^-$

e) $p + p \to p + p + p + \bar{p}$

Mezonet dhe Barionet

Nuk Ekziston Numri Mezonik!

- p eshte barioni me i lehte nga grimcat dhe nuk zberthet meqe ruhet numri barionik.
- Mezonet nga ana tjeter zberthehen, psh mezoni me i lehte eshte pioni dhe ato zverthehen.
  - $\pi^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ ketu pioni shnderrohet ne leptone.
  - $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ ketu pioni shnderrohet ne fotone.
  - $\Lambda \to p + \pi^-$ ketu pioni krijohet nga zberthimi i nje barioni.
- Si rrjedhoje nuk ekziston numri mezonik analog me ate barionik.

Mezonet dhe Barionet

Çuditshmeria s (Strangeness)

- Me zbulimin e grimcave me te renda u vu re nje “fenomen i çuditshem”. Disa grimca prodhohenin shume shpejt por zberthehenin shume ngadale.
- Shembull: $K^0 \to \pi^+ + \pi^-$ ose $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ $\Lambda \to p + \pi^-$.
- Keto grimca prodhohenin shpejt nga bashkeveprimi i forte (psh i protoneve nga rrezatimi kozmik me nje flete plumbi) dhe zberthehen ngadale nepermjet bashkeveprimit te dobet.
- Barionet me veti te çuditeshme quhen *Hiperone* (Λ, Σ,...).

Çuditshmeria s (Strangeness)

- $$\begin{aligned}\pi^- + p &\to K^+ + \Sigma^- \\ &\to K^0 + \Sigma^0 \\ &\to K^0 + \Lambda\end{aligned}$$
- Meqe çuditshmeria e π, p apo n eshte $\mathrm{s} = 0$ atehere, kaonet K kane $\mathrm{s} = +1$ ndersa Σ dhe Λ kane $\mathrm{s} = -1$.
- Çuditshmeria ruhet ne bashkeveprimet e forta por jo ato te dobeta, sepse psh
    - $\Lambda \to p + \pi^-$
    - $\Sigma^+ \to p + \pi^0$
    - $\quad \to n + \pi^+$

  Jane zberthime si shkak i bashkeveprimeve te dobeta dhe çuditshmeria zhduket.

Izospini I

- Sic dhe kemi permendur, grimcat qe kane ngarkesa elektrike te ndryshme por sillen njelloj ndaj bashkeveprimit te forte formojne nje multiplet te izospinit.
- Shembull
  - Singlet izospini $I = 0$: Λ^0.
  - Dublet izospini $I = \frac{1}{2}$: (n, p), $(K^-, \bar{K}^0)$ ose (K^+, K^0).
  - Triplet izospini $I = 1$: (π^+, π^0, π^-), $(\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$.
  - Quartet izospini $I = \frac{3}{2}$: $(\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$, etj...

Permbledhje e Numrave Kuantik

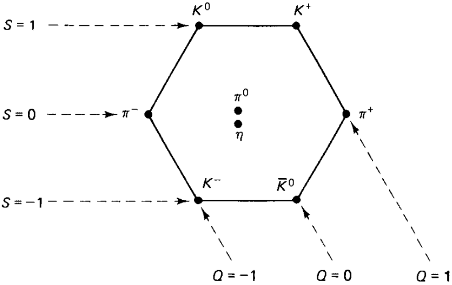
		Bashkeveprimet		
Madhesia Fizike	Simboli	EM	Dobet	Forte
Energjia (& masa)	E	+	+	+
Impulsi	p	+	+	+
Spini (Momenti Impulsit)	$S\,(L)$	+	+	+
Ngarkesa Elektrike	Q	+	+	+
Çiftesia	P	+	–	+
Konjugimi Ngarkeses	C	+	–	+
Izospini	I	–	–	+
Numri Leptonik	$L_{e,\mu,\tau}$	+	+	!!!
Numri Barionik	B	+	+	+
Numri Barionik	B	+	+	+
Çuditshmeria	s	+	–	+

Klasifikimi i Grimcave Elementare

- Sic kemi thene deri para viteve 1950 vetem p, n, $e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, $\tau^{\pm}$, $\pi^{\pm}$.
- Mbas viteve 1950, me zhvillimin e akseleratoreve numri i grimcave te reja te zbuluara u rrit menjehere – u formua nje *"kopesht zoologjik grimcash"*.
- Veshtersi me emerimin e grimcave te reja – mbaroji alfabeti grek dhe latin per emerimin e tyre – p, n, $\pi^{\pm}$, π^{0}, $\Sigma^{\pm}$, Λ, η, η', $K^{\pm}$, K^{0}, ρ, ω, Ω^{-}, Φ, a_1, a_2, f_1, f_2, J/ψ, Δ, ...
- Fillimisht kategorizimi i grimcave u be ne varesi te mases (njelloj si kategorizimi atomeve). Grimcat u ndane ne **LEPTONE** (grimca te lehta), **MEZONE** (grimca te mesme me mase midis elektronit dhe protonit) dhe **BARIONE** (grimca te renda).
- Kategorizimi sipas mases nuk rezultoi i seksesshem sepse vetite brenda te njejtit grup mase ndryshonin shume.

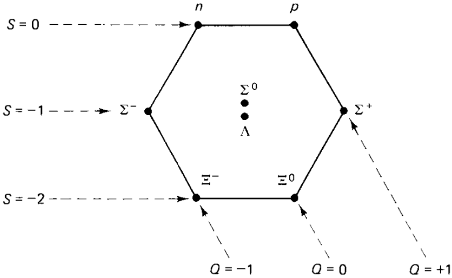
“Tabela Mendelejevit” per grimcat (Eightfold Way)

- Ne kerkim te ndonje rregulli ne “kopeshtin zoologjik” te grimcave, Gell-Mann dhe Ne’eman ne 1961 ne menyre te pavarur, organizuan mezonet dhe barionet ne varesi te ngarkeses elektrike dhe çuditshmerise.
- Kjo menyre renditje eshte quajtur “Eightfold Way” (menyra tetëshe) nga Gell-Mann ngaqe i perngjan gjeometrikisht “Ciklit te shenjte tetësh” ne Budizm (ciklet e rilindjes deri ne nirvana).
- Sipas “Eightfold Way”, çuditshmeri S vendoset ne boshtin e y dhe ngarkesen Q sipas diagonales.
- Ne drejtimin e boshtit x eshte ne fakt izospini.
- Kjo lloj renditje vuri ne pah simetri qe ekzistojne tek mezonet dhe barionet.



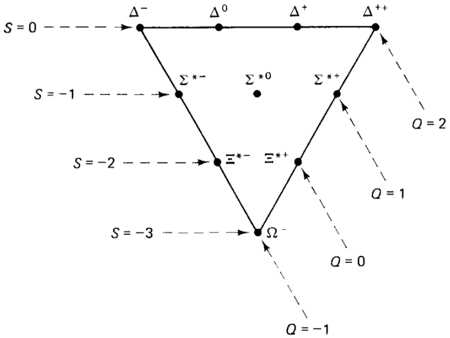
Okteti mezoneve te lehta

$S = 0$ Mezonet skalare.



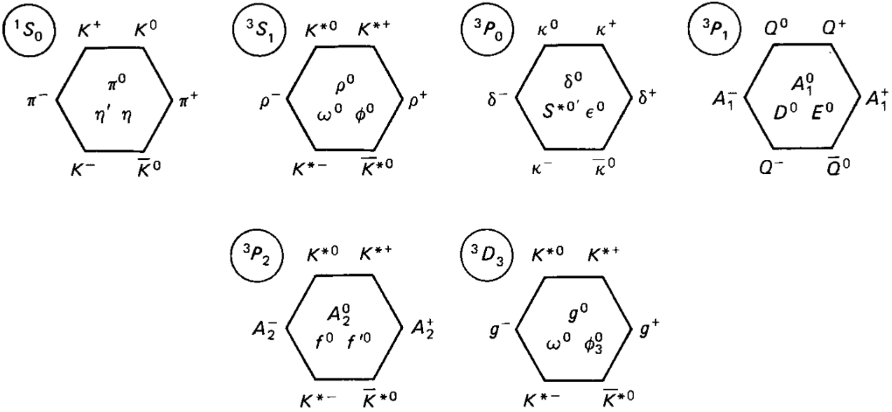
Okteti barioneve te lehta

$S = \frac{1}{2}$ Barionet (fermione).



Dekupleti i barioneve

$S = \frac{3}{2}$ Mezonet skalare.

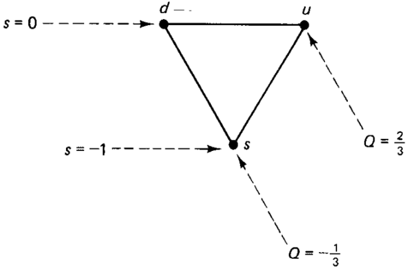


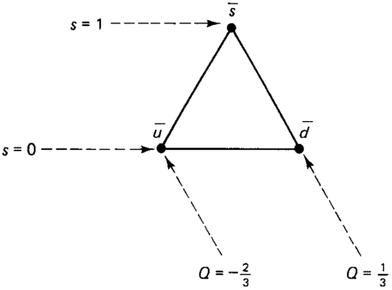
Keshtu hadronet klasifikohen si gjendje te ndryshme energjitike te dickaje me fundamentale (analoge me gjendjet energjitike te nje atomi).

Modeli Kuarkeve

Kuarket

Ne themel, te gjithe format gjeometrike qe formojne hadronet jane ne fakt paraqitjet e grupit $SU(3)$ ne nje hapesire me tre drejtime u, d, dhe s (hapesira e aromave).





Modeli Kuarkeve

q	B	Q	I	s
u	$1/3$	$2/3$	$1/2$	0
d	$1/3$	$-1/3$	$-1/2$	0
s	$1/3$	$-1/3$	0	-1

$\bar{q}$	B	Q	I	s
$\bar{u}$	$-1/3$	$-2/3$	$-1/2$	0
$\bar{d}$	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	0
$\bar{s}$	$-1/3$	$1/3$	0	1

$q\bar{q}$	Q	S	Meson
$u\bar{u}$	0	0	π^0
$u\bar{d}$	1	0	π^+
$d\bar{u}$	−1	0	π^-
$d\bar{d}$	0	0	η
$u\bar{s}$	1	1	K^+
$d\bar{s}$	0	1	K^0
$s\bar{u}$	−1	−1	K^-
$s\bar{d}$	0	−1	$\bar{K}^0$
$s\bar{s}$	0	0	??

qqq	Q	S	Baryon
uuu	2	0	Δ^{++}
uud	1	0	Δ^+
udd	0	0	Δ^0
ddd	−1	0	Δ^-
uus	1	−1	Σ^{*+}
uds	0	−1	Σ^{*0}
dds	−1	−1	Σ^{*-}
uss	0	−2	Ξ^{*0}
dss	−1	−2	Ξ^{*-}
sss	−1	−3	Ω^-

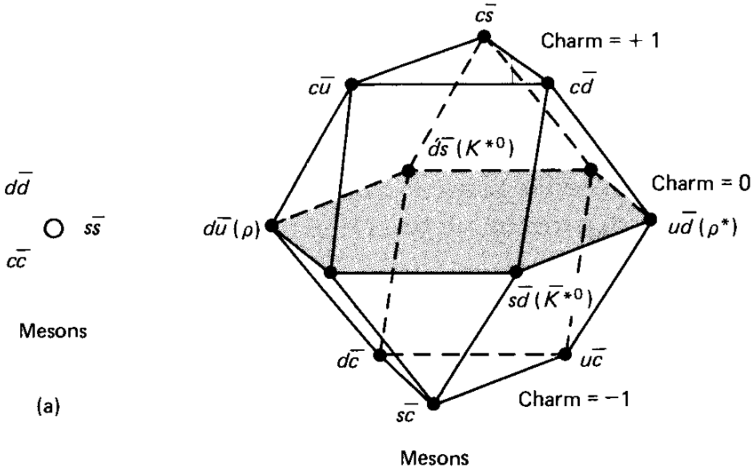
Ushtrim 4

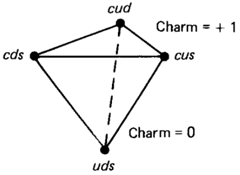
Bazuar ne perberjen e kuarkeve te Mezoneve dhe Barioneve si dhe ne numrat kuantik te kuarkeve (te paraqitur ne tabelat me lart). Gjenin sa jane Q, B, I dhe s per te gjitha grimcat aty.

Ngjashmeria qe sektori i kuarkeve shfaq me sektorin e leptoneve

- Leptonet e, μ, τ, ν
- Quarket u, d, s, ?

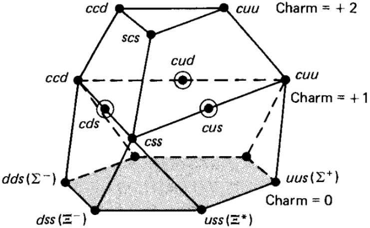
Keshtu u sygjerua nje kuark tjeter te quajtuar c.





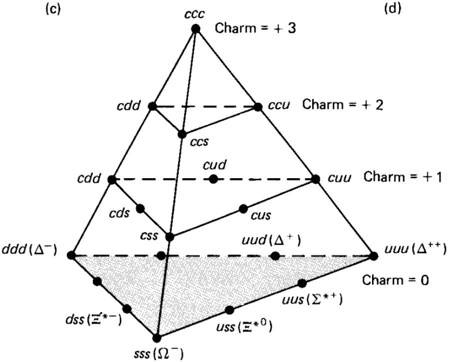
Baryons

(c)



Baryons spin = $\frac{1}{2}$

(d)



Baryons spin = $\frac{3}{2}$

Zbulimet e mevonshme te grimcave sygjeroj ekzistencen e edhe ty kuarkeve te tjera me te renda t dhe b. Keshtu kemi nje simetri te plote mes aromave te kuarkeve dhe leptoneve.

QUARK CLASSIFICATION

	q	Q	D	U	S	C	B	T
First generation	d	$-\frac{1}{3}$	-1	0	0	0	0	0
	u	$\frac{2}{3}$	0	1	0	0	0	0
Second generation	s	$-\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	0
	c	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	0
Third generation	b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0
	t	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	1

LEPTON CLASSIFICATION

	l	Q	L_e	L_μ	L_τ
First generation	e	-1	1	0	0
	ν_e	0	1	0	0
Second generation	μ	-1	0	1	0
	ν_μ	0	0	1	0
Third generation	τ	-1	0	0	1
	ν_τ	0	0	0	1

Modeli Standart

Fizika e Grimcave

Fizika e grimcave studion: MATERIEN dhe FORCAT ne nivelin me fondamental. Ne kuptimin e sotem:

- **MATERIA** – perbehet nga **Leptonet dhe Kuarket** qe jane fermione me spin $1/2$. Keto grimca nuk kane permasa fizike (jane pikesore).
- **FORCAT**- jane bashkeveprimet themelore te natyres. Pershkruhen nga fusha kuantike te cilat kane si kuante bozonet e fushes dhe kane spin 1 pervec gravitonit qe duhet te kete spin 2. Kuante e fushes shkembehen mes grimcave te materies duke mundesuar bashkeveprimint e tyre. Keto kuante jane
  - Bashkeveprimi Elektromagnetik – fotoni γ.
  - Bashkeveprimi i Dobet – grimcat $W^{\pm}$ dhe Z^0.
  - Bashkeveprimi i Forte – gluoni g
  - Bashkeveprimi i Gravitacional – gravitoni G (ka spin 2)*

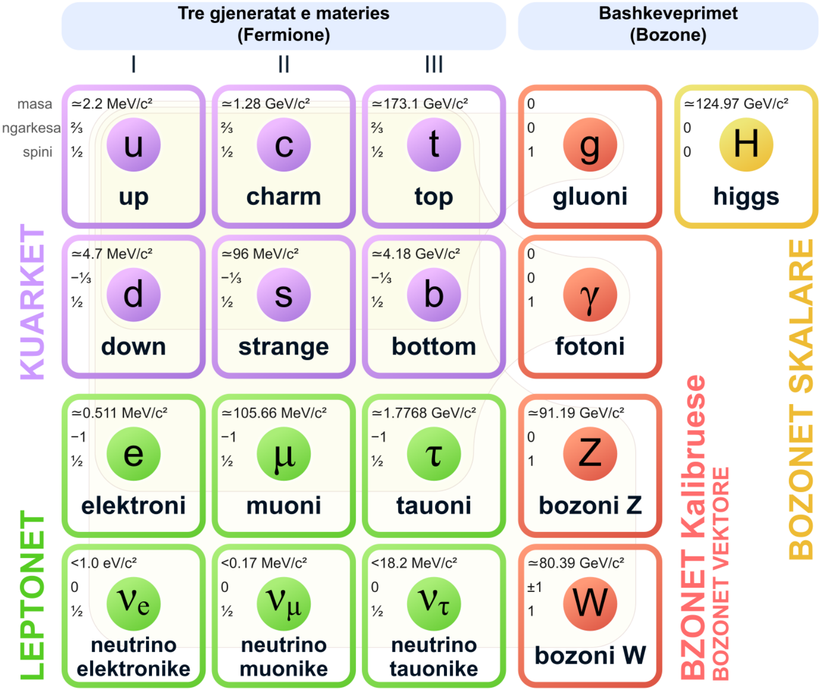
*Bashkeveperimi gravitacional midis grimcave elementare eshte totalisht i neglizhueshme.

Modeli Standart (MS)

Modeli Standart i grimcave elementare eshte nje teori kuantike fushe shume e suksesshme e cila ka parashikuar me shume saktesi cdo rezultat eksperimental te perftuar deri tani.

Materia ne MS

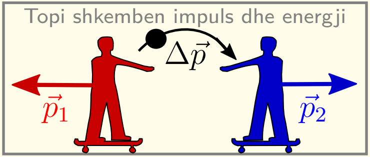
- Materia ne modelin standart pershkruhet nga leptonet dhe kuarket.
- Jane gjithsej 6 aroma leptonesh dhe 6 aroma kuarkesh bashke me antigrimcat e tyre.
- Leptonet dhe kuarket formojne 3 gjenerata (grupe dyshe). Gjeneratat sillen njelloj dhe ndryshojne vetem nga masat.
- Kuarket gjithashtu vijne ne tre ngjyra (te kuqe, jeshile dhe blu) qe jane ngarkesat e bashkeveprimit te forte.
- Pra, materia ne MS ka gjithsej 48 grimca themelore.

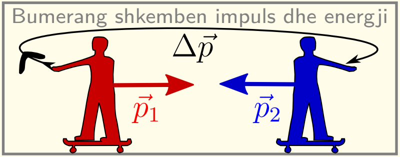

Tre gjeneratat e materies
(Fermione)
Bashkeveprimet
(Bozone)
I
II
III
masa
ngarkesa
spini
≃2.2 MeV/c²
⅔
½
u
up
≃1.28 GeV/c²
⅔
½
c
charm
≃173.1 GeV/c²
⅔
½
t
top
0
0
1
g
gluoni
≃124.97 GeV/c²
0
0
H
higgs
≃4.7 MeV/c²
−⅓
½
d
down
≃96 MeV/c²
−⅓
½
s
strange
≃4.18 GeV/c²
−⅓
½
b
bottom
0
0
1
γ
fotoni
≃0.511 MeV/c²
−1
½
e
elektroni
≃105.66 MeV/c²
−1
½
μ
muoni
≃1.7768 GeV/c²
−1
½
τ
tauoni
≃91.19 GeV/c²
0
1
Z
bozoni Z
<1.0 eV/c²
0
½
νe
neutrino elektronike
<0.17 MeV/c²
0
½
νμ
neutrino muonike
<18.2 MeV/c²
0
½
ντ
neutrino tauonike
≃80.39 GeV/c²
±1
1
W
bozoni W
KUARKET
LEPTONET
BZONET Kalibruese
BOZONET VEKTORE
BOZONET SKALARE

Modeli Standart (MS)

Forcat ne MS

- MS merret me bashkevperimet elektromagnetike, te dobeta dhe te forta. Per shkak te dobesise se tij dhe meqe nuk ka akoma nje teori kuantike, graviteti nuk eshte pjese e MS.
- Bashkeveprimet ne teorine kuantike te fushes pershkruhen nepermjet shkembimit te grimcave te fushes (bozonet e fushes).





- MS eshte nje teori efektive dhe jo teori themelore e natyres. Ajo ka nje shkalle energjie pertej se ciles pushon se funksionuari.

Karakteristikat e Bashkeveprimeve.

Madhesia Fizike	Gravitacioni	Elektromagnetizmi	Bashk. Dobet	Bashk. Forte
Vepron mbi	çdo grimce	grimcat e ngarkuara	leptonet & kuarket	kuarket & gluonet
Ngarkesa/Burimi	masa–energjia	ngark. elektrike	ngark. aromes	ngark. ngjyres
Fortesia*	$\sim 10^{-39}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-7}$	~ 1
Potenciali $V(r)$ ne distance	$\sim 1/r$	$\sim 1/r$	$\sim e^{-(m\times r)}/r$	$\sim r$
Distanca tipike $[\mathrm{m}]$	∞	∞	$\sim 10^{-17}$	$\sim 10^{-15}$
Jetgjatesia tipike $[\mathrm{s}]$	–	10^{-20}	10^{-8}	$\sim 10^{-23}$
Seksioni terthorte tipik $[\mathrm{mb}]$	–	10^{-2}	10^{-13}	~ 10
Teoria pershkruese	Gjeometrodinamika	Elektrodinamika	Aromodinamika	Kromodinamika

*Fortesia ketu lidhet me ate qe quhet konstantja e çiftimit α apo konstantja hiperfine ne elektrodinamike.

Karakteristikat e bozoneve te fushes.

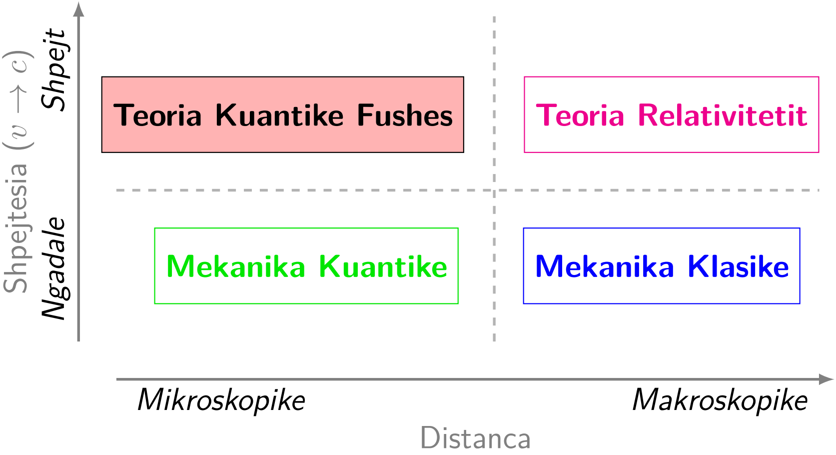
Madhesia Fizike	Gravitacioni	Elektromagnet.	Bashk. Dobet	Bashk. Forte
Kuanti fushes	G	γ	$W^{\pm}$, Z^0	g
Masa $[\mathrm{GeV/c^2}]$	0	0	80.4, 91.2	0
Ngarkesa elektrike	0	0	$\pm e$, 0	0
Spini $[\hbar]$	2	1	1	1

Ushtrim 5

Llogarisni forcen e Coulomb-it, forcen gravitacionale si dhe raportin e tyre per: a) dy elektrone, b) dy protone te cilet ndodhen ne distancen $r = 1\,\mathrm{fm}$.

Teoria Kuantike Fushes

Teoria e Grimcave Elementare



Teoria Relativiteti Special

- Teoria Speciale e Relativitetit nderton nje hapesire ngjarjesh 4 dimensionale (3 hapesire dhe 1 kohe) ku nje vektor shprehet $x^\mu = (ct, x, y, z)$ dhe $\mu = 0, 1, 2, 3$.
- Kjo hapesire–kohe eshte minkowskiane me metrike diagonale $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1)$.
- Gjatesite e nje vektori x^μ ne kete hapesire gjendet nga $s^2 = \eta_{\mu\nu}\, x^\mu x^\nu = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ qe quhet interval.
- Themeli i teorise jane transformimet e Lorentz-it qe jane rrotullime ne hapesiren e Minkowski-t.
- Keto rrotullime formojne nje grup ortogonal special $SO(1, 3)$ qe quhet dhe grupi i Lorentz-it. Eshte (1,3) per 1 dimension kohe dhe 3 dimensionet e hapesires.
- Paraqitja matricore e elementeve te $SO(1, 3)$ per hapesiren e ngjarjeve jep transformimet e Lorentz-it per vektoret.

- Rrotullimet ne hapesire jane njelloj si ne 3D, me matricat qe kane $\cos\theta$ dhe $\sin\theta$. Shembull rrotullimi sipas boshtit z:

$$\Lambda^{\mu}_{\nu}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Rrotullimet qe perfshijne koordinaten e kohes (quhen “boosts”) behen me funksione hiperbolike pra permban $\cosh$ dhe $\sinh$ ne vend te $\cos$ dhe $\sin$. Shembull, “boosts” sipas boshtit x:

$$\Lambda^{\mu}_{\nu}(\psi) = \begin{bmatrix} \cosh(\psi) & \sinh(\psi) & 0 & 0 \\ \sinh(\psi) & \cosh(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Transformimet nga sistemi S nje tjeter S' qe leviz me shpejtesi v psh sipas boshtit x, behet nga “boosts”: $x^{\mu'} = \Lambda^{\mu}_{\nu}(\psi)\, x^{\nu}$.

- Madhesite fizike ne teorine e relativitetit marrin formen relevante per hapesire 4D minkowskiane (quhet paraqitja kovariante). Psh. translacionet ne hapesire–kohe gjenerohen nga 4-impulsi $P^\mu = (E/c, \vec{p})$ qe perfshin zhvendosjet ne kohe dhe ne hapesire qe ne mekaniken klasike kryhenin vec e vec nga Hamiltoniani dhe impulsi, respektivisht.
- Simetrite ne relativitet jane ato qe shnderrimet nga grupi i Lorentz-it $SO(1,3)$ lene invariante, qe eshte norma e vektoreve 4D. Shembull madhesish invariante:

$$x^2 = \eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = c^2 t^2 - \vec{r}^{\,2}$$

$$P^2 = \eta_{\mu\nu} P^\mu P^\nu = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^{\,2} = m^2\, c^2$$

- Nga ku rrjedh dhe lidhja relativiste e energji-impulsit:

$$\boxed{E^2 = p^2\, c^2 + m^2\, c^4}$$

Kinematika Relativiste

4-impulsi ruhet

Ne cdo bashkeveprim grimcash 4-impulsi ruhet.

$$\sum_i P_i^\mu = \sum_j P_j'^\mu$$

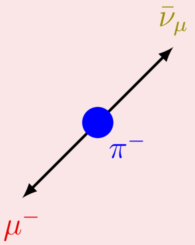
$$\Rightarrow \begin{cases} \sum_i E_i & = \sum_j E_j' \\ \sum_i \vec{p}_i & = \sum_j \vec{p}_j' \end{cases}$$

Per cdo grimce vlen $P_i^2 = m_i^2\, c^2$.

Shembull

Gjeni energjine dhe impulsin e muonit dhe neutrinos nga zberthimi i nje pioni ne prehje $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$.

Zgjidhje:



- Nga ligji ruajtjes: $P^\lambda_{\pi^-} = P^\lambda_{\mu^-} + P^\lambda_{\bar{\nu}_\mu}$
- Ngrejme ne katrore: $(P_{\pi^-})^2 = (P_{\mu^-} + P_{\bar{\nu}_\mu})^2$ (shenim: mos harroni qe ngritja ne katrore eshte $P^2 = \eta_{\lambda\delta} P^\lambda P^\delta$)
- Kemi: $P_\pi^2 = P_\mu^2 + P_\nu^2 + 2\,\eta_{\lambda\delta} P_\mu^\lambda P_\nu^\delta$
- $\Rightarrow m_\pi^2 c^2 = m_\mu^2 c^2 + m_\nu^2 c^2 + 2\left(\frac{E_\mu E_\nu}{c^2} - \vec{p}_\mu \vec{p}_\nu\right)$
- Meqe $m_\nu = 0 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu|$ dhe meqe $\vec{p}_\pi = 0 \Rightarrow \vec{p}_\mu = -\vec{p}_\nu$ si dhe $E_\mu = E_\pi - E_\nu$

Gjejme: $E_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} c^2 = \frac{(140MeV)^2 - (106MeV)^2}{2\times 140MeV} = 110\ MeV$
$E_\nu = |p_\mu| = |p_\nu| = 30\ MeV$.

Ushtrim 6

Gjeni energjine dhe impulsin e fotonove nga zberthimi $\pi^0 \to 2\gamma$.

Ushtrim 7

Ne eksperimentet me grimca dallohen dy tipa: Ato qe jane objekt fiks (grimca te pershpejtuara godasin nje material ne prehje) dhe pershpejtuesit (dy grumbuj grimcash qe pershpejtohen ne drejtime te kunderta dhe goditen). Gjeni formulen e madhesise invariante $s = (P_1^\mu + P_2^\mu)^2$, funksion te energjise dhe impulsit sic maten ne laborator te grimcave qe goditen. $P_1^\mu = (E_1/c, \vec{p}_1)$ dhe $P_2^\mu = (E_2/c, \vec{p}_2)$ jane 4-impulset e grimcave qe goditen ne laborator.

Mekanika Kuantike

- Ne Mekanike Kuantike, hapesira e gjendjeve eshte hapesira e Hilbertit (hapesira e funskioneve valore).
- Impulsi apo Energjia (Hamiltoniani) si gjeneratore te zhvendosjeve ne hapesire dhe ne kohe jane operatore ne hapesiren e Hilbertit.
- Nese zgjedhim paraqitjen koordinative te funksioneve valore, atehere paraqitja e operatoreve te energjise dhe impulsit eshte:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \qquad \hat{\vec{p}} = -i\hbar\nabla$$

- Ekuacioni Schröndinger-it mundeson evolucionin e gjendjeve.

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

- Per nje grimce te lire ekuacioni i Schröndinger-it jep:

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

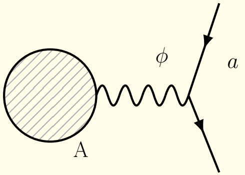
- Zgjidhja e ketij ekuacioni eshte ekuacioni i vales plane $\Psi = A \times e^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x})}$, ku $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ dhe $E = \hbar\omega = \hbar^2\vec{k}^2/2m$.
- Ky ekuacion eshte me derivate te rendit te pare ne kohe dhe te rendit te dyte ne hapesire, rrjedhimisht nuk eshte invariant ndaj shnderrimeve te Lorentz-it, dmth nuk eshte relativist.
- Meqe grimcat elementare levizin me shpejtesi relativiste, do na duhet nje version relativist i ekuacionit te Schröndinger-it.
- Ketu nuk kemi folur per spinin e grimces. funksioni valore Ψ paraqet nje skalar (grimce me spin 0). Ekuacioni i Paulit modifikon ekuacionin e Schröndinger-it per te pershkruar grimcat jo relativiste me spin $1/2$.

Mekanika Kuantike Relativiste

Ekuacioni i Klein–Gordon-it

- Lidhja energji-impuls ne teorine e relativitetit eshte $E^2/c^2 = p^2 + m^2c^2$, versioni i kunatizuar i saj do ishte
$$\frac{\hat{E}^2}{c^2} = \hat{p}^2 + m^2c^2$$
- Duke zevendesuar operatoret gjejme ekuacionin e Klein–Gordon-it:
$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{c^2\, dt^2} = -\hbar^2 \Delta \Psi + m^2\, c^2 \Psi$$
- Zgjidhja e ketij ekuacioni eshte erisht ekuacioni i vales plane $\Psi = A \times e^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x})}$, ku tani $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ ndersa $E = \hbar\omega = \pm\sqrt{\vec{p}^{\,2}\, c^2 + m^2\, c^4}$.
- Ekuacioni tani eshte relativist por na del problemi i energjive negative!!!

Zgjidhja Statike e Ekuacionit Klein–Gordon



Imagjinoni bashkeveprimin e nje grimce test a me nje grimce tjeter masive A te pa levizshme, $a + A \to a' + A$. Supozojme qe grimca A prodhon nje fushe qe ndermjetesohet nga bozone skalare ϕ.

- Ekuacioni i Klein–Gordon-it per grimcen ϕ ne rastin statik (pra derivatet kohore jane $\partial_t \phi = 0$) eshte:

$$\Delta\phi = \lambda_c^2 \phi$$

- Ketu $\lambda_c = \hbar/mc$ eshte gjatesia e vales se Comptonit. Dhe zgjidhja e ketij ekuacioni eshte:

$$\phi(r) = -\frac{g^2}{4\pi\, r}\, e^{-r/\lambda_c}$$

Zgjidhja Statike e Ekuacionit Klein–Gordon

Potenciali Yukawa-s

- Konstantja g qe normalizon zgjidhjen jep fortesine e bashkeveprimit.
- Kjo ne fakt jep zgjidhjen e potencialit te Yukawa-s:

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi\, r}\, e^{-r/\lambda_c}$$

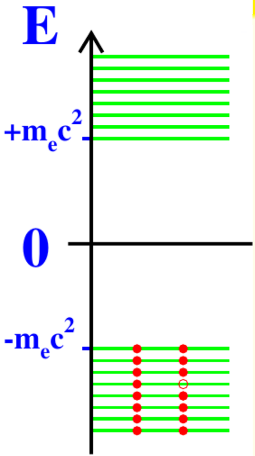
- Yukawa ishte i pari qe propozoje kete zgjidhje per te shpjeguar forcat berthamore, dhe λ_c jipte rrezen e bashkeveprimit berthamore, dhe keshtu gjendet masa e mezonit π qe u zbulua me vone.
- Vereni qe nese masa e grimces ndermjetese eshte $m = 0$ potenciali Yukawas shnderrohet ne potencialin elektrik te Coulomb-it $V(r) = -\alpha/r$.

Zgjidhja Statike e Ekuacionit Klein–Gordon

Ushtrim 8

Duke ditur rrezen e bashkeveprimit berthamore, gjeni sa duhet te jete masa e grimces Yukawa qe duhet te ndermjeteson bashkeveprimin berthamore.

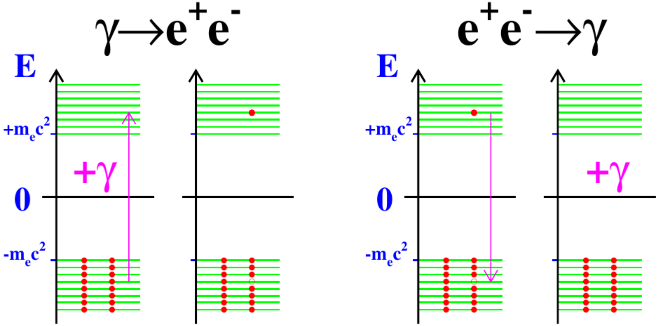
Zgjidhja me Energji Negative: Antigrimca



Interpretimi Dirack-ut

- Dirack nuk i hodhi poshte zgjidhjet me energji negative qe rrjedhin nga ekuacionet relativiste te Klein–Gordon-it
- Ai interpretoje ato me ate qe quhet "deti i Dirack-ut"
- Vakumi permban gjithe gjendjet/zgjidhjet me energji negative, ku cdo gjendje eshte e mbushur me elektrone me spine te kunderta ne menyre qe te kenaqi parimin e Pauli-t.

Deti i Dirack-ut



Vakuumi i ka te gjitha gjendjet e zena (eshte i gjithi i mbushur perplot me grimca) rrjedhimisht, grimcat me energji pozitive nuk mund te zbresin ne enegji me te uleta. Nese pompohet energji ne vakuum si psh nje foton, nje grimce e vakuumit kapercen ne banden me energji pozitive duke lene pas nje “vrime” ne banden me energji negative. Nga elektroneutraliteti i vakuumit, vrima ka ngarkese te kundert nga vrima. Dirack interpretoje vrimat si antrigrimca.

Interpretimi i Feynman

Ne kuptimin e sotem, zgjidhjet me energji negative jane gjendje te grimces qe leviz mbrapsht ne kohe. Keto interpretohen si antrigrimca me energji pozitive por me ngarkese te kundert levizin ne drejtimin pozitiv te kohes. Antrigrimcat kane te njejten mase dhe ngarkese pro me shenjte te kundert me grimcen. Per te dhene nje ide, kini parasysh evolimin ne kohe te nje vale plane te grimces

$$e^{i-E\,t} = e^{i-(-E)\,(-t)}$$

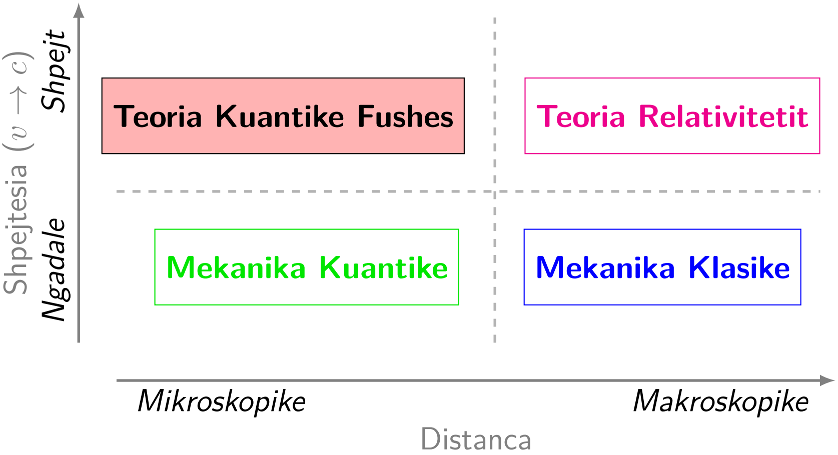
Seksionet e Terthorta per Bashkeveprimeve e Grimcave

Marrim nje reaksion $a + b \rightarrow c + d$. Seksioni i terthorte per kete reaksion eshte madhesia σ qe perftohet nga raporti i shpejtesise se reaksionit Γ me fluksin e grimcave qe godasin Φ.

$$\Gamma = \sigma \, \Phi$$

Shpejtesia e reaksionit jipet/llogaritet nga **Rregulla e Arte e Fermi-t**

Teoria Kuantike Fushes


Shpejtesia ($v \to c$)
Shpejt
Ngadale
Teoria Kuantike Fushes
Teoria Relativitetit
Mekanika Kuantike
Mekanika Klasike
Mikroskopike
Makroskopike
Distanca

Mekanika Kuantike

- Ne Mekanike Kuantike, hapesira e gjendjeve eshte hapesira e Hilbertit (hapesira e funskioneve valore).
- Impulsi apo Energjia (Hamiltoniani) si gjeneratore te zhvendosjeve ne hapesire dhe ne kohe jane operatore ne hapesiren e Hilbertit.
- Nese zgjedhim paraqitjen koordinative te funksioneve valore, atehere paraqitja e operatoreve te energjise dhe impulsit eshte:

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} = \hat{E} \quad &= i\hbar\,\partial_t \\ \hat{\vec{p}} \quad &= -i\hbar\nabla \end{aligned}}$$

- Ekuacioni Schröndinger-it eshte ekuacioni i evolucionit te gjendjeve.
$$\boxed{\hat{\mathcal{H}}|\psi\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle}$$
- Per nje grimce te lire $(V = 0)$ ekuacioni shnderrohet ne:
$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$
- Zgjidhja e tij eshte ekuacioni i vales plane $\psi = A \times e^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x})}$, ku $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ dhe $E = \hbar\omega = \vec{p}^2/2m$.
- Ekuacioni mesiperm nuk eshte relativiste (nuk ka forme kovariante). Ai ka nje derivat te rendit te pare me kohen dhe nje derivat te rendit te dyte ne lidhje me hapesiren.
- Funksioni valor ne kete ekuacion eshte skalar, dhe nuk perfaqeson grimcat me spin.
- Grimcat elementare levizin me shpejtesi relativiste, rrjedhimisht na duhet nje version relativist i ekuacionit te Schröndinger-it. dhe qe gjithashtu te pershkruaj grimcat me spinine te ndryshme.

Spini i grimcave

- Spini eshte grade te tjera lirie qe ka grimca (sic eshte zhvendosja apo rrotullimit i trupit ne hapesire).
- Spini i grimces modelohet matematikisht njelloj si momenti impulsit kuantik qe eshte paraqitje e grupit $SU(2)$.
- Spini mund te mendohet si nje rrotullimi i grimces, por qe nuk ka lidhje me perfytyrimin tone te rrotullimit klasik.
- Momenti impulsit/Spini ne mekanike kuantike jane te kuantizuar.
- Kujtoni dhe qe grimcat elementare jane pikesore (asnje eksperiment nuk tregon qe grimcat elementare kane permasa fizike). A mund intuita juaj te vizualizoje rrotullimin e nje pike gjeometrike?!
- Grimcat me spin kane nje simetri rrotullues. Nese grimca ka spin $S = s\hbar$, ajo ngel invariante nese rrotullohet me kendin $\alpha = 2\pi/s$.

Ka nje lidhje te ngushte mes grupit te Lorentz-it $SO(3,1)$ (relativitetit) dhe spinit $SU(2)$ (arsyet do ti kuptonim mire po te benim parqitje grupesh). Si rrjedhoje:

- Grimcat me spin $S = 0$ quhet grimca skalare (nga menyra si shnderrohen nga grupi Lorentz-it).
- Fermionet me $S = 1/2$ kane simetri rrotullimi me $\alpha = 4\pi$ (duhet te rrotullohesh $2 \times 360^\circ$ te vish ne pozicionin fillestare).
- Bozonet me $S = 1$ quhen vektore (sepse shnderrohen njelloj si vektoret e hapesires) dhe ka simetri rrotullimi me $\alpha = 2\pi$.
- Fermionet me $S = 3/2$ kane simetri rrotullimi me $\alpha = 4\pi/3$.
- Bozonet me $S = 2$ shenderrohen si tenzor i rangut 2 dhe ka simetri per $\alpha = \pi$, etj...

- Ne ekuacionin e Schröndinger-it nuk kemi folur ne menyre eksplicite per spinin e grimces.
- Pauli ishte i pari qe formuloi ekuacionin e Schröndinger-it per grimcat jo relativiste me spin $1/2$ ne fushen elektromagnetike:

$$\left[\frac{1}{2m}(\vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot (\vec{\mathbf{p}} - q\vec{\mathbf{A}}))^2 + q\phi\right]|\psi\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle,$$

  ku σ_i jane matricat e Paulit dhe $|\psi\rangle = \begin{bmatrix}\psi_+ \\ \psi_-\end{bmatrix}$ ku ψ_+ dhe ψ_- jane funksionet qe i pergjigjen gradeve te lirise se spinit $+1/2$ dhe $-1/2$, respektivisht.
- Pra po kerkojme nje formulim te mekanikes kuantike qe te jete relativist dhe te permbaje natyrshem spinin dhe cdo grade tjeter lirie te grimces.

Ushtrim 1

Vertetoni qe:

a) $(\vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \vec{\mathbf{p}})^2 = p^2$.

b) $\left(\frac{E}{c} - \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \vec{\mathbf{p}}\right)\left(\frac{E}{c} + \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \vec{\mathbf{p}}\right) = \frac{E^2}{c^2} - p^2$.

Ushtrim 2

Vertetoni qe matricat e Pauli-t kane antikomutator:

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\,\delta_{ij}$$

Shenim: Antikomutatori perkufizohet si $\{A, B\} = AB + BA$ ndryshe nga komutatori qe eshte $[A, B] = AB - BA$. Kujtoni qe komutatori i matricave te Pauli-t eshte $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\,\epsilon_{ijk}\sigma_k$

Mekanika Kuantike Relativiste

Ekuacioni i Klein–Gordon-it ($S = 0$)

- Lidhja energji-impuls ne teorine e relativitetit eshte $E^2/c^2 = p^2 + m^2c^2$, versioni i kunatizuar i saj do ishte

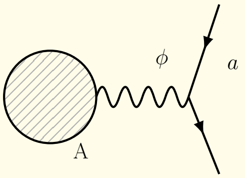
$$\frac{\hat{E}^2}{c^2} = \hat{p}^2 + m^2c^2$$

- Duke zevendesuar operatoret gjejme ekuacionin e Klein–Gordon-it:

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{c^2\, dt^2} = -\hbar^2 \Delta\psi + m^2\, c^2 \psi$$

- Zgjidhja e ketij ekuacioni eshte erisht ekuacioni i vales plane $\psi = A \times e^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x})}$, ku tani $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ndersa $E = \hbar\omega = \pm\sqrt{\vec{p}^{\,2}\, c^2 + m^2\, c^4}$.
- Ekuacioni tani eshte relativist por na del problemi i energjive negative!!!

Zgjidhja Statike e Ekuacionit Klein–Gordon



Imagjinoni bashkeveprimin e nje grimce test a me nje grimce tjeter masive A te pa levizshme, $a + A \to a' + A$. Supozojme qe grimca A prodhon nje fushe qe ndermjetesohet nga bozone skalare ϕ.

- Ekuacioni i Klein–Gordon-it per grimcen ϕ ne rastin statik (pra derivatet kohore jane $\partial_t \phi = 0$) eshte:

$$\Delta\phi - \frac{\phi}{\lambda_c^2} = 0$$

- Ketu $\lambda_c = \hbar/mc$ eshte gjatesia e vales se Comptonit. Dhe zgjidhja e ketij ekuacioni eshte:

$$\phi(r) = -\frac{g^2}{4\pi\, r}\, e^{-r/\lambda_c}$$

Zgjidhja Statike e Ekuacionit Klein–Gordon

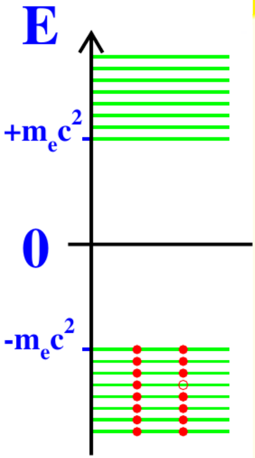
Potenciali Yukawa-s

- Konstantja g qe normalizon zgjidhjen jep fortesine e bashkeveprimit.
- Kjo ne fakt jep zgjidhjen e potencialit te Yukawa-s:

$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi\, r}\, e^{-r/\lambda_c}$$

- Yukawa ishte i pari qe propozoje kete zgjidhje per te shpjeguar forcat berthamore, dhe λ_c jipte rrezen e bashkeveprimit berthamore, dhe keshtu gjendet masa e mezonit π qe u zbulua me vone.
- Vereni qe nese masa e grimces ndermjetese eshte $m = 0$ potenciali Yukawas shnderrohet ne potencialin elektrik te Coulomb-it $V(r) = -\alpha/r$.

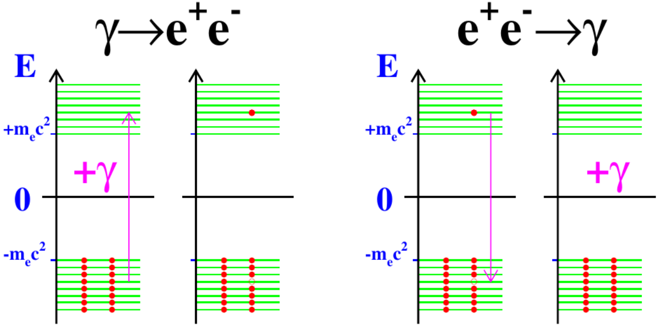
Zgjidhja me Energji Negative: Antigrimca



Interpretimi Dirac-ut

- Dirac nuk i hodhi poshte zgjidhjet me energji negative qe rrjedhin nga ekuacionet relativiste te Klein–Gordon-it
- Ai interpretoje ato me ate qe quhet "deti i Dirac-ut"
- Vakumi permban gjithe gjendjet/zgjidhjet me energji negative, ku cdo gjendje eshte e mbushur me elektrone me spine te kunderta ne menyre qe te kenaqi parimin e Pauli-t.

Deti i Dirac-ut



Vakuumi i ka te gjitha gjendjet e zena (eshte i gjithi i mbushur perplot me grimca) rrjedhimisht, grimcat me energji pozitive nuk mund te zbresin ne enegji me te uleta. Nese pompohet energji ne vakuum si psh nje foton, nje grimce e vakuumit kapercen ne banden me energji pozitive duke lene pas nje "vrime" ne banden me energji negative. Nga elektroneutraliteti i vakuumit, vrima ka ngarkese te kundert nga vrima. Dirac interpretoje vrimat si antrigrimca.

Interpretimi i Feynman

Ne kuptimin e sotem, zgjidhjet me energji negative jane gjendje te grimces qe leviz mbrapsht ne kohe. Keto interpretohen si antrigrimca me energji pozitive por me ngarkese te kundert levizin ne drejtimin pozitiv te kohes. Antrigrimcat kane te njejten mase dhe ngarkese pro me shenjte te kundert me grimcen. Per te dhene nje ide, kini parasysh evolimin ne kohe te nje vale plane te grimces

$$e^{i-E\,t} = e^{i-(-E)\,(-t)}$$

Ekaucioni i Weyl-it

- Konsideroni tani Ekuacionin e Klein–Gordon-it per rastin e grimces pa mase:
$$\left(\frac{\hat{E}^2}{c^2} - \hat{p}^2\right)\psi = 0$$
- Meqe energjite negative i perkasin antigrimces atehere do mundohemi qe ekuacionin e Klein–Gordon-it ta faktorizojme si dy ekuacione te rendit te pare ne derivate.
$$\left(\frac{\hat{E}}{c} - \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\hat{\vec{\mathbf{p}}}\right)\left(\frac{\hat{E}}{c} + \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\hat{\vec{\mathbf{p}}}\right) = \frac{\hat{E}^2}{c^2} - \hat{p}^2$$
- Pra ekuacioni shnderrohet ne forme matricore:
$$\left(\frac{1}{c}\,I\,\partial_t + \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\left(\frac{1}{c}\,I\,\partial_t - \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right) = \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \Delta = \Box.$$

Nga ekuacioni me siper ndertojme trajten matricore:

$$\frac{1}{c}\, I\, \partial_t = \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\partial_t & 0 \\ 0 & \frac{1}{c}\partial_t \end{pmatrix}, \quad \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\nabla} = \begin{pmatrix} 0 & \partial_x \\ \partial_x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i\partial_y \\ i\partial_x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \partial_z & 0 \\ 0 & \partial_z \end{pmatrix}$$

$$\left(\tfrac{1}{c}\, I\, \partial_t + \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\partial_t + \partial_z & \partial_x - i\partial_y \\ \partial_x + i\partial_y & \frac{1}{c}\partial_t - \partial_z \end{pmatrix}$$

$$\left(\tfrac{1}{c}\, I\, \partial_t - \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\partial_t - \partial_z & -(\partial_x - i\partial_y) \\ -(\partial_x + i\partial_y) & \frac{1}{c}\partial_t + \partial_z \end{pmatrix}$$

$$\left(\tfrac{1}{c}\, \partial_t + \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) \cdot \left(\tfrac{1}{c}\, \partial_t - \vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\partial_t + \partial_z & \partial_x - i\partial_y \\ \partial_x + i\partial_y & \frac{1}{c}\partial_t - \partial_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\partial_t - \partial_z & -(\partial_x - i\partial_y) \\ -(\partial_x + i\partial_y) & \frac{1}{c}\partial_t + \partial_z \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c^2}\partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2 \end{pmatrix} = I\, \Box$$

Ekuacioni

$$\left(\frac{1}{c}\,\partial_t + \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\cdot\left(\frac{1}{c}\,\partial_t - \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\psi = 0$$

ka zgjidhje (**ekuacionet e Weyl**)

$$\begin{aligned}\left(\tfrac{1}{c}\,\partial_t + \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\varphi = 0\\ \left(\tfrac{1}{c}\,\partial_t - \vec{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\xi = 0\end{aligned}$$

Meqenese matricat e Paulit jane 2×2 atehere kerkohet qe dhe funksionet valore te jene te kene 2 komponente ose sic quhen ndryshe **Spinoret e Weyl**. Rrjedhimisht zgjidhja per grimcen relativiste te lire dhe pa mase eshte e tipit:

$$\varphi = \mathcal{N}\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix} e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

Pra **funksioni valore eshte i detyruar te kete nje grade tjeter lirie – spinin e fermionit.**

Ushtrim 3

Konsideroni nje spinor Weyl-i (dmth fermion pa mase) qe ka impuls $p = p_z$ ne drejtim e boshtit z. Zbatoni ne fillim psh ekuacionin e pare te Weyl per funksionin valore φ per zgjidhjen e vales plane dhe gjeni qe:

$$(E/c - |p|)\varphi_1 = 0$$
$$(E/c + |p|)\varphi_2 = 0$$

Gjeni gjithashtu zgjidhjen ne te njejta kushte per ekuacionin e dyte te Weyl per ξ. Krahasoni zgjidhjet.

Heliciteti

Zgjidhja

$$(E/c - |p|)\varphi_+ = 0$$
$$(E/c + |p|)\varphi_- = 0$$

jane te tipit $\varphi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ per grimcen me energji pozitive $E = +|p|$

dhe $\varphi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ per grimcen me energji negative $E = -|p|$

(antigrimcen). Nese nisemi edhe njehere nga ekuacioni Weyl dhe pjesetojme te me modulin e impulsit te grimces kemi:

$$\left(\frac{E}{|p|c} - \frac{\vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \vec{\boldsymbol{p}}}{|p|} \right) \varphi = 0$$

Heliciteti

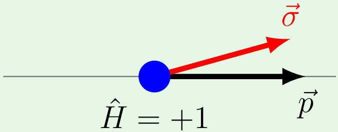
Heliciteti quhet madhesia

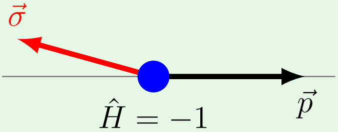
$$\boxed{\hat{H} = \frac{\vec{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \vec{\boldsymbol{p}}}{|p|}}$$

Per fermionet ($s = 1/2$) pa mase, ka vlera vetjake:

$$\hat{H} = \frac{E}{|p|c} = \begin{cases} +1 & : E > 0 \ \text{(grimca)} \\ -1 & : E < 0 \ \text{(antigrimca)} \end{cases}$$

Heliciteti eshte shenja e projeksionit te spinit ne drejtimin e impulsit.





Helicitetit

Zakonisht helicitetin perdoret dhe terminologjia qe $H = +1$ eshte i "Djathte" ("right-handed") dhe $H = -1$ "Majte" ("left-handed").

Keshtu qe zgjidhjet e ekuacioneve te Weyl per φ do ishin.

$E > 0,\ \hat{H} = +1$

Grimce e Djathte

$E < 0,\ \hat{H} = -1$

Antigrimce e Majte

Ndersa per ξ do kishim

$E > 0,\ \hat{H} = -1$

Grimce e Majte

$E < 0,\ \hat{H} = +1$

Antigrimce e Djathte

Shenim: Zakonisht gjendjet e Majta apo te Djathta i perkasin nje madhesie tjeter qe quhet Kiralitet ("Chirality"). Megjithate, per fermionet pa mase, Heliciteti dhe Kiraliteti jane ekuivalent dhe prandaj shkembehet terminologjia.

Permbledhje e ekuacioneve te Weyl

- Ekuacionet e Weil jane per fermionet pa mase.
- Faktorizimi i ekuacioneve te Klein-Gordon-it ne ekuacione lineare ne lidhje me derivatet, solli ne menyre te natyrshme grade lirie ekstra qe lidhen me spinin e grimces.
- Gjithashtu vazhdojme te marrim zgjidhjet me energji negative per antigrimcen.
- Dendesia e probabilitetit eshte gjithmone pozitive.
- Ne menyre te natyrshme, gjendjet e grimces pershkruhen nga vlerat dhe gjendjet vetjake te operatorit te Helicitetit.

Ekuacioni i Dirac-ut

- Ekuacioni Weyl-it pershkruan grimcat me spin 1/2 pa mase, nderkohe qe fermionet e materies qe njohim jan me mase.
- Ekuacioni qe pershkruan fermionet relativiste me mase quhet ekuacioni i Dirac-ut.
- Nisim perseri nga ekuacioni i Klein-Gordon-it $\hat{E}^2/c^2 - \hat{p}^2 = m^2\, c^2$ dhe e linearizojme ne derivate te para ne hapesire dhe kohe:

$$\frac{\hat{E}}{c} = \vec{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \vec{\mathbf{p}} + \beta\, m = \alpha_x\, p_x + \alpha_y\, p_y + \alpha_z\, p_z + \beta\, m\, c^2$$

- Kerkojme qe $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ dhe β te plotesojne ekuacionin e Klein-Gordon-it

$$\frac{\hat{E}^2}{c^2} = \left(\alpha_x\, p_x + \alpha_y\, p_y + \alpha_z\, p_z + \beta\, m\, c^2\right)^2$$

Ushtrim 4

Duke u nisur nga ekuacioni Klein-Gordon, dhe forma lineare

$$\frac{\hat{E}^2}{c^2} = \left(\alpha_x\, p_x + \alpha_y\, p_y + \alpha_z\, p_z + \beta\, m\, c^2\right)^2$$

gjeni qe:

- $\alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = 1$
- antikomutatori $\{\alpha_i, \alpha_j\} = 0$ per $i \neq j$
- antikomutatori $\{\alpha_i, \beta\} = 0$ per $i = x, y, z$.

Ekuacioni i Dirac-ut

- Shumezojme tani me nje β nga te dy anet e ekuacionit

$$\beta \frac{\hat{E}}{c} = \beta \, \vec{\boldsymbol{\alpha}} \cdot \vec{\mathbf{p}} + \beta^2 \, m$$

- dhe shenojme

$$\left[i\hbar \left(\frac{1}{c} \gamma^0 \, \partial_t + \gamma^1 \, \partial_x + \gamma^2 \, \partial_y + \gamma^3 \, \partial_z \right) - \beta^2 \, m \, c \right] \psi = 0$$

- ku $\gamma^\mu = (\beta, \beta \, \vec{\boldsymbol{\alpha}})$ quhen matricat e Dirac-ut. Shpesh ne literature ekuacionin e Dirac e gjeni ne njesi natyrale $\hbar = c = 1$

$$\boxed{\boldsymbol{(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \, \psi = 0}}$$

Eshte nje nga ekuacionet me te bukura dhe ikon e fizikes moderne.

Matricat e Dirac-ut

Matricat e Dirac-ut (ose matricat gama) plotesojne

- $(\gamma^0)^2 = 1$
- $(\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1$
- $\{\gamma^i, \gamma^j\} = 0$ per $i \neq j$.

Permbledhtazi, matricat e Dirac-ut plotesojne

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\,\eta^{\mu\nu}\, I_4$$

Ku $\eta^{\mu\nu}$ eshte metrika Monkowski-t dhe I_4 eshte matrica njesi 4×4.

Paraqitja e Matricave te Dirac-ut

Nje nga paraqitjet me te zakonshme te matricave te Dirac-ut eshte si vijon:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

Ushtrim 5

Provoni qe paraqitja me lart e matricat te Dirac-ut plotesn vetite a antikomutimit

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\,\eta^{\mu\nu}\, I_4.$$

Zgjidhjet e ekuacionit te Dirac-ut

Funksioni valore ψ quhet spinor i Dirac-ut dhe ka 4 komponente

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

Nese marrim zgjidhjet ne prehje $\vec{p} = 0$ pra $\nabla\psi = 0$, kemi

$$\left(i\gamma^0 \partial_t - m\right)\psi = 0$$

$$\Rightarrow i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_t\psi_1 \\ \partial_t\psi_2 \\ \partial_t\psi_3 \\ \partial_t\psi_4 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

Zgjidhjet e ekuacionit te Dirac-ut

- Ekuacioni per grimcen $E = +m$ dhe antigrimcen $E = -m$

$$\partial_t \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = -i\,m \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad \partial_t \begin{pmatrix} \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} = i\,m \begin{pmatrix} \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$$

- Duke normalizuar ne nje baze te pershtatshme gjejme:
  - Per grimcen me spin lart dhe poshte:

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times e^{-imt}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times e^{-imt}$$

  - Per antigrimcen me spin lart dhe poshte:

$$u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times e^{imt}, \quad u_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times e^{imt}$$

Permbledhje e Ekuacionit te Dirac-ut

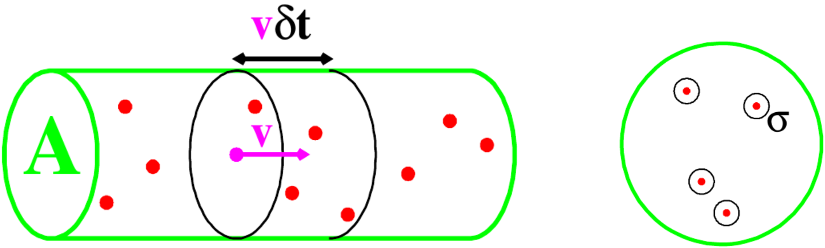
- Jep zgjidhjen per fermionin edhe antifermionin me mase.
- Integron ne menyre te natyrshme graded e lirise se spinit.
- Ne limitin kur masa shkon ne zero, ekucioni i Dirac-ut shnderrohet ne dy ekuacione te pa ciftuar ekuacionesh te Weyl-it.
- Ekuacioni i Dirac-ut ka “funskion valore” spinoret qe kane 4 komponente, dmth jane gjithsej kater ekuacione te Dirac-ut.

Seksioni Terthorte

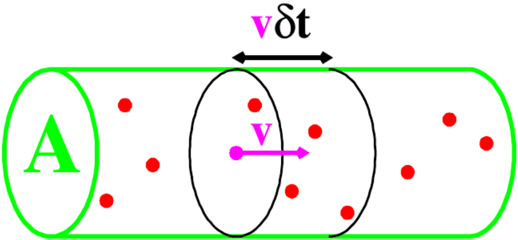
Seksioni Terthorte

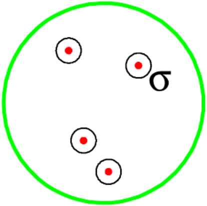
- Konsiderojme nje experiment ku nje fluks Φ grimcash a qe levizin me shpejtesi v hyjne ne nje mjedis te perbere nga grimcat b dhe perqendrim n_b.
- Grimcat a dhe b bashkeveprojne me njera tjetren me nje shpejtesi reaksioni Γ (psh numri i grimcave a qe devijojne per njesi kohe ne nje kend te ngurte $d\Omega$)
- Bashkeveprimi mund te jete elastik ose inelastike (dmth pjese e energjise shnderrohet ne energji te brendeshme ose per te prodhuar grimca te reja).
- Seksioni i terthorte σ eshte ajo madhesia qe karakterizon thelbesisht bashkeveprimin $a + b$ dhe lidh fluksin Φ me shpejtesine e reaksionit Γ sipas:

$$\boxed{\Gamma = \sigma\,\Phi.}$$



- Seksioni terthorte mat probabilitetin qe nje bashkeveprim te ndodhe dhe shprehet ne njesi te siperfaqes, dmth ne m^2 ose me **barn** $(1\,b = 10^{-28}\,m^2)$.
- Madhesia e seksionit te terthorte mund te konsiderohet edhe si permase gjeometrike brenda se ciles grimca duhet te goditet per te ndodhur bashkeveprimi. Gjithsesi, seksioni terthorte eshte parameter stokastik (thelbesisht probabilitare).
- Ne figuren me lart kemi konsideruar grimcen a qe leviz me shpejtesi v qe pershkruan rrugen $\delta\ell = \mathrm{v}\delta t$ ne materialin b.





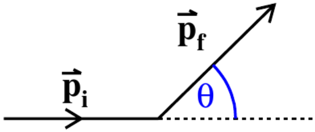
- Pergjate rruges $\delta\ell$ grimca a ndeshet me $N_b = n_b\, A\, \delta\ell = n_b\, \mathrm{v}\, A\, \delta t$ grimca b.
- $N_b \times \sigma$ do na paraqese siperfaqen totale te bashkevperimit, ndersa $N_b \times \sigma / A$ paraqet probabilitetin e bashkeveprimit.

$$\delta P_{a+b} = \frac{N_b \sigma}{A} = \frac{(n_b\, \mathrm{v}\, A\, \delta t)\sigma}{A}$$

- Probabiliteti per njesi kohe (qe do paraqesi shpejtesine e reaksionit) $\Gamma = \delta P / \delta t$, pra

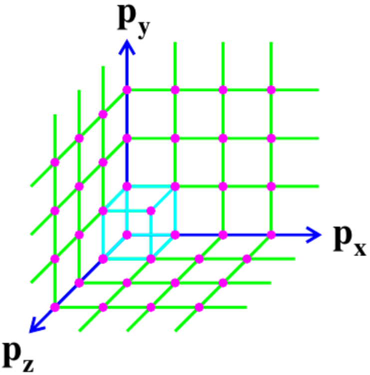
$$\boxed{\boldsymbol{\Gamma_{a+b} = \sigma\, n_b\, \mathrm{v} = \sigma \Phi}}$$

Bashkeveprimet ne Mekanike Kuantike



- Konsideroni shperhapjen e grimcave nga nje potencial $V(r)$ (qe keni pare ne mekanike kuantike).
- Tufa e grimcave ne fillim kane impuls $\vec{p}_i$ (sipas boshtit z) dhe ne dalje kane impuls $\vec{p}_f$.
- Differenca impulsit $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ eshte vlera qe shkembehet gjate bashkeveprimit.
- Nga **Rregulla e Arte e Fermit** keni mesuar qe
$$\Gamma = 2\pi \left|M\right|^2 \rho(E_f)$$
ku M eshte amplituda apo elementi matricore dhe $\rho(E_f)$ eshte dendesia e gjendjeve perfundimtare.

- Ne rendin e pare te perturbimit perdorim zgjidhjen e valeve plane
$$\psi = N \times \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E\,t - \vec{p}\cdot\vec{r})\right]$$
Dmth kemi supozuar qe bashkeveprimi eshte i lokalizuar ne nje zone te vogel.
- Normalizimi i funksionit valor te nje grimce brenda nje kudie kubike me permasa L eshte $|\psi|^2 = N^2 = 1/L^3 \;\Rightarrow\; N = L^{-3/2}$.
- Elementi matricore mban te gjithe fiziken e bashkeveprimit: $M = \langle\psi_f|\hat{\mathcal{H}}|\psi_i\rangle = \int \psi_f^*\,\hat{\mathcal{H}}\,\psi_i\,d^3\vec{r} =$ $N^2 \int e^{-i\,\vec{p}_f\,\vec{r}}\,V(r)\,e^{i\,\vec{p}_i\,\vec{r}}\,d^3\vec{r} = L^{-3}\int e^{-i\,\vec{q}\,\vec{r}}\,V(r)\,d^3\vec{r}$ qe eshte transformimi Fourier i potencialit (Born approximation).
- Pra amplituda M ne kete perafrim jipet nga transformimi Fourier i potencialit. Amplituda varet nga $\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ impulsi i shkembyer.



$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} k_x &= 2\pi n_x/L \text{ , etj...} \\ p_x &= 2\pi n_x/L \quad (\hbar = 1) \\ p_y &= 2\pi n_y/L \\ p_z &= 2\pi n_z/L \end{aligned}$$

Dendesia e gjendjeve

- Vellimi i nje gjendje te vetme ne hapesiren e impulseve eshte $\Delta V_p = (2\pi/L)^3$.
- Numri i gjendjeve eshte $dN = d^3\vec{p}/\Delta V_p$ pra

$$dN = p^2\, dp\, d\Omega/(2\pi/L)^3$$

Dendesia e gjendjeve

- Dendesia e gjendjeve perkufizohet si $\rho(p) = dN/dp$, pra

$$\rho(p) = p^2\, d\Omega/(2\pi/L)^3$$

- Dendesia e gjendjeve sipas energjive. Ne interesohemi per grimca relativiste $E = p^2 + m^2$ ku $p \gg m$ pra $E = p$ keshtu kemi:

$$\rho(E) = \frac{E^2\, d\Omega}{(2\pi)^3} L^3$$

Llogaritja e Seksionit te Terthorte

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E^2}{(2\pi)^3} \left| \int e^{i\,\vec{q}\vec{r}}\, V(r)\, d^3\vec{r} \right|^2$$

Ushtrim 6

Vertetoni formulen me lart te seksionit terthorte.

Teorite Kuantike

- Cdo teori kuantike fushe ne themel te saj nderton nje aparat matematikore per te llogaritur amplituden M.
- Ne cdo teori, grimcat e materies pershkruhen nga **ekuacionet e Dirac-ut**.
- Fushat bozonike si grimca Higgs (skalar) apo bozonet e fushes (vektore), pershkruhen nga **ekuacionet Klein-Gordon**.
- Ka nje set rregullash nga i cili llogaritet amplituda M, qe quhen **diagramat e Feynman-it**.
- Pershkrimi dhe llogaritjet dalin jashte objektivit te ketij kursi...