

Σενάριο Διδασκαλίας

Το Αρδευτικό Κανάλι και ο Δύτης

Αρδαβάνη Καλλιόπη, Καλογερία Ελισάβετ
ropiadv@hotmail.com, ekaloger@ppp.uoa.gr

Ταυτότητα του σεναρίου

- **Γνωστική περιοχή** των μαθηματικών: Γεωμετρία, Άλγεβρα, Τριγωνομετρία.
- **Θέματα:** Θεώρημα Θαλή - Ανάλογα ποσά – Γραμμική συνάρτηση - Εξίσωση ευθείας – Κλίση ευθείας – Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείων γωνιών ορθογωνίου τριγώνου.
- **Βασική ιδέα:** Η ανακάλυψη - διερεύνηση του Θ. Θαλή και των εφαρμογών του μέσα από τη διαδικασία επίλυσης ενός πραγματικού προβλήματος. Οι μαθητές καλούνται να προτείνουν στον υπεύθυνο ενός αρδευτικού καναλιού ένα τρόπο να υπολογίζει το ύψος του νερού όταν είναι γνωστό το ύψος που φτάνει το νερό στα πλαϊνά τοιχώματα. Με τη χρήση του λογισμικού Sketchpad, έχουν τη δυνατότητα να πειραματιστούν στο έτοιμο μοντέλο αλλάζοντας το ύψος της στάθμης του νερού και παρατηρώντας τις μετρήσεις να εξάγουν τα συμπεράσματά τους.

- **Σκεπτικό της δραστηριότητας**

Καινοτομίες: Με την βοήθεια των εργαλείων του λογισμικού (μετρήσεις – πινακοποίηση – κίνηση σημείου – γραφικές παραστάσεις) οι μαθητές οδηγούνται στην ανακάλυψη του Θεωρήματος Θαλή και των εφαρμογών του, καθώς και στη σύνδεσή του με την έννοια της γραμμικής εξάρτησης μεγεθών και άρα στη σύνδεση της Γεωμετρίας με την Άλγεβρα.

- **Προστιθέμενη αξία:**

- α. Με τη χρήση του λογισμικού παρέχεται η δυνατότητα

μοντελοποίησης του προβλήματος και ο δυναμικός χειρισμός του μοντέλου από τους μαθητές πράγμα που είναι αδύνατο να πραγματοποιηθεί με τα παραδοσιακά μέσα κιμωλία - πίνακα, μολύβι -χαρτί.

β. Οι μαθητές μέσα από την κίνηση των γεωμετρικών αντικειμένων μπορούν να παρατηρήσουν τις μετρήσεις των λόγων, να τις εκφράσουν ποσοτικά και να χειρισθούν μια γεωμετρική σχέση με αλγεβρικό τρόπο (π.χ. γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων).

- **Γνωστικά προβλήματα στην έννοια της αναλογίας και Θ.Θ.:**

Από την εμπειρία μας οι μαθητές:

Δεν εφαρμόζουν τύπους σε πραγματικές καταστάσεις.

Δεν μπορούν να εφαρμόσουν τις ιδιότητες των αναλογιών σε λόγους ευθυγράμμων τμημάτων.

Δυσκολεύονται στη λεκτική διατύπωση του ΘΘ (πχ 'αντίστοιχα', 'ανάλογα').

Δεν αναγνωρίζουν το ΘΘ σε μη οριζόντιες παράλληλες.

Δεν αναγνωρίζουν το ΘΘ όταν βλέπουν 2 μόνο παρ/λες ευθείες.

Δεν συσχετίζουν την έννοια του γεωμετρικού λόγου με την άλγεβρα.

- **Διδακτικά προβλήματα στην έννοια της αναλογίας και Θ.Θ.:**

Οι μετρήσεις σε στατικό σχήμα (πίνακας - χαρτί) δεν είναι ακριβείς και δίνουν ακέραια ή δεκαδικά αποτελέσματα.

Με τα στατικά μέσα δεν έχουμε τη δυνατότητα πολλών στιγμιότυπων

Οι εμπλεκόμενες έννοιες είναι πολλές και απαιτείται τόσο η μαθηματική, όσο και η γλωσσική τους προσέγγιση.

Πλαίσιο εφαρμογής

- **Σε ποιους απευθύνεται:** Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές Γ' Γυμνασίου ή σε μαθητές Β' Λυκείου.

- **Χρόνος υλοποίησης:** Για την υλοποίηση του σεναρίου απαιτούνται συνολικά 8-10 διδακτικές ώρες.

- **Χώρος υλοποίησης:** Οι μαθητές θα εργασθούν 6-8 ώρες στο εργαστήριο πληροφορικής και 2 στην παραδοσιακή τάξη.

- **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών:**

Ιδιότητες αναλογιών

Ανάλογα ποσά – γραφική παράσταση αναλόγων ποσών

Ορισμός τριγωνομετρικών αριθμών οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου

Βασικές γνώσεις εργαλείων του Sketchpad

- **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:**

γεωμετρικά όργανα

φύλλα εργασίας με τις δραστηριότητες

έτοιμο αρχείο στο Sketchpad με το όνομα ΘΑΛΗΣ.gsp

- **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:**

Οι μαθητές εργάζονται ανά δυο σε έναν υπολογιστή. Απαντούν στις δραστηριότητες του ΦΕ μετά από πειραματισμό με τα εργαλεία του λογισμικού, ανακαλούν αντίστοιχες θεωρητικές τους γνώσεις και διαπραγματεύονται μεταξύ τους ή σε ολομέλεια τάξης τις απαντήσεις τους.

Ο εκπαιδευτικός περιφέρεται στις ομάδες, ενθαρρύνει και συμβουλεύει τους μαθητές. Σε συγκεκριμένα σημεία του μαθήματος καλεί την τάξη σε ολομέλειες κατά τη διάρκεια των οποίων είτε επιλύονται κοινές δυσκολίες των ομάδων, είτε τα ευρήματα των ομάδων συνοψίζονται και διατυπώνονται γενικεύσεις. Για εικοσαμελή τμήματα συνιστάται η ενεργή παρουσία δύο εκπαιδευτικών στο εργαστήριο.

- **Διδακτικοί στόχοι της δραστηριότητας:**

Μέσα από την εμπλοκή του με τις δραστηριότητες ενός πραγματικού προβλήματος, ο μαθητής αναμένεται:

να μεταφράσει ένα πραγματικό πρόβλημα σε μαθηματική γλώσσα

να διακρίνει τα σταθερά από τα μεταβλητά στοιχεία ενός προβλήματος

να παρατηρήσει ισότητες λόγων, να δημιουργήσει εικασίες, να πειραματισθεί με το δυναμικό σχήμα, να επαληθεύσει ή να τροποποιήσει τις εικασίες του και να διατυπώσει το ΘΘ

να αναγνωρίζει τις διαφορετικές εκδοχές του ΘΘ

να συσχετίζει την ποσοτικοποίηση ενός λόγου ευθυγράμμων τμημάτων με τη συνάρτηση $\psi = ax$

να διακρίνει τη διαφορά του υπολογισμού από τη μέτρηση

- **Παιδαγωγικοί στόχοι της δραστηριότητας:**

Επιδιωκόμενοι στόχοι για τους μαθητές από παιδαγωγικής άποψης είναι οι παρακάτω:

να συνεργάζονται, να επικοινωνούν και να διατυπώνουν τη σκέψη τους

να καλλιεργήσουν ικανότητες κριτικής σκέψης

να ενεργοποιήσουν ικανότητες παρατηρητικότητας, προσοχής και αυτοσυγκέντρωσης, πρόβλεψης ή εικασίας

να χρησιμοποιήσουν τα εργαλεία του λογισμικού ως νοητικά εργαλεία

Ανάλυση της δραστηριότητας

Η ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων:

Το σενάριο θα πραγματοποιηθεί σε 3 φάσεις.

Στην αρχή κάθε μαθήματος συνιστάται υπενθύμιση των ευρημάτων του προηγούμενου μαθήματος, σε ολομέλεια τάξης. Το ίδιο και στο τέλος κάθε δραστηριότητας, για ανακεφαλαίωση της νέας γνώσης.

- **Α' φάση: «Ανακάλυψη και χρήση του ΘΘ»**

Πραγματοποιείται στο εργαστήριο και έχει διάρκεια 4-5 διδακτικών ωρών και περιλαμβάνει τις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 8 του ΦΕ ΘΑΛΗΣ.doc. Εναλλακτικά, η δραστηριότητα 3 μπορεί να γίνει στην παραδοσιακή τάξη με διάρκεια μιας ώρας.

Το πρόβλημα:

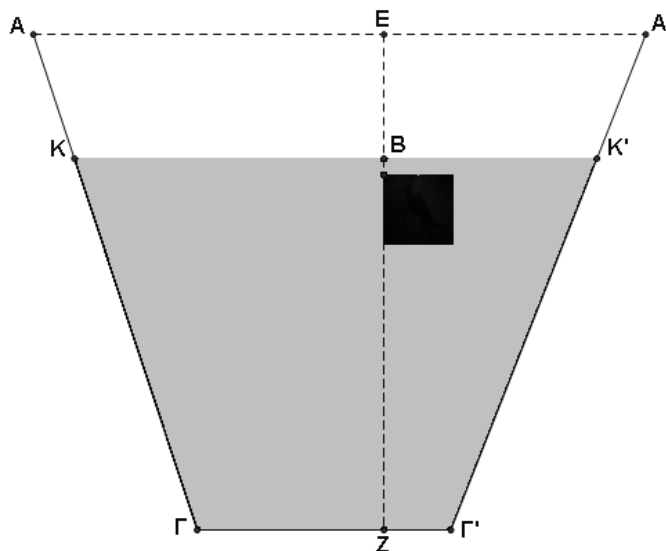
Στο παρακάτω σχήμα βλέπετε την κοίτη ενός αρδευτικού καναλιού. Η πλαϊνή πλευρά ΑΓ έχει μήκος 10 μέτρα και είναι διαβαθμισμένη σε όλο το μήκος της. Όταν το κανάλι ήταν γεμάτο νερό ένας δύτης μέτρησε το ύψος της υδάτινης στάθμης κατακόρυφα 9,50 μέτρα.

Αν σήμερα το νερό βρίσκεται στη θέση Κ της πλαϊνής πλευράς που αντιστοιχεί στη διαβάθμιση 7,50 μέτρα πόσο είναι το κατακόρυφο ύψος της υδάτινης στάθμης του καναλιού?

Ο υπεύθυνος του καναλιού πρέπει να στείλει πάλι τον δύτη?

Ο Θαλής βρήκε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ της κατακόρυφης υδάτινης στάθμης και της διαβαθμισμένης πλευράς του καναλιού.

Μπορείτε να ανακαλύψετε την σχέση?



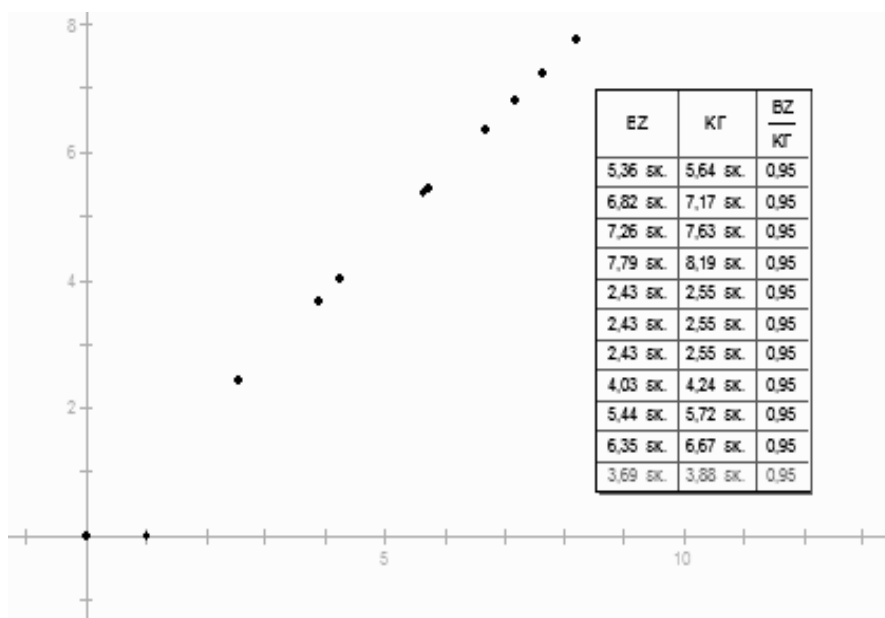
Οι μαθητές διαβάζουν το πρόβλημα στο ΦΕ και παράλληλα βλέπουν το

σχήμα. Συμπληρώνουν σε πίνακα του ΦΕ τα σταθερά και τα μεταβαλλόμενα τμήματα του προβλήματος. Ανοίγουν το έτοιμο αρχείο Sketchpad ΘΑΛΗΣ.gsp, το οποίο έχει από πριν φορτώσει ο διδάσκων στους υπολογιστές. Με χρήση μετρήσεων, υπολογισμού και πινακοποίησης τμημάτων και λόγων τμημάτων, διακρίνουν τις ισότητες λόγων που οδηγούν στο ΘΘ, δημιουργώντας αρχικά εικασία. Στη συνέχεια με μετακίνηση του δυναμικού σημείου Κ και χρήση πινακοποίησης, επιβεβαιώνουν την εικασία τους. Πριν τη διατύπωση του ΘΘ, θα ήταν βοηθητική μια προετοιμασία των μαθητών στην ορολογία (πχ έννοια της λέξης ‘αντίστοιχα’) και ανάκληση προηγούμενων γνώσεων τους στις ιδιότητες των αναλογιών. Η διατύπωση του ΘΘ καλό θα ήταν να γίνει σε ολομέλεια τάξης, αφού πιο πριν συνοψισθούν τα ευρήματα των μαθητών. Μετά τη διατύπωση του ΘΘ, οι μαθητές πρέπει να απαντήσουν στο αρχικό ερώτημα του προβλήματος, αν ο υπεύθυνος του καναλιού πρέπει να στείλει πάλι τον δύτε.

Στη συνέχεια οι μαθητές μέσω μετρήσεων και πινακοποίησης, ανακαλύπτουν την εκδοχή του ΘΘ με εναλλαγή μέσων.

Τέλος, εξοικειώνονται με τη χρήση του ΘΘ και την επίλυσή του ως προς ένα από τα τμήματα της αναλογίας, ανάλογα με τα εκάστοτε δεδομένα (γνωρίζοντας το ύψος της υδάτινης στάθμης βρίσκουν την πλαϊνή διαβάθμιση και αντίστροφα).

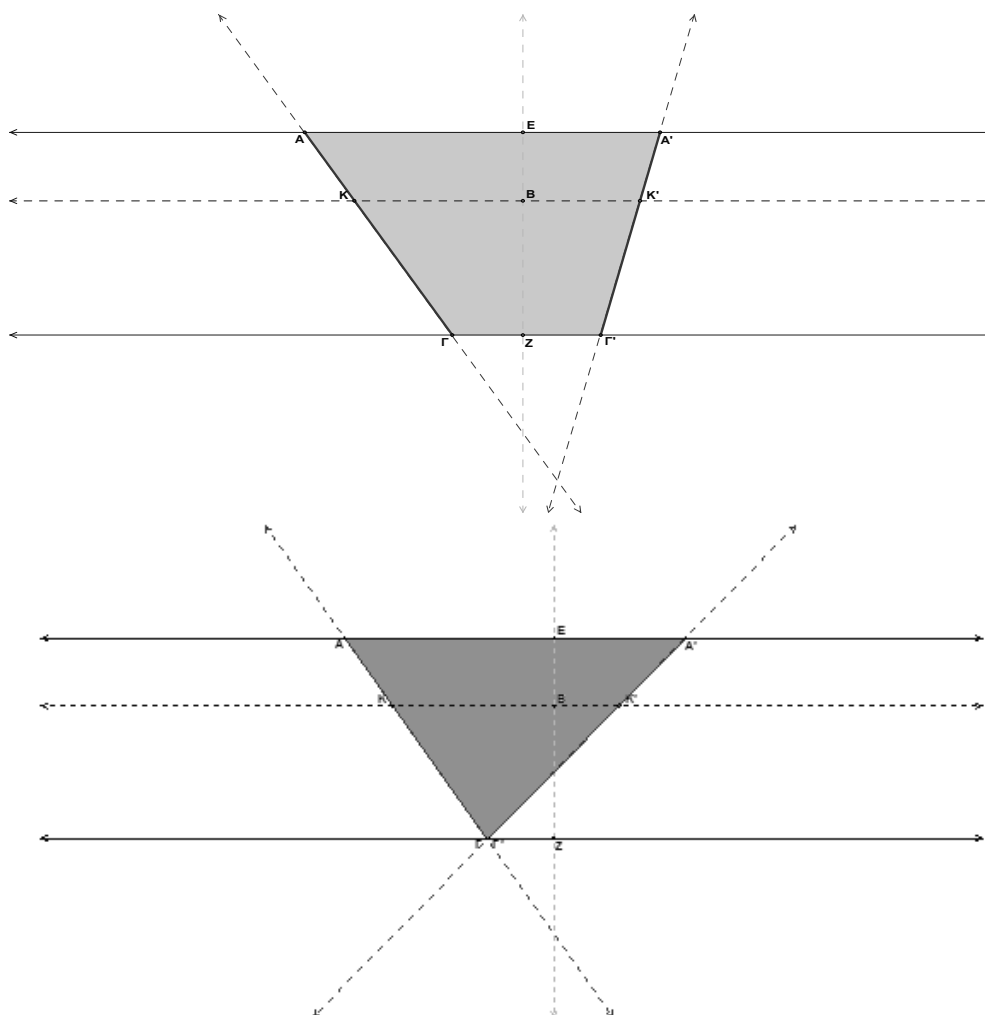
Καταλήγουν στην γενικευμένη επίλυση του τύπου ως προς ένα τμήμα (γνωρίζοντας την πλαϊνή διαβάθμιση βρίσκουν το ύψος της υδάτινης στάθμης). Αναμενόμενη απάντηση είναι η έκφραση του ΒΖ συναρτήσει του ΚΓ. Με αφορμή αυτό, μπορεί ο διδάσκων να εστιάσει την προσοχή των μαθητών στις μετρήσεις του λογισμικού, ώστε οι μαθητές να διαπιστώσουν την γραμμική σχέση των ΒΖ και ΚΓ, ώστε στη συνέχεια να επεκταθεί σε γραφικές παραστάσεις αναλόγων ποσών (Δραστηριότητα 8, σελίδα ‘Γραμμή’ του αρχείου ΘΑΛΗΣ.gsp).



Μετά τη γραφική παράσταση γίνεται επαναδιαπραγμάτευση του προηγούμενου ερωτήματος έτσι η εύρεση του ύψους της υδάτινης στάθμης να απορρέει από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

- **Β' φάση: «Εφαρμογές του ΘΘ»**

Περιλαμβάνει τις δραστηριότητες 4, 5 και 7. Πραγματοποιείται στην τάξη και στο εργαστήριο και έχει διάρκεια 3 ώρες. Οι μαθητές διαβάζουν τις δραστηριότητες 4 και 5 και ανοίγουν τη σελίδα ΘΑΛΗΣ 2 του αρχείου ΘΑΛΗΣ.gsp, στο οποίο οι πλάγιες μπορούν να μετακινούνται έτσι ώστε οι μαθητές με σύρσιμο του Α ή του Α' ή του Γ ή του Γ' να ανακαλύψουν όλες τις δυνατές εκδοχές του Θ.Θ.: οι πλάγιες να τέμνονται εξωτερικά των παραλλήλων, εσωτερικά ή πάνω σε μια από αυτές οπότε έχουμε την εφαρμογή του ΘΘ στο τρίγωνο.



Περιλαμβάνει τις δραστηριότητες 6 και 9. Πραγματοποιείται στο εργαστήριο και έχει διάρκεια 2 ώρες.

Ο μαθητής κατασκευάζει τρίγωνο $AB\Gamma$, σημείο I της ευθείας AB , H της ευθείας $A\Gamma$. Βρίσκει τους λόγους AI/IB και $AH/H\Gamma$. Μετακινεί το σημείο I ή το H έτσι ώστε οι λόγοι να γίνουν ίσοι και διαπιστώνει την σχέση της IH με την $B\Gamma$ στην περίπτωση αυτή. Για το Γυμνάσιο συνιστάται τα I και H να είναι εσωτερικά των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Τέλος, ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να εμπλακούν προσωπικά με την κατασκευή των προϋποθέσεων του $\Theta\Theta$, έτσι ώστε οι παράλληλες να περιστρέφονται στο επίπεδο και τα σημεία τομής με τις πλάγιες να μετακινούνται πάνω στις πλάγιες και να αναγνωρίζουν το $\Theta\Theta$ σε κάθε περίπτωση.

Τα εργαλεία:

Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων χρησιμοποιούμε τις 'Μετρήσεις', ώστε οι μαθητές να παρακολουθούν τις αλλαγές των μηκών των τμημάτων κατά τη μετακίνηση κάποιων δυναμικών σημείων. Οι «Υπολογισμοί» μας δίνουν τη δυνατότητα πράξεων μεταξύ τμημάτων και παρακολούθησης των αλλαγών. Η «Πινακοποίηση» βοηθά το μαθητή να διακρίνει μεταβολές ή όχι τμημάτων ή λόγων και να κάνει τη σύγκρισή τους. Με το «Κουμπί» δίνουμε κίνηση στα γεωμετρικά αντικείμενα. Με το «Γράφημα» αποτυπώσαμε ζεύγη τμημάτων στο επίπεδο με τη μορφή σημείων. Με το «Ίχνος» αποτυπώνεται όλη η πορεία ενός δυναμικού σημείου κατά τη διάρκεια της μεταβολής του μήκους των τμημάτων που το ορίζουν.

Επέκταση του σεναρίου

Επεκτάσεις του σεναρίου αποτελούν οι δραστηριότητες 7 και 8 η υλοποίηση των οποίων εναπόκειται στον διδάσκοντα.

Επίσης, μπορεί να γίνει σύνδεση με τα όμοια τρίγωνα.

Τέλος, ο διδάσκων μπορεί να ανατρέψει τη ροή του επίσημου Προγράμματος Σπουδών, διδάσκοντας την περίπτωση των ίσων τμημάτων μεταξύ παραλλήλων ευθειών, ΜΕΤΑ το $\Theta\Theta$, ως ειδική περίπτωση.

Ευρήματα από την εφαρμογή του σεναρίου

Από την εφαρμογή του σεναρίου σε 2 εικοσαμελή τμήματα διαπιστώσαμε μεταξύ άλλων τα παρακάτω:

Τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην ανάγνωση και κατανόηση των κειμένων των προβλημάτων

Την ευκολία με την οποία οι μαθητές καταφεύγουν στις μετρήσεις.

Την ταύτιση της μέτρησης με τον υπολογισμό από πολλούς μαθητές.

Την ευκολία με την οποία κάποιοι μαθητές είδαν μια γεωμετρική σχέση με αλγεβρικό τρόπο. Η παρουσία των εργαλείων του λογισμικού ήταν καταλυτική για τη σύνδεση της γεωμετρίας με την άλγεβρα.

Την άνεση με την οποία οι μαθητές εξοικειώθηκαν με τα εργαλεία του Sketchpad και τα χρησιμοποίησαν στις δραστηριότητες του προβλήματος.

Τα προβλήματα χειρισμού των ομάδων:

Διαφορετικά επίπεδα-διαφορετικές ταχύτητες μεταξύ των ομάδων

Ανομοιογένεια στο βαθμό εμπλοκής των μαθητών της κάθε ομάδας (εκτός λίγων εξαιρέσεων στις οποίες οι 2 μαθητές συμμετείχαν ισότιμα)

Πολλές ομάδες ανά τμήμα.