

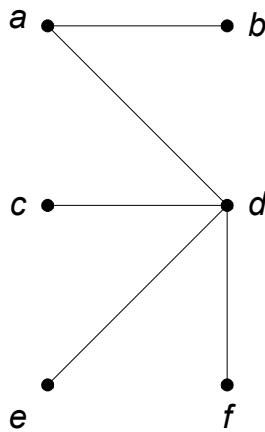
POHON: PENGANTAR

KULIAH MATEMATIKA DISKRIT 2

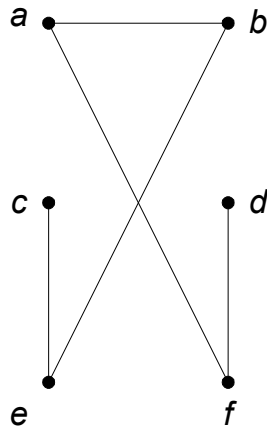
2 APRIL 2015

DEFINISI

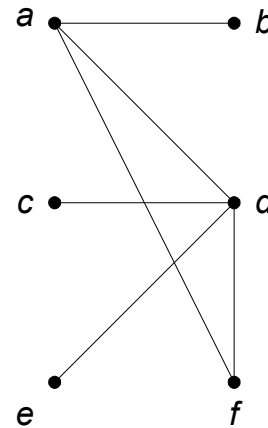
- Pohon** adalah graf tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit



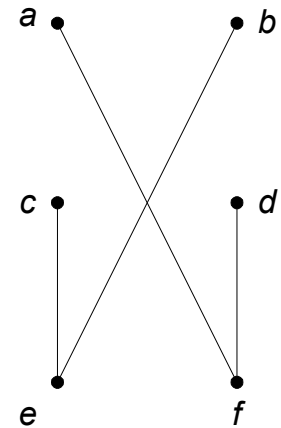
pohon



pohon



bukan pohon

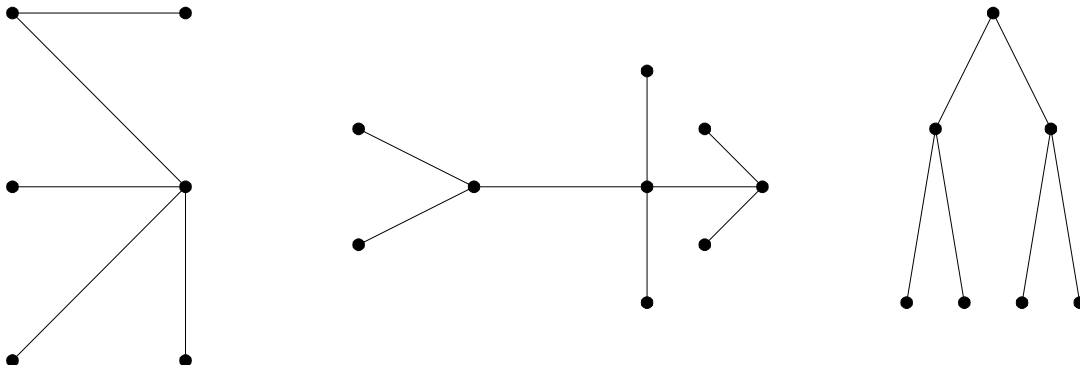


bukan pohon

Hutan (*forest*) adalah

- kumpulan pohon yang saling lepas, atau
- graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon.



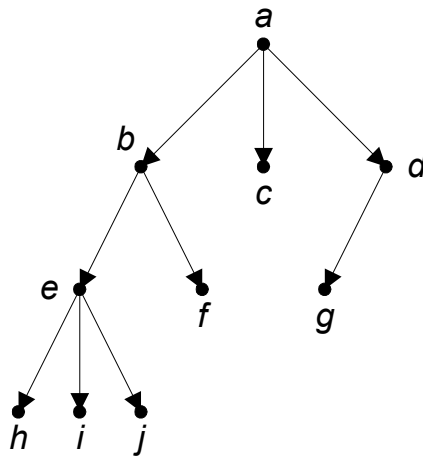
Hutan yang terdiri dari tiga buah pohon

SIFAT-SIFAT (PROPERTI) POHON

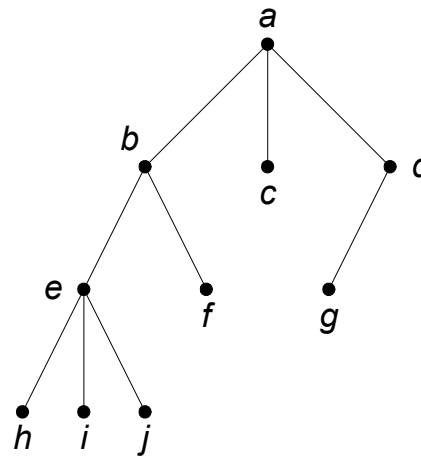
- **Teorema.** Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya n . Maka, semua pernyataan di bawah ini adalah ekuivalen:
 1. G adalah pohon.
 2. Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal.
 3. G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
 4. G tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
 5. G tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
 6. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.
- Teorema di atas dapat dikatakan sebagai definisi lain dari pohon.

POHON BERAKAR (*ROOTED TREE*)

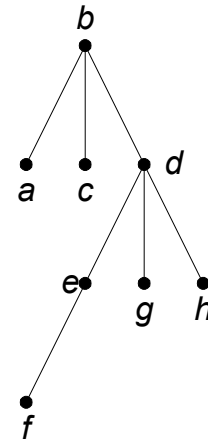
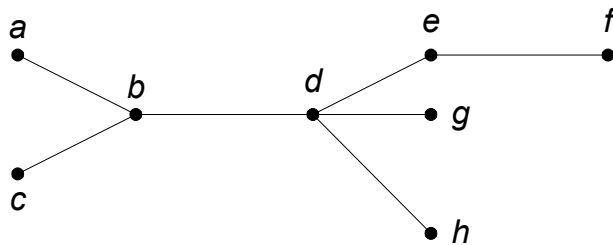
- Pohon yang satu buah simpulnya diperlakukan sebagai akar dan sisi-sisinya diberi arah sehingga menjadi graf berarah dinamakan **pohon berakar** (*rooted tree*).



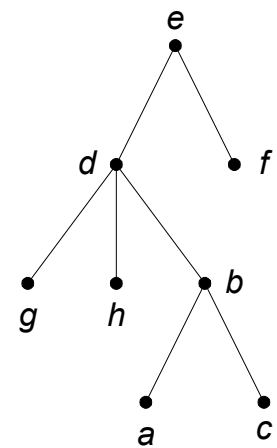
(a) Pohon berakar



(b) sebagai perjanjian, tanda panah pada sisi dapat dibuang



b sebagai akar



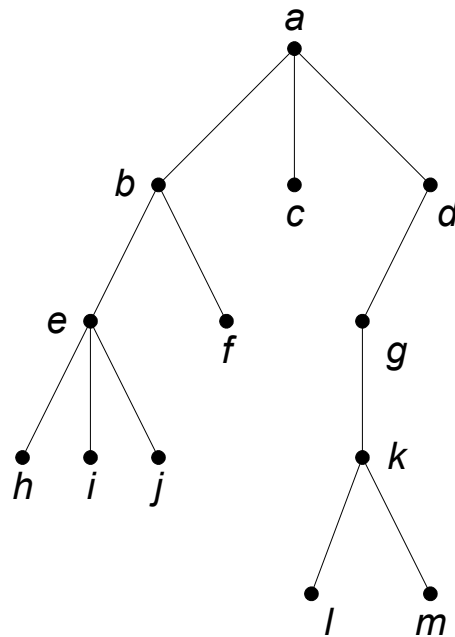
e sebagai akar

Pohon dan dua buah pohon berakar yang dihasilkan dari pemilihan dua simpul berbeda sebagai akar

TERMINOLOGI PADA POHON BERAKAR

Anak (*child* atau *children*) dan Orangtua (*parent*)

b , c , dan d adalah anak-anak simpul a ,
 a adalah orangtua dari anak-anak itu



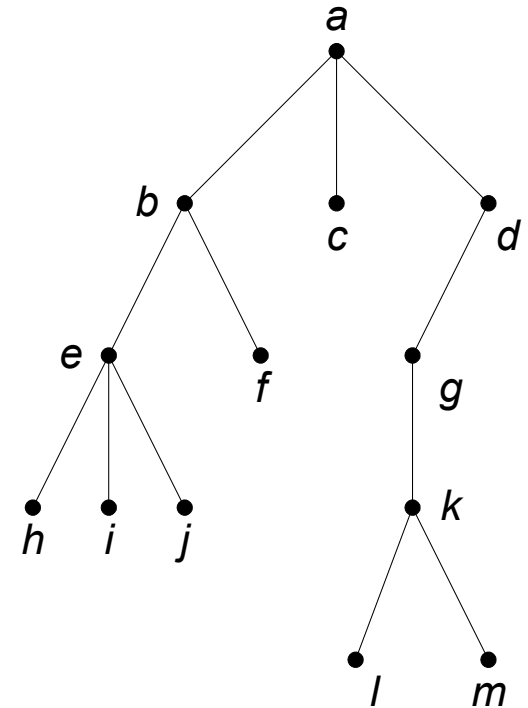
Lintasan (*path*)

Lintasan dari a ke j adalah a, b, e, j .

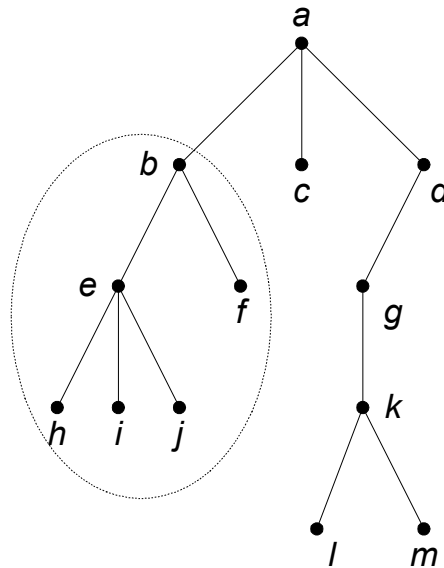
Panjang lintasan dari a ke j adalah 3.

Saudara kandung (*sibling*)

f adalah saudara kandung e , tetapi g bukan saudara kandung e , karena orangtua mereka berbeda.



Upapohon (*subtree*): adalah bagian dari pohon yang berupa pohon.



Derajat (*degree*)

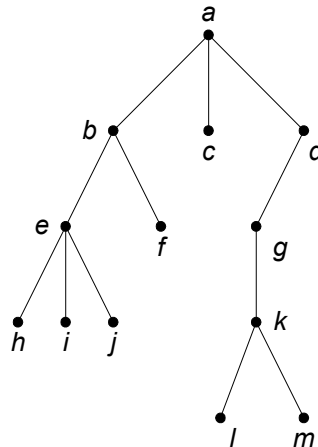
Derajat sebuah simpul adalah jumlah upapohon (atau jumlah anak) pada simpul tersebut.

Derajat a adalah 3, derajat b adalah 2,

Derajat d adalah satu dan derajat c adalah 0.

Jadi, derajat yang dimaksudkan di sini adalah derajat-keluar.

Derajat maksimum dari semua simpul merupakan derajat pohon itu sendiri. Pohon di atas berderajat 3

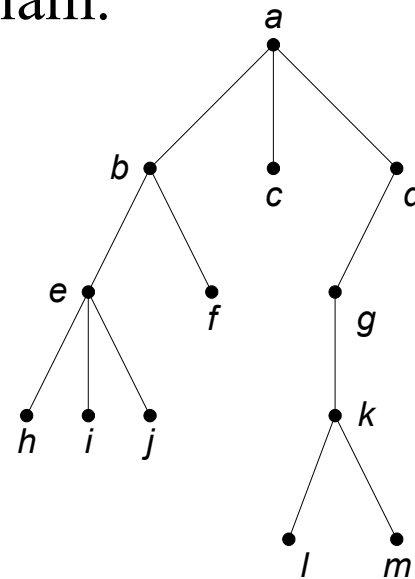


Daun (*leaf*)

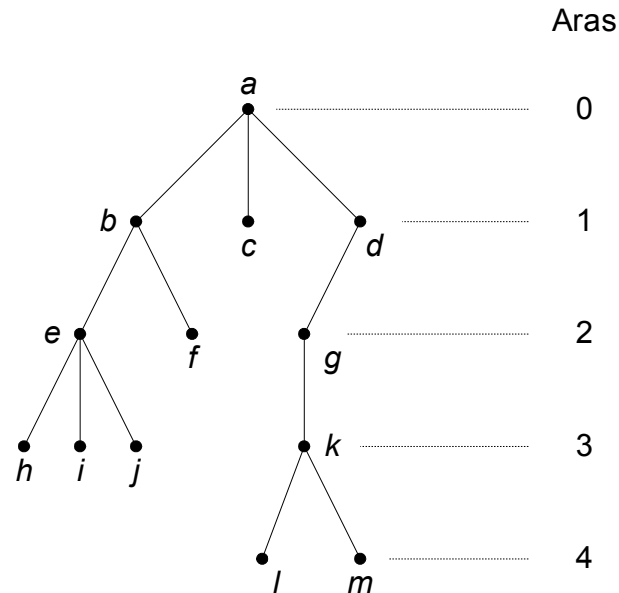
Simpul yang berderajat nol (atau tidak mempunyai anak) disebut **daun**. Simpul h, i, j, f, c, l , dan m adalah daun.

Simpul Dalam (*internal nodes*)

Simpul selain akar yang mempunyai anak disebut **simpul dalam**. Simpul b, d, e, g , dan k adalah simpul dalam.



Aras (*level*) atau Tingkat

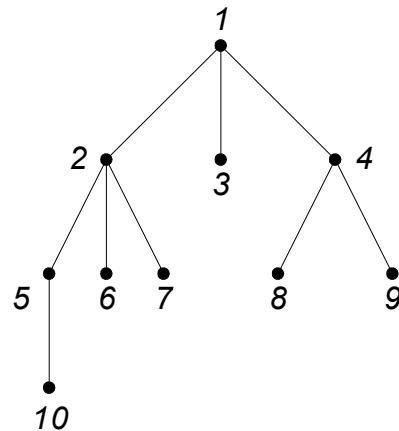


Tinggi (*height*) atau Kedalaman (*depth*)

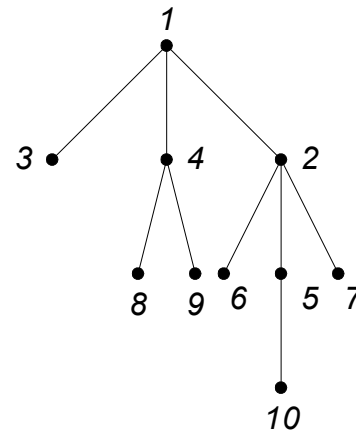
Aras maksimum dari suatu pohon disebut **tinggi** atau **kedalaman** pohon tersebut. Pohon di atas mempunyai tinggi 4.

POHON TERURUT (*ORDERED TREE*)

Pohon berakar yang urutan anak-anaknya penting disebut **pohon terurut** (*ordered tree*).



(a)

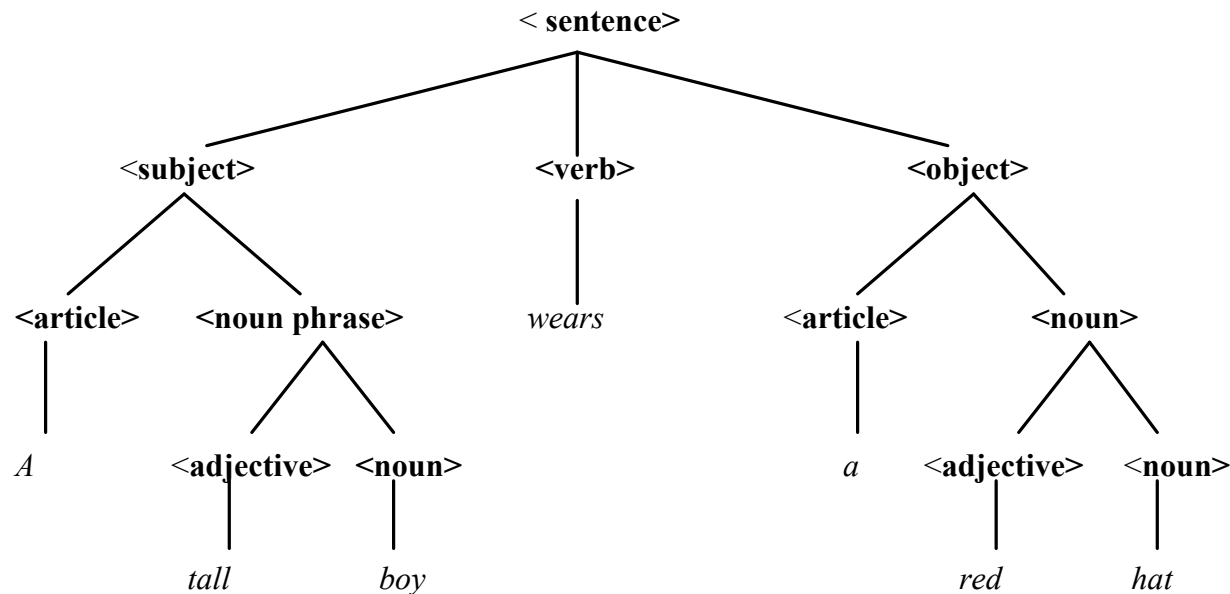


(b)

(a) dan (b) adalah dua pohon terurut yang berbeda

POHON *N-ARY*

- Pohon berakar yang setiap simpul cabangnya mempunyai paling banyak n buah anak disebut **pohon n -ary**.



Gambar Pohon parsing dari kalimat *A tall boy wears a red hat*

- Pohon n -ary dikatakan **teratur** atau **penuh** (*full*) jika setiap simpul cabangnya mempunyai tepat n anak.

POHON BINER (*BINARY TREE*)

- Adalah pohon *n*-ary dengan $n = 2$.
- Pohon yang paling penting karena banyak aplikasinya.
- Setiap simpul di dalam pohon biner mempunyai paling banyak 2 buah anak.
- Dibedakan antara anak kiri (*left child*) dan anak kanan (*right child*)
- Karena ada perbedaan urutan anak, maka pohon biner adalah pohon terurut.

LATIHAN

- Untuk pohon di samping:
 - Sisi manakah yang merupakan jembatan?
 - Simpul manakah yang merupakan titik potong?
 - Apakah kesimpulan Anda mengenai titik potong pada pohon?

