|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| LOGIKA MATEMATIKA BAGIAN I | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Kalimat Terbuka** | | | | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **Pendahuluan** | | | | | |  | **Pernyataan** | | | | |  |  |  |  |  |
| **Subyek** | | |  | **Penghubung Logika** | | | | | |  | **Nilai Kebenaran** | | | | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **Negasi Pernyataan Majemuk** | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Negasi** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Disjungsi** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Konjungsi** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Implikasi** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **Biimplikasi** | | | |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **PENDAHULUAN** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Logika matematika** merupakan cabang ilmu matematika yang mempelajari (megkaji) tentang penurunan-penurunan kesimpulan yang sahih (valid) dan benar (correct), termasuk juga yang not valid dan incorrect.  **Proses berfikir** dalam pengambilan atau penurunan kesimpulan dari kenyataan-kenyataan (facts) atau pernyataan-pernyataan (**statements**) yang diketahui bernilai benar atau dianggap benar disebut bernalar (**reasoning**). | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **KALIMAT TERBUKA** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Kalimat yang belum bisa ditentukan nilai kebenarannya.**  **Ciri** : kalimat masih **memuat peubah (variabel).**  **Contoh :**   * **.** * **adalah bilangan prima.** * **Yogyakarta berada di provinsi Z, dan mempunyai jumlah penduduk X.** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **PERNYATAAN** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Kalimat yang mempunyai nilai benar atau salah, dan tidak bisa dua-duanya**.  Visualisasi : buat daftar kalimat (misal di sebelah kiri), dan sebuah tempat dan diberi label “PERNYATAAN”. Dari kalimat-kalimat yang ada dalam daftar, satu persatu diuji apakah merupakan pernyataan dengan mencoba memasukkan ke tempat yang diberi label. Apabila kalimat merupakan pernyataan, kalimat akan diterima (dimasukkan dalam tempat). Sebaliknya, ditolak / tidak dimasukkan tempat berlabel.  rejected  movement  movement  accepted   |  | | --- | | Apakah besok hari libur ? | | Matahari selalu terbit dari timur.  PERNYATAAN | | Bilangan genap habis dibagi dua.  ... dst | | Tolong ambilkan buku yang ada di meja itu. | | Jumlah semua sudut dalam segi-4 adalah 3600. | | ... | | Kalau dua bilangan ganjil dijumlahkan hasilnya malah genap. | | 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap. | | Coba putar segitiga sama sisi terhadap salah satu titik sudutnya sebesar 900, apa yang terjadi ? | | Brazil salah satu negara yang berada di Amerika latin. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **NILAI KEBENARAN** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Kapan kalimat dikatakan bernilai benar, dan sebaliknya kapan dikatakan salah. Untuk menentukan benar tidaknya sebuah kalimat, setidaknya ada dua teori yang bisa digunakan : teori **KORESPONDENSI** dan teori **KOHERENSI**.   1. **Teori Korespondensi** : sebuah kalimat dikatakan benar jika komponen-komponen yang membangun kalimat tersebut **sesuai dengan kenyataan (*fact*) dan keadaan (*state*) sesungguhnya**.   **Contoh** : **Dalam seminggu ada 7 hari**.  **Matahari terbenam di sebelah barat.**   1. **Teori Koherensi** : sebuah kalimat dikatakan benar apabila pernyataan-pernyataan yang ada di kalimat tersebut koheren, konsisten, dan **tidak bertentangan dengan pernyataan-pernyataan sebelumnya yang diketahui benar atau dianggap benar**.   **Contoh** : **Jumlah sudut-sudut suatu segi- adalah** . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **PENGHUBUNG (CONNECTIVES)** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **NEGASI** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Negasi sebuah pernyataan adalah INGKARAN pernyataan tersebut. Sehingga, apapun yang disebutkan dalam pernyataan tersebut akan diingkari (TIDAK MENYETUJUI). Hubungannya dengan nilai kebenaran, INGKARAN pernyataan mempunyai nilai kebenaran BERLAWANAN dengan nilai kebenaran pernyataan yang diingkari.  Penghubung yang digunakan untuk INGKARAN dalam **pernyataan bahasa indonesia mempunyai arti** TIDAK atau BUKAN, atau BELUM, dan simbol standar (umum) yang digunakan adalah ~ atau ¬.  Secara formal, jika *p* adalah simbol yang mewakili sebuah pernyataan, maka antara *p* dan ¬*p* mempunyai hubungan sebagai berikut.   |  |  | | --- | --- | | *p*  **S** untuk **salah** (tidakbenar), dan **B** untuk **benar**. | ¬*p* | | S | B | | B | S | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Visualisasi : (untuk tabel kebenaran), tampilkan terlebih dahulu tabel dengan label *header* p dan ¬*p*, kemudian ketika muncul S di bawah *p* berikutnya munculkan B di bawah ¬*p*, serupa untuk baris kedua.  (untuk contoh kalimat), pertama tampilkan  **Pernyataan : ADA bilangan bulat positif yang habis dibagi 6**  Kemudian tampilkan  **Ingkaran : TIDAK ADA bilangan bulat positif yang habis dibagi 6**  **Contoh lain :**  **Pernyataan : Elsa Syarif ADALAH seorang pengacara**  Kemudian tampilkan  **Ingkaran : Elsa Syarif BUKAN seorang pengacara**  **Contoh lain :**  **Pernyataan : TELAH ditemukan rumus cepat untuk menemukan akar-akar persamaan kuadrat**  Kemudian tampilkan  **Ingkaran : BELUM ditemukan rumus cepat untuk menemukan akar-akar persamaan kuadrat** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **DISJUNGSI** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Disjungsi merupakan bentuk pernyataan baru hasil dari penggabungan dua pernyataan yang diketahui menggunakan penghubung logika disjungsi. Pernyataan baru yang dihasilkan mempunyai arti “pernyataan pertama ATAU pernyataan kedua”. Simbol yang digunakan untuk penghubung disjungsi adalah **∨**. Sehingga, apabila *p* dan *q* masing-masing menyatakan pernyataan pertama dan kedua, maka *p* ∨ *q* adalah pernyataan baru yang dihasilkan, yang kemudian disebut kalimat (pernyataan) disjujngsi.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | *p* | *q* | *p* **∨** *q* | | S | S | S | | S | B | B | | B | S | B | | B | B | B |   Visualisasi : serupa dengan kasus **NEGASI**.  Catatan : Berdasarkan pada tabel di atas bisa disimpulkan bahwa nilai kebenaran untuk kalimat disjungsi diwakili oleh paling sedikit salah satu pernyataan pembentuknya. **Artinya**, jika **salah satu** pernyataan bernilai B (benar), **kalimat disjungsi bernilai B**. Sebaliknya, jika **tidak ada** pernyataan dalam kalimat disjungsi yang bernilai B, maka kalimat disjungsi bernilai S (salah).  (Untuk contoh kalimat)  **Kalimat disjungsi :** Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil atau penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil.  **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil** **atau**  **penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**.  ***p*** : **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil,**  ***q*** : **Penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**  ***p* ∨ *q***  B  B ∨ S  Visualisasi : tampilkan bagian-bagian dalam contoh di atas, bagian per bagian sesuai dengan urutan.  Contoh lain :  **Kalimat disjungsi** : Semua bilangan prima adalah bilangan bulat ganjil atau 15 adalah salah satu bilangan prima.  **Semua bilangan prima adalah bilangan bulat ganjil** **atau** **15 adalah salah satu bilangan prima**.  ***p*** : **Semua bilangan prima adalah bilangan bulat ganjil,**  ***q* : 15 adalah salah satu bilangan prima**  ***p* ∨ *q***  S  S **∨** S | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **KONJUNGSI** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Konjungsi merupakan bentuk pernyataan baru hasil dari penggabungan dua pernyataan yang diketahui menggunakan penghubung logika konjungsi. Pernyataan baru yang dihasilkan mempunyai arti “pernyataan pertama DAN pernyataan kedua”. Simbol yang digunakan untuk penghubung konjungsi adalah **∧**. Sehingga, apabila *p* dan *q* masing-masing menyatakan pernyataan pertama dan kedua, maka *p* **∧** *q* adalah pernyataan baru yang dihasilkan, yang kemudian disebut kalimat (pernyataan) konjujngsi.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | *p* | *q* | *p* **∧** *q* | | S | S | S | | S | B | S | | B | S | S | | B | B | B |   Visualisasi : serupa dengan kasus **DISJUNGSI**.  Catatan : Berdasarkan pada tabel di atas bisa disimpulkan bahwa nilai kebenaran untuk kalimat disjungsi diwakili oleh seluruh pernyataan pembentuknya. **Artinya**, jika ada salah satu pernyataan pembentuknya yang bernilai S (salah), **kalimat konjungsi bernilai S**. Sebaliknya, jika semua pernyataan dalam kalimat disjungsi yang bernilai B, maka **kalimat konjungsi bernilai B** (benar).  (Untuk contoh kalimat)  **Kalimat konjungsi :** Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil dan penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil.  **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil** **dan**  **penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**.  ***p*** : **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil,**  ***q*** : **Penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**  ***p* ∧ *q***  S  B **∧** S  Visualisasi : tampilkan bagian-bagian dalam contoh di atas, bagian per bagian sesuai dengan urutan.  Contoh lain :  **Kalimat konjungsi** : 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap dan 11 adalah salah satu bilangan prima.  **2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap**  **dan** **11 adalah salah satu bilangan prima**.  ***p*** : **2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap,**  ***q* : 11 adalah salah satu bilangan prima**  ***p* ∧ *q***  B  B **∧** B | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **IMPLIKASI** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Implikasi merupakan bentuk pernyataan (kalimat) baru hasil dari penggabungan dua pernyataan yang diketahui menggunakan penghubung logika implikasi. Pernyataan baru yang dihasilkan mempunyai arti “JIKA pernyataan pertama MAKA pernyataan kedua”. Simbol yang digunakan untuk penghubung implikasi adalah **→ atau ⇒**. Sehingga, apabila *p* dan *q* masing-masing menyatakan pernyataan pertama dan kedua, maka *p* **→** *q* adalah pernyataan baru yang dihasilkan, yang kemudian disebut kalimat (pernyataan) implikasi.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | *p* | *q* | *p* **→** *q* | | S | S | B | | S | B | B | | B | S | S | | B | B | B |   Visualisasi : serupa dengan kasus **KONJUNGSI**.  Catatan : Berdasarkan pada tabel di atas bisa disimpulkan bahwa nilai kebenaran untuk kalimat **implikasi** tidak hanya ditentukan oleh ada tidaknya komponen kalimat yang bernilai B, melainkan siapa yang bernilai B, atau siapa yang bernilai S. **Artinya**, jika *p* yang selanjutnya disebut ANTESEDEN bernilai S (salah), **kalimat implikasi bernilai B**. Atau, jika *q* yang selanjutnya disebut KONSEKUEN bernilai B (benar), **kalimat implikasi bernilai B**.  (Untuk contoh kalimat)  **Kalimat implikasi :** Jika perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil, maka penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil.  **Jika perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil** **maka**  **penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**.  ***p*** : **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil,**  ***q*** : **Penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**  B **→** S  ***p* → *q***  S  Visualisasi : tampilkan bagian-bagian dalam contoh di atas, bagian per bagian sesuai dengan urutan.  Contoh lain :  **Kalimat implikasi** : Jika 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap, maka 11 adalah salah satu bilangan prima.  **Jika 2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap**  **maka** **11 adalah salah satu bilangan prima**.  ***p*** : **2 adalah satu-satunya bilangan prima yang genap,**  ***q* : 11 adalah salah satu bilangan prima**  ***p* → *q***  B **→** B  B | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **BIIMPLIKASI** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Biimplikasi merupakan bentuk pernyataan (kalimat) baru hasil dari penggabungan dua pernyataan yang diketahui menggunakan penghubung logika **biimplikasi**. Pernyataan baru yang dihasilkan mempunyai arti “pernyataan pertama JIKA HANYA JIKA pernyataan kedua”. Simbol yang digunakan untuk penghubung Biimplikasi adalah **↔ atau ⇔**. Sehingga, apabila *p* dan *q* masing-masing menyatakan pernyataan pertama dan kedua, maka *p* **↔** *q* adalah pernyataan baru yang dihasilkan, yang kemudian disebut kalimat (pernyataan) biimplikasi.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | *p* | *q* | *p* **↔** *q* | | S | S | B | | S | B | S | | B | S | S | | B | B | B |   Visualisasi : serupa dengan kasus **IMPLIKASI**.  Catatan : Berdasarkan pada tabel di atas bisa disimpulkan bahwa nilai kebenaran untuk kalimat **biimplikasi** tergantung pada kedua komponen kalimat (secara bersamaan). **Artinya**, jika *p* yang selanjutnya disebut SISI KIRI dan *q* yang selanjutnya disebut SISI KANAN bernilai sama, sama-sama B (benar) atau sama-sma S (salah), maka **kalimat biimplikasi bernilai B**.  (Untuk contoh kalimat)  **Kalimat biimplikasi :** Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil jika hanya jika penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil.  **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil** **jika hanya jika**  **penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**.  ***p*** : **Perkalian dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil,**  ***q*** : **Penjumlahan dua bilangan bulat ganjil adalah bilangan bulat ganjil**  B **↔** S  ***p* ↔ *q***  S  Visualisasi : tampilkan bagian-bagian dalam contoh di atas, bagian per bagian sesuai dengan urutan.  Contoh lain :  **Kalimat implikasi** : 1 adalah bilangan prima terkecil jika hanya jika 15 adalah salah satu bilangan prima.  **1 adalah bilangan prima terkecil**  **jika hanya jika** **15 adalah salah satu bilangan prima**.  ***p*** : **1 adalah bilangan prima terkecil,**  ***q* : 15 adalah salah satu bilangan prima**  ***p* ↔ *q***  S **↔** S  B  **Kalimat implikasi** : Segitiga adalah siku-siku jika hanya jika luas persegi pada hipotenusanya sama dengan jumlah luas persegi-persegi pada kedua sisi yang lain.  **Segitiga adalah siku-siku**  **jika hanya jika** **luas persegi pada hipotenusanya sama dengan jumlah luas persegi-persegi pada kedua sisi lain**.  ***p*** : **Segitiga adalah siku-siku,**  ***q* : luas persegi pada hipotenusanya sama dengan jumlah luas persegi-persegi pada kedua sisi lain**  ***p* ↔ *q***  B **↔** B  B | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **NEGASI PERNYATAAN MAJEMUK (*COMPOSITE*)** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Negasi untuk Disjungsi**   Berdasarkan aturan bahwa Disjungsi bernilai B paling sedikit ada satu komponen yang bernilai B. Oleh karena itu, supaya disjungsi bernilai S semua komponen harus bernilai S.  Contoh : negasi dari “10 habis dibagi 5 **atau** 8 adalah bilangan prima” adalah “10 tidak habis dibagi 5 **dan** 8 bukan bilangan prima”.   1. **Negasi untuk Konjungsi**   Konjungsi bernilai B ketika semua komponen bernilai B, jadi supaya konjungsi bernilai S paling sedikit ada satu komponen yang bernilai S.  Contoh : negasi dari “10 habis dibagi 5 **dan** 8 adalah bilangan prima” adalah “10 tidak habis dibagi 5 **atau** 8 bukan bilangan prima”.   1. **Negasi untuk Implikasi**   Implikasi bernilai B ketika ANTESEDEN bernilai S atau KONSEKUEN bernilai B, sehingga implikasi bernilai S ketika ANTESEDEN bernilai B dan KONSEKUEN bernilai S.  Contoh : negasi dari “**Jika** 10 habis dibagi 5 **maka** 8 adalah bilangan prima” adalah “10 habis dibagi 5 **dan** 8 bukan bilangan prima”.   1. **Negasi untuk Biimplikasi**   Seperti namanya, biimplikasi bisa ditulis sebagai . Sehingga,  Contoh : negasi dari “10 habis dibagi 5 **jika hanya jika** 8 adalah bilangan prima” adalah “10 habis dibagi 5 **dan** 8 bukan bilangan prima atau 8 adalah bilangan prima **dan** 10 tidak habis dibagi 5 ”. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |