Практикум 6. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона

Теория

Необходимые теоретические сведения и примеры решения задач:
сайт – Лекции 7-8, **жизнь – §6-7 для задач 1-11, §8-10 для задач 13-14 и литература.**

Задачи

Задача №1

Поставлена задача Дирихле в прямоугольнике:

$$\Delta u(x,y) = -f(x,y) \text{ при } x \in (a,\ b),\ y \in (c,\ d),$$

$$u(a,y) = \mu_1(y),\ u(b,y) = \mu_2(y),\ y \in (c,\ d),$$

$$u(x,c) = \mu_3(x),\ u(x,d) = \mu_4(x),\ x \in (a,\ b).$$

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – оператор Лапласа. Числа *a, b, c, d* и функции $f(x,y)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$, $\mu_3(x)$, $\mu_4(x)$ считаем заданными.

Используя сетку (n, m) и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}$, опишите сетку задачи Ω_{hk} и запишите разностную схему как систему уравнений на Ω_{hk}.

Полагая, что: 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент соответственно граничным узлам; 2) его компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены также, запишите схему *в матричном виде*:

а) для случая $(n, m) = (2, 2)$

б) для случая $(n, m) = (3, 3)$.

в) для конкретного случая, когда $n > 3$, $m > 3$.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части. В каждом случае укажите размерность матрицы и вектора.

Что можно сказать о блочной структуре, симметрии и собственных числах этих трех матриц?

Задача №2

В условиях задачи №1 полагаем, что: 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент, соответствующих граничным узлам; 2) его компоненты упорядочены «снизу вверх» по y и затем «слева направо» по x; 3) уравнения схемы упорядочены также. Запишите разностную схему *в матричном виде*:

а) для случая $(n, m) = (2, 2)$

б) для случая $(n, m) = (3, 3)$.

в) для конкретного случая, когда $n > 3$, $m > 3$.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части. В каждом случае укажите размерность матрицы и вектора. Что можно сказать о блочной структуре, симметрии и собственных числах этих трех матриц?

Сравните результат с задачей №1.

Задача №3

В условиях задачи №1 полагаем, что 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент, соответствующих граничным узлам; 2) его компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены «снизу вверх» по y и затем «слева направо» по x. Запишите разностную схему *в матричном виде*:

а) для случая $(n, m) = (2, 2)$

б) для случая $(n, m) = (3, 3)$.

в) для конкретного случая, когда $n > 3$, $m > 3$.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части. В каждом случае укажите размерность матрицы и вектора. Что можно сказать о блочной структуре, симметрии и собственных числах этих трех матриц?

Сравните результат с задачей №1.

Задача №4

В условиях задачи №1 полагаем, что 1) вектор $\mathcal{V}$ содержит компоненты, соответствующих граничным узлам сетки Ω_{hk}; 2) компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены также. Запишите схему *в матричном виде*:

а) для случая $(n, m) = (2, 2)$

б) для случая $(n, m) = (3, 3)$.

в) для конкретного случая, когда $n > 3$, $m > 3$.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части. В каждом случае укажите размерность матрицы и вектора. Что можно сказать о блочной структуре, симметрии и собственных числах этих трех матриц? Сравните результат с задачей №1.

Задача №5

Поставлена задача Дирихле на прямоугольнике $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$ с изъятой «четвертью» (см. рис. 1):

$$\Delta u(x,y)=-f(x,y) \text{ при } (x, y)\in G,$$

$$u(x,y)=\mu(x,y) \text{ при } (x, y)\in \partial G.$$

(например, на рис. 1а область $G\subset R^2$ вместе со своей границей ∂G есть прямоугольник $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$ с изъятым множеством $x\in (½(a+b), b]$, $y\in (½(c+d), d]$; на рис. 1б изъяты $x\in [a, ½(a+b))$, $y\in [c, ½(c+d))$ и т.д.). Числа a, b, c, d и функции $f(x,y)$, $\mu(x, y)$ считаем заданными.

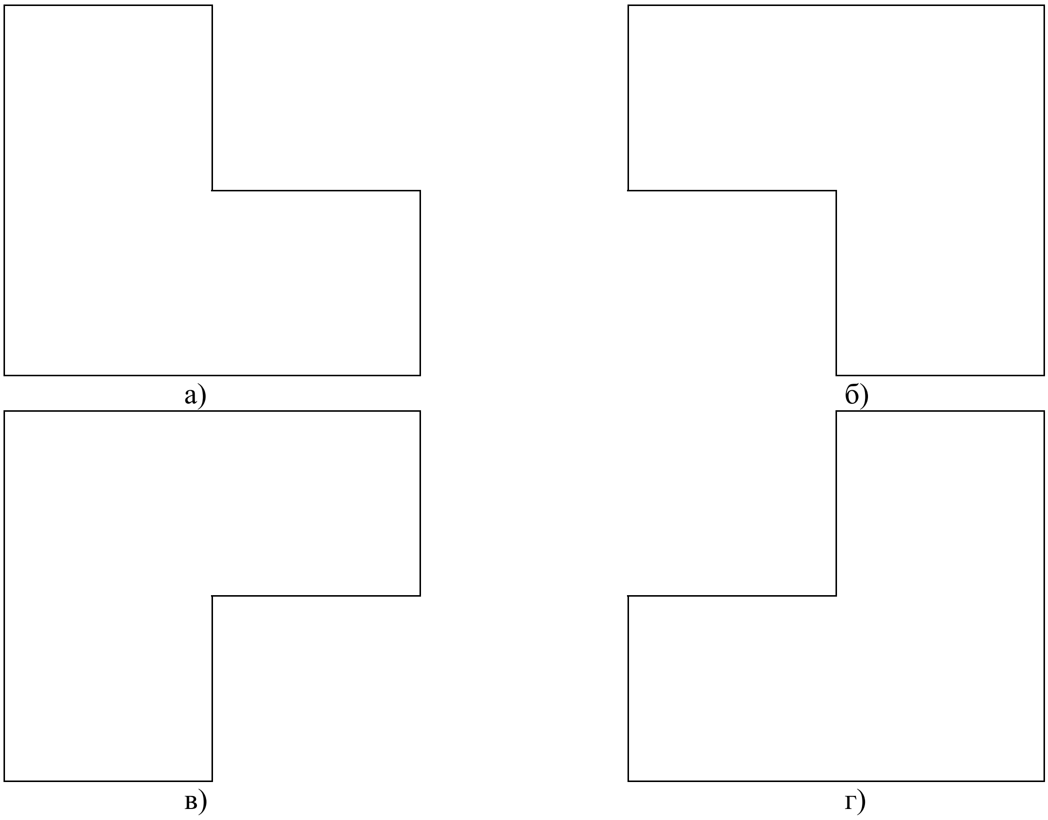


Рис. 1

Как основу для построения схемы используйте сетку (n, m), натянутую на $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$, и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}$. Используйте четные n, m.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hk}. Запишите схему как систему уравнений на Ω_{hk}. Полагая, что: 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент, соответствующих граничным узлам; 2) компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены также, запишите схему *в матричном виде*.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$. Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки. Обобщите результат на другие подходящие (n, m).

Задача №6

Поставлена задача Дирихле на прямоугольнике $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$ с изъятым «центром» (см. рис. 2):

$$\Delta u(x,y) = -f(x,y) \text{ при } (x, y)\in G,$$

$$u(x,y) = \mu(x,y) \text{ при } (x,y)\in \partial G.$$

(область $G\subset R^2$ вместе со своей границей ∂G есть прямоугольник $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$ с изъятым множеством $x\in (¼(a+b), ¾(a+b))$, $y\in (¼(c+d), ¾(c+d)))$ Числа a, b, c, d и функции $f(x,y)$, $\mu(x, y)$ считаем заданными.

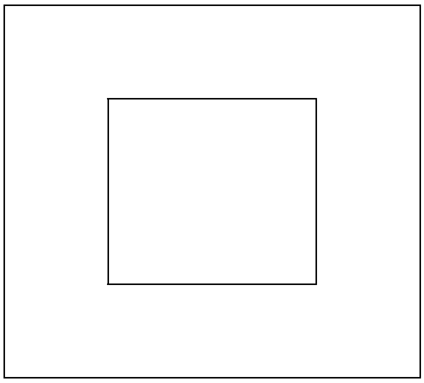


Рис. 2

Как основу для построения схемы используйте сетку (n, m), натянутую на $x\in [a, b]$, $y \in [c, d]$, и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}$. Используйте n, m, кратные 4.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hk}. Запишите схему как систему уравнений на Ω_{hk}. Полагая, что: 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент, соответствующих граничным узлам; 2) компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены также, запишите схему *в матричном виде*.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$.

Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки.

Обобщите результат на другие подходящие (n, m).

Задача №7

Поставлена задача Дирихле на прямоугольнике $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$ с закругленным краем (см. рис. 3):

$$\Delta u(x,y) = -f(x,y) \text{ при } (x, y)\in G,$$

$$u(x,y) = \mu(x,y) \text{ при } (x, y) \in \partial G.$$

Числа a, b, c, d, функции $f(x,y)$, $\mu(x, y)$ и уравнение, описывающее «закругленный» край, считаем заданными (например, дуга окружности).

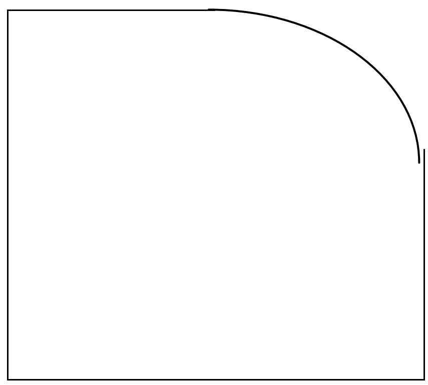


Рис. 3

Как основу для построения схемы используйте сетку (n, m), натянутую на $x\in [a, b]$, $y \in [c, d]$, и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}$. Для аппроксимации оператора Лапласа на неравномерном участке сетки используйте операторы численного дифференцирования $\hat{u}_{x\bar{x}}, \hat{u}_{y\bar{y}}$, построенные на основе интерполяционных полиномов 2-й степени на неравномерных сетках.

Предложите какое-либо уравнение, описывающее закругленный край, нарисуйте конкретную сетку (n, m) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hk}. Запишите схему как систему уравнений на Ω_{hk}.

Полагая, что: 1) вектор $\mathcal{V}$ не содержит компонент, соответствующих граничным узлам; 2) компоненты упорядочены «слева направо» по x и затем «снизу вверх» по y; 3) уравнения схемы упорядочены также, запишите схему *в матричном виде*.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$.

Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки. Что можно сказать о симметрии матрицы $\mathcal{A}$?

Обобщите результат на другие значения (n, m).

Задача №8

Поставлена задача Дирихле в «кубе» (см. рис. 4):

$$\Delta u(x, y, z) = -f(x, y, z) \text{ при } (x, y\ z) \in G,$$

$$u(x, y, z) = \mu(x, y, z) \text{ при } (x, y, z) \in \partial G.$$

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа.

Область $G \subset R^3$ с границей ∂G есть параллелепипед $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, $z \in [p, q]$. Числа a, b, c, d, p, q и функции $f(x,y,z)$, $\mu(x, y,z)$ считаем заданными.

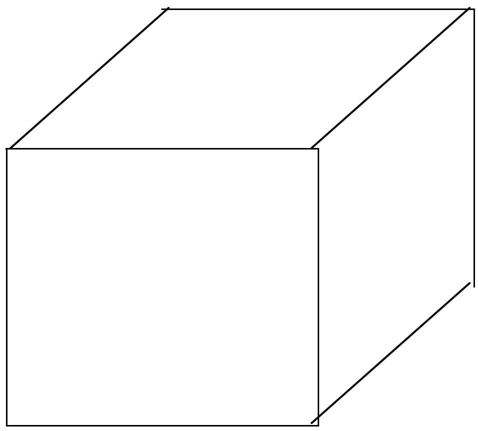


Рис. 4

Используя сетку (n, m, r) и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}, u_{z\bar{z}}$, опишите сетку задачи Ω_{hks} и запишите разностную схему как систему уравнений на Ω_{hks}.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m, r) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hks}. Укажите, какие узлы сетки (n, m, r) не допущены на сетку Ω_{hks}.

Затем сформулируйте правило обхода и запишите схему для конкретных (n, m, r) в матричном виде.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$. Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки.

Обобщите результаты на другие (n, m, r).

Задача №9

Поставлена задача Дирихле на прямоугольнике $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$ с изъятыми фрагментами (см. рис. 5):

$$\Delta u(x, y) = -f(x, y) \text{ при } (x, y) \in G,$$

$$u(x, y) = \mu(x, y) \text{ при } (x, y) \in \partial G.$$

Числа a, b, c, d, функции $f(x,y)$, $\mu(x, y)$ и параметры изъятых фрагментов считаем заданными.

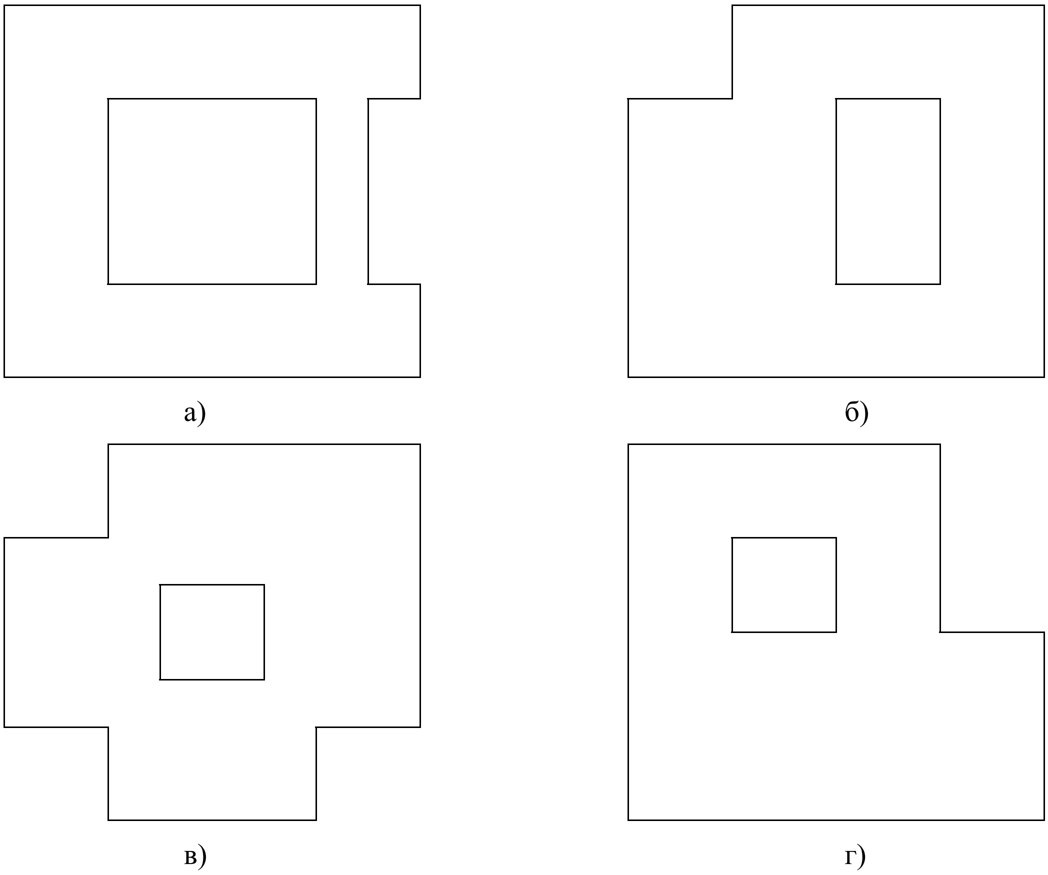


Рис. 5

Как основу для построения схемы используйте сетку (n, m), натянутую на $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}$. Используйте n, m нужной кратности.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hk}. Укажите, какие узлы сетки (n, m) не допущены на сетку Ω_{hk}. Запишите схему. Затем определите правило обхода и запишите схему *в матричном виде*.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$. Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки. Если можно, обобщите результат на другие (n, m).

Задача №10

Поставлена задача Дирихле в «кубе» $x\in[a, b]$, $y\in[c, d]$, $z\in[p, q]$ с изъятым фрагментом (рис. 6):

$$\Delta u(x,y,z) = -f(x,y,z) \text{ при } (x, y\, z)\in G,$$

$$u(x,y,z) = \mu(x,y,z) \text{ при } (x, y, z)\in \partial G.$$

Здесь $\Delta = \partial^2\!\big/\partial x^2 + \partial^2\!\big/\partial y^2 + \partial^2\!\big/\partial z^2$ – оператор Лапласа.

Числа a, b, c, d, p, q, функции $f(x,y,z)$, $\mu(x, y,z)$ и параметры изъятого фрагмента считайте заданными.

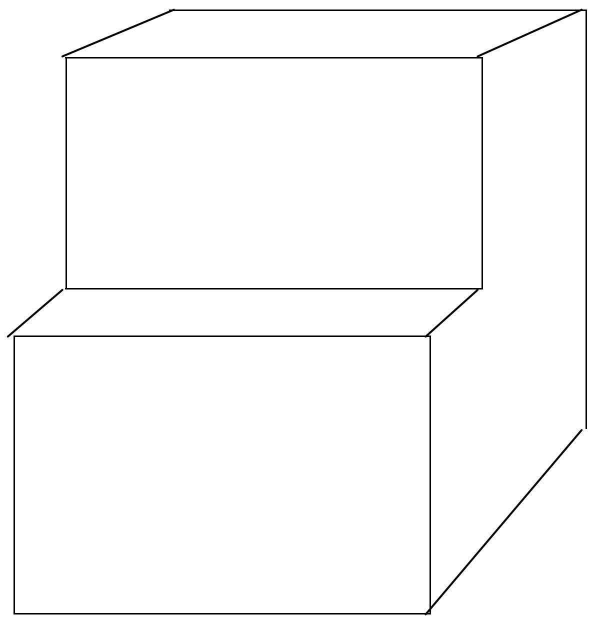


Рис. 6

Используя сетку (n, m, r) и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}, u_{z\bar{z}}$, опишите сетку задачи Ω_{hks} и запишите разностную схему как систему уравнений на Ω_{hks}. Укажите необходимую кратность n, m, r.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m, r) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hks}. Укажите, какие узлы сетки (n, m, r) не допущены на сетку Ω_{hks}.

Затем сформулируйте правило обхода и запишите схему для конкретных (n, m, r) в матричном виде.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$. Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки.

Если можно, обобщите результаты на другие (n, m, r).

Задача №11

Поставлена задача Дирихле в «кубе» $x\in[a,b]$, $y\in[c,d]$, $z\in[p,q]$ с изъятым фрагментом (рис. 6):

$$\Delta u(x,y,z) = -f(x,y,z) \text{ при } (x,y\,z)\in G,$$

$$u(x,y,z) = \mu(x,y,z) \text{ при } (x,y,z)\in\partial G.$$

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа.

Числа a, b, c, d, p, q, функции $f(x,y,z)$, $\mu(x,y,z)$ и параметры изъятого фрагмента считайте заданными.

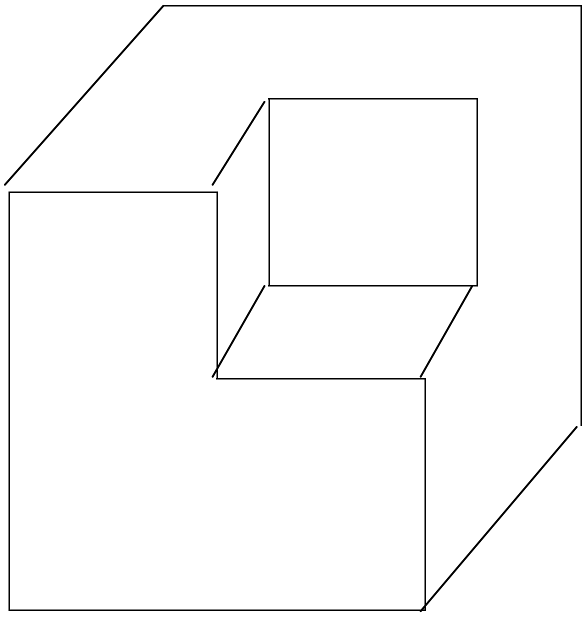


Рис. 7

Используя сетку (n, m, r) и операторы $u_{x\bar{x}}, u_{y\bar{y}}, u_{z\bar{z}}$, опишите сетку задачи Ω_{hks} и запишите разностную схему как систему уравнений на Ω_{hks}. Укажите необходимую кратность n, m, r.

Нарисуйте конкретную сетку (n, m, r) и покажите на том же рисунке сетку Ω_{hks}. Укажите, какие узлы сетки (n, m, r) не допущены на сетку Ω_{hks}.

Затем сформулируйте правило обхода и запишите схему для конкретных (n, m, r) в матричном виде.

Укажите явно все элементы матрицы $\mathcal{A}$, все компоненты вектора $\mathcal{V}$ и все компоненты правой части $\mathcal{F}$. Укажите размерность матрицы и вектора, обведите блоки.

Если можно, обобщите результаты на другие (n, m, r).

Задача №12

Для «своей» задачи из числа задач №5, №6, №7, №8:

1) сформулируйте и докажите «Принцип максимума»;

2) проверьте существование и единственность решения схемы;

3) проверьте симметричность $\mathcal{A}$ (в общем случае);

4) постройте круги Гершгорина;

5) сформулируйте результат о знакоопределенности $\mathcal{A}$, докажите.

Результаты формулировать и доказывать для сеток с любым подходящим (n, m) $((n, m, r))$.

Задача №13

Для «своей» задачи из числа задач №5, №6, №7, №8:

1) проверьте выполнение условий сходимости методов Зейделя и верхней релаксации для решения схемы $\mathcal{A}\mathcal{V}=\mathcal{F}$;

2) если условия выполнены, получите формулы и запишите код одного из методов (либо Зейдель, либо верхняя релаксация); при составлении кода нужно обратить внимание на выбранное вами правило обхода вектора $\mathcal{V}$ и соответствующий порядок и индексы циклов);

3) если гарантий сходимости нет, проверьте условия сходимости других итерационных методов, запишите формулы и код для метода, который сходится.

Задача №14

Для «своей» задачи из числа задач №5, №6, №7, №8:

1) запишите определения *погрешности* и *погрешности аппроксимации*;

2) запишите определения *устойчивости* и *сходимости*;

3) оцените *погрешность аппроксимации*, определите ее порядок;

4) установите связь двух погрешностей;

5) докажите *сходимость* схемы (то есть сходимость решения разностной схемы к решению исходной задачи), получите *оценку сходимости,* определите *порядок сходимости*;

6) укажите, в какой норме доказана сходимость;

7) запишите определение *общей погрешности*, определения ее *основных компонент*. Оцените их и приведите *рекомендации по управлению счетом* (с учетом решения схемы итерационными методами).

Примечания

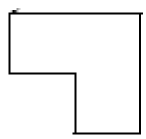
Если №12-14 не получаются, их нужно сделать в условиях задачи №1.

Если №12-14 слишком просты, их делают в условиях задач №9-11

Примерные задачи на экзамен

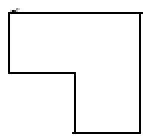
Задача

$\Delta u(x, y) = -f(x, y)$ при $(x, y) \in G$, $u(x, y) = \mu(x, y)$ при $(x, y) \in \partial G$., $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, $G \subset R^2$ вместе с ∂G вложена в $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m) = (8, 8)$. Покажите применимость **метода Зейделя**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите анализ структуры погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка).Укажите назначение ПА. Исследуйте устойчивость схемы.



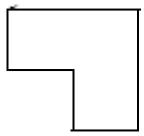
Задача

$\Delta u(x, y) = -f(x, y)$ при $(x, y) \in G$, $u(x, y) = \mu(x, y)$ при $(x, y) \in \partial G$., $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, $G \subset R^2$ вместе с ∂G вложена в $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m) = (8, 8)$. Покажите применимость **метода Якоби**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите анализ структуры погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка).Укажите назначение ПА. Исследуйте устойчивость схемы.



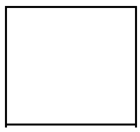
Задача

$\Delta u(x,y)=-f(x,y)$ при $(x, y)\in G$, $u(x,y)=\mu(x,y)$ при $(x,y)\in\partial G.$, $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, $G\subset R^2$ вместе с ∂G вложена в $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m)=(8,\ 8)$. Покажите применимость **метода верхней релаксации**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка).Укажите назначение ПА. Исследуйте устойчивость схемы.



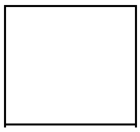
Задача

$\Delta u(x,y)=-f(x,y)$ при $(x, y)\in G$, $u(x,y)=\mu(x,y)$ при $(x,y)\in\partial G.$, $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, G вместе с ∂G есть прямоугольник $x\in [a, b]$, $y\in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде, $(n, m)=(8,\ 8)$. Покажите применимость **метода простой итерации**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.



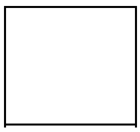
Задача

$\Delta u(x, y) = -f(x, y)$ при $(x, y) \in G$, $u(x, y) = \mu(x, y)$ при $(x, y) \in \partial G$., $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, G вместе с ∂G есть прямоугольник $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде, $(n, m) = (8,\ 8)$. Покажите применимость **метода минимальных невязок**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.



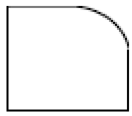
Задача

$\Delta u(x, y) = -f(x, y)$ при $(x, y) \in G$, $u(x, y) = \mu(x, y)$ при $(x, y) \in \partial G$., $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, G вместе с ∂G есть прямоугольник $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде, $(n, m) = (8,\ 8)$. Покажите применимость **чебышевского метода**, получите его формулы (k = 10), оцените погрешность метода. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.



Задача

$\Delta u(x, y) = -f(x, y)$ при $(x, y) \in G$, $u(x, y) = \mu(x, y)$ при $(x, y) \in \partial G$., $f(x,y)$, $\mu(x, y)$, a, b, c, d заданы, $G \subset R^2$ вместе с ∂G вложена в $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$. Запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m) = (8, 8)$. Покажите применимость **метода простой итерации**, получите его расчетные формулы. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.



Задача

$$\Delta u(x, y, z) = -f(x, y, z) \text{ при } (x, y, z) \in G,$$
$$u(x, y, z) = \mu(x, y, z) \text{ при } (x, y, z) \in \partial G.$$

$f(x,y,z)$, $\mu(x, y,z)$, $a, b, c, d,, p, q$ заданы, G вместе с ∂G есть параллелепипед $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, $z \in [p, q]$. Используя операторы $u_{x\bar{x}}$, $u_{y\bar{y}}$, $u_{z\bar{z}}$, запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m, l) = (5, 6, 8)$. Покажите применимость **метода верхней релаксации**, получите его формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.

Задача

$$\Delta u(x, y, z) = -f(x, y, z) \text{ при } (x, y, z) \in G,$$
$$u(x, y, z) = \mu(x, y, z) \text{ при } (x, y, z) \in \partial G.$$

$f(x,y,z)$, $\mu(x, y,z)$, $a, b, c, d,, p, q$ заданы, $G \subset R^3$ вместе с ∂G есть параллелепипед $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, $z \in [p, q]$. Используя операторы $u_{x\bar{x}}$, $u_{y\bar{y}}$, $u_{z\bar{z}}$, запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m, l) = (5, 6, 8)$. Покажите применимость **метода простой итерации**, получите расчетные формулы, оцените погрешность на 1-м шаге. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.

Задача

$$\Delta u(x,y,z) = -f(x,y,z) \text{ при } (x,y,z) \in G,$$
$$u(x,y,z) = \mu(x,y,z) \text{ при } (x,y,z) \in \partial G.$$

$f(x,y,z)$, $\mu(x,y,z)$, a, b, c, d,, p, q заданы, G вместе с ∂G есть параллелепипед $x \in [a, b]$, $y \in [c, d]$, $z \in [p, q]$. Используя операторы $u_{x\bar{x}}$, $u_{y\bar{y}}$, $u_{z\bar{z}}$, запишите разностную схему в матричном виде на сетке $(n, m, l) = (5, 6, 8)$. Покажите применимость **явного метода с чебышевским набором параметров** (k = 10), получите его расчетные формулы, оцените погрешность метода. Проведите полный анализ погрешности. Исследуйте погрешность аппроксимации (ПА) (порядок, главный член, оценка), укажите ее назначение, исследуйте устойчивость схемы.

Демонстрационные материалы

Для просмотра используйте кнопку **«Режимы»**, расположенную *в правом нижнем углу*, на обрамлении *Окна просмотра основных материалов*.