

### Exerciții (curs final 2022-2023)

**1.** Fie vectorul  $U = [1, 2, 3, 1, 2, 4, 1, 2, 2, 4]$  și vectorul de date aleatoare alese

1) cu returnare din  $U$ :  $X = [U_{i_1}, \dots, U_{i_5}]$ ;

2) fără returnare din  $U$ :  $Y = [U_{j_1}, U_{j_2}, U_{j_3}]$ .

Fie  $Z$  variabila aleatoare care indică de câte ori apare 1 în vectorul  $X$ .

a) Determinați:  $P(Z = 3)$ ,  $P(\{Z < 3\} \cup \{Z > 4\})$ ,  $P(Z < 3 | Z \geq 1)$ ,

$P(Y = [1, 2, 3])$ ,  $P(Y(2) \text{ este un număr par})$ .

b) Să se scrie distribuția de probabilitate a variabilei aleatoare  $Z$ .

**2.** Fie  $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 3, x_4 = 2, x_5 = 0, x_6 = 1, x_7 = 4, x_8 = 5$  date statistice pentru caracteristica  $X$ , care are următoarea distribuție:

$$P(X = k) = p(1 - p)^k \text{ pentru } k \in \{0, 1, 2, \dots\},$$

iar  $p \in (0, 1)$  este parametru necunoscut. Folosind metoda verosimilității maxime, estimați valoarea parametrului necunoscut  $p$ .

**3.** V.a.  $X$  are funcția de densitate  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{a^2}, & \text{dacă } x \in [0, a], \\ 0, & \text{dacă } x \notin [0, a], \end{cases}$$

unde  $a > 0$  este parametru necunoscut.

(3a) Să se calculeze: funcția de repartiție a lui  $X$ ,  $P(X < \frac{a}{2})$  și  $P(|X - \frac{a}{2}| < \frac{a}{4})$ .

(3b) Să se determine  $a$ , astfel încât  $E(X^2) = 2$ .

(3c) Să se estimeze cu ajutorul metodei momentelor parametrul  $a$ , folosind datele statistice  $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = x_4 = 2$ .

**4.** O tombolă are 4 bilete câștigătoare și 8 bilete necâștigătoare. Se extrag succesiv 2 bilete (fără returnare).

a)  $P(\text{"nu s-a extras niciun bilet câștigător"}) = ?$

b) Fie  $X$  v.a. care indică numărul de bilete câștigătoare extrase. Să se calculeze  $E(X)$  și  $V(X)$ .

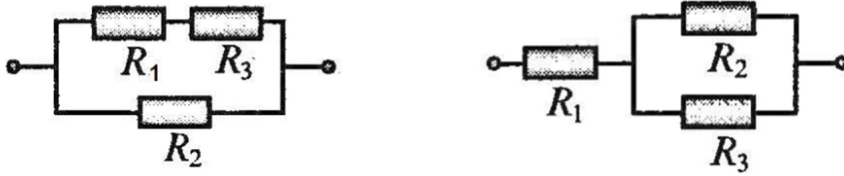


Figura 1: Pentru Problema 5

**5.** Fie  $X_i \sim \text{Bernoulli}(p_i), i \in \{1, 2, 3\}$  v.a. independente;  $X_i = 1$ :  $R_i$  este funcțională;  $X_i = 0$ :  $R_i$  nu este funcțională,  $i \in \{1, 2, 3\}$ . Să se calculeze probabilitatea de funcționare a circuitului (pentru cele două cazuri). Valori numerice:  $p_1 = 0.8, p_2 = 0.7, p_3 = 0.9$ .

**6.** Pentru transmisia unui mesaj se alege aleator unul din cele 3 canale de transmisie disponibile:

$$3 \text{ canale posibile} \longrightarrow \begin{cases} \xrightarrow{p_1=0.4} \text{ prin canalul 1, timpul de transmisie este } T_1 \sim \text{Unif}[1, 5] \text{ (ms)}, \\ \xrightarrow{p_2=0.4} \text{ prin canalul 2, timpul de transmisie este } T_2 \sim \text{Unif}[1, 3] \text{ (ms)}, \\ \xrightarrow{p_3=0.2} \text{ prin canalul 3, timpul de transmisie este } T_3 \sim \text{Unif}[1, 4] \text{ (ms)}. \end{cases}$$

Pentru timpul  $T$  de transmisie a mesajului să se calculeze  $P(T > 2)$ ,  $P(T = 2)$  și  $P(T < 2)$ .