📝 연습문제

김수환

https://www.soohwan.kim

원주율과 호도법

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤	①	②
단위부채꼴	④	③	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤	① $l = 2\pi r$	②
단위부채꼴	④	③	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④	③	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④	③ $l = r$	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤ $\theta = 2\pi$	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤ $\theta = 2\pi$	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥ $s = \frac{1}{2} r^2$
일반부채꼴	⑦	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤ $\theta = 2\pi$	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥ $s = \frac{1}{2} r^2$
일반부채꼴	⑦ θ	⑧	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤ $\theta = 2\pi$	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥ $s = \frac{1}{2} r^2$
일반부채꼴	⑦ θ	⑧ $l = r\theta$	⑨

왜?

원주율과 호도법

- 다음 표를 순서대로 채우시오. (호도법 사용)
- 단위부채꼴: 반지름과 호의 길이가 같은 부채꼴

부채꼴(r)	중심각(θ)	호(l)	넓이(s)
원	⑤ $\theta = 2\pi$	① $l = 2\pi r$	② $s = \pi r^2$
단위부채꼴	④ $\theta = 1$	③ $l = r$	⑥ $s = \frac{1}{2} r^2$
일반부채꼴	⑦ θ	⑧ $l = r\theta$	⑨ $s = \frac{1}{2} r^2 \theta$

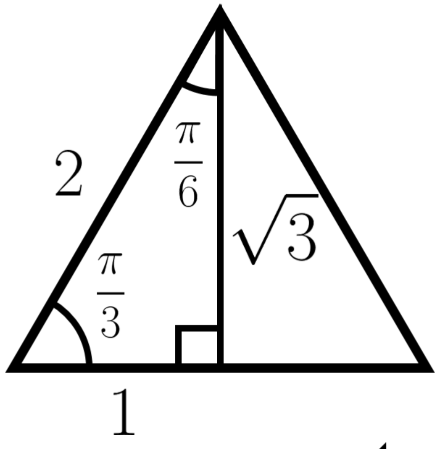
왜?

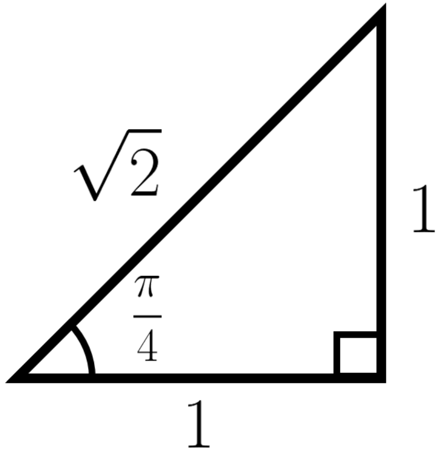
삼각함수

피타고라스의 세 쌍

$$\color{red}{3 : 4 : 5}$$
$$\color{blue}{5 : 12 : 13}$$
$$7 : 24 : 25$$
$$8 : 15 : 17$$
$$9 : 12 : 15$$
$$9 : 40 : 41$$
$$11 : 60 : 61$$
$$13 : 84 : 85$$
$$16 : 63 : 65$$
$$\vdots$$

특수각의 삼각비





각도(deg)	0	30°	45°	60°	90°
각도(rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

벡터

다음 두 벡터의 내적을 구하라

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix},\ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 4$$

벡터의 내적 – 정사영벡터

- 다음 주어진 벡터에 대해서 $\mathrm{Proj}_{\mathbf{b}}\mathbf{a}$와 $\mathrm{Proj}_{\mathbf{a}}\mathbf{b}$를 구하라

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Proj}_{\mathbf{b}}\mathbf{a} &= \frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{\mathbf{b}\cdot\mathbf{b}}\mathbf{b} \\ &= \frac{(-3)\cdot 1 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 1}{1\cdot 1 + (-1)\cdot(-1) + 1\cdot 1}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{-4}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Proj}_{\mathbf{a}}\mathbf{b} &= \frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{\mathbf{a}\cdot\mathbf{a}}\mathbf{a} \\ &= \frac{(-3)\cdot 1 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 1}{(-3)\cdot(-3) + 2\cdot 2 + 1\cdot 1}\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{-4}{14}\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

벡터의 내적 — 벡터의 분해

- 벡터 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$를 벡터 $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$와 평행한 벡터 $\mathbf{a}_{\parallel}$과 수직한 벡터 $\mathbf{a}_{\perp}$의 합으로 나타내시오.

$$\mathbf{a}_{\parallel} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}} \mathbf{b} = \frac{-7}{5} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{14}{5} \\ \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{\perp} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{\parallel} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{14}{5} \\ \frac{7}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

벡터의 내적 – 초평면의 법선벡터

- 점 $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix}$에서 평면 $2x - 3y + 6z + 1 = 0$까지의
최단거리 d를 구하시오.

- 평면

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} + c = 0, \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad c = 1$$

- 평행이동된 평면

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} + \mathbf{p}) + c = \mathbf{n} \cdot \mathbf{x} + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} + c) = 0$$

- 원점에서 평행이동된 평면까지의 거리

$$d = \frac{|\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}|}{\|\mathbf{n}\|} = \frac{|\mathbf{n} \cdot \mathbf{p} + c|}{\|\mathbf{n}\|} = \frac{1}{7}$$

벡터의 외적 – 기하학적 의미

- 벡터 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 와 벡터 $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 에 모두 직교하는 벡터를 구하시오.

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \alpha \neq 0$$

벡터의 외적 – 삼중곱

- 다음 세 벡터 $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 를 변으로 하는 평행육면체의 부피를 구하시오.

$$\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -3$$

$$\therefore V = |-3| = 3$$