¨Nos encontramos en plena revolución multimedia. Esta revolución está transformando al homo sapiens, producto de la cultura escrita, en un homovidens para el cual la palabra ha sido destronada por la imagen.¨ Giovanni Sartori – Homo videns - 1998

Práctica Integradora Final

Creación de Material Educativo Multimedia

Florentín Miguela Nidia

05/10/2011

Propuesta Pedagógica

La globalización, los avances de la ciencia y la tecnología, el cambio constante y la rapidez con los que se producen, la utilización creciente de las nuevas tecnologías, conforman un nuevo escenario. Mucha gente se siente desconcertada ante los hechos mencionados. Pero como dice Inés Aguerrondo, "el problema no radica esencialmente en la aceleración del cambio propiamente, sino, en la incapacidad de nuestras sociedades para hacer frente a las transformaciones sin sufrir una crisis". ¿No deberíamos entonces los docentes desde nuestro lugar y circunstancia buscar otras estrategias-medios que planteen alternativas posibles? ¿No tendríamos que estimular y reactivar el interés de los estudiantes?

Bruner (1960) explica que "los motivos para aprender deben dejar de ser pasivos, es decir, de mantener al estudiante en estado de espectador; por el contrario, se debe partir, en lo posible, del interés por aquello que va a enseñarse y ese interés se debe mantener de modo amplio y diversificado durante la enseñanza." "Construir el sentido de un conocimiento es reconocer en qué situación es útil ese conocimiento, en qué situación es una herramienta, un instrumento eficaz para resolverlas. Por eso uno de los objetivos" (y de los retos) " esenciales de la enseñanza de la matemática es que lo enseñado esté cargado de significado"

Docente: Florentín Miguela Nidia

Nivel: 3er año de Secundaria Básica

Objetivo pedagógico: que mediante la experimentación personal, el trabajo en grupo, la investigación y la reflexión, los alumnos sean capaces de, críticamente, elaborar hipótesis propias y contrastarlas para, de este modo, arribar luego a conclusiones cuya elaboración también ha de ser personal y de su pertenencia.

Competencias a adquirir: gusto por la experimentación y la búsqueda personales, seriedad y responsabilidad investigativa, desarrollo de la crítica y de la autocrítica constructivas, gusto por la socialización y exposición de hipótesis propias elaboradas con seriedad y rigor científicos, conocimiento y aplicación del método científico, gusto en la construcción de aprendizajes propios y de pertenencia, manejo de las generalizaciones, aprehensión de los conceptos de relación entre determinadas variables y de derivada de una función, anclaje previo para la aprehensión del concepto de integral definida.

Contenidos a trabajar: los contenidos elegidos para trabajar en la adquisición de estas competencias fueron los conceptos ya adquiridos previamente (que ya fueran trabajados en forma previa, en anteriores clases) de área y de función. Con estas herramientas se induce a los alumnos a manipular y experimentar en la relación existente entre las variables velocidad-tiempo, espacio-tiempo; observando y trabajando con las áreas, las funciones y las funciones derivadas resultantes de esas experimentaciones para, de esta manera, guiar al alumno hacia la idea de integral definida de una función.

Foco y justificación del uso de la simulación en la práctica educativa: el foco estará puesto en varias instancias del proceso de enseñanza-aprendizaje. En un primer instante funcionará como disparador debido a lo novedoso de la práctica y a la posibilidad de interacción personal de cada alumno para con un problema que, de este modo, le es propio y pertinente. En un segundo momento funcionará como un elemento de indagación y de investigación tanto personal como grupal y de interacción con pares y con docente. En un tercer momento funcionará como elemento de contraste y validación de las hipótesis previamente elaborada por los grupos de alumnos induciéndolos de este modo, a la construcción activa y reflexiva de conclusiones finales de propia autoría.

Por otra parte, cabe aclarar que la posibilidad que brinda esta herramienta didáctica de posibilitar el hecho de que los alumnos se puedan "llevar" el problema consigo y a casa en sus propias netbooks, hace que se cumpla el proceso de "amase" para, una vez en clase, continuar con el proceso y no estar siempre empezando desde cero…

El uso, entonces, de la simulación en la práctica docente queda de este modo sobradamente justificada por lo que creo cualquier otra mención al respecto resultaría redundante y/o reiterativa.

Descripción de la práctica:

<u>Cálculo de Áreas</u>

Tomamos el cuadrado de lado 1 cm como unidad de área: 1 cm^2.

El rectángulo de lados 4 cm y 3 cm tiene, evidentemente, 4 x 3 = 12 cm^2 de área.

En general, el área del rectángulo es $a \cdot b$, el producto de sus dos dimensiones.

Ahora bien, las áreas de otras figuras geométricas se obtienen a partir de las del paralelogramo y el triángulo que, a su vez, se obtienen de la del rectángulo pero; hay figuras irregulares cuyas áreas no sabemos obtener si no es por métodos aproximados. En este tema aprenderemos a calcular con exactitud, el área de estas superficies siempre que conozcamos las ecuaciones de las líneas que las envuelven. (Ésta ha sido la práctica desarrollada en forma previa a la que ahora voy a describir).

<u>Problema 1:</u> Un móvil (rojo, simulador Veloc-Espac, gráfico 1) va a una velocidad constante de 3m/s. la representación de su movimiento en un diagrama *velocidad-tiempo* es: $y=3$

Verifica la gráfica resultante ingresando la velocidad en tu simulador.

Pregunta:

¿Qué espacio habrá recorrido en 6 segundos? Contamos las áreas bajo la recta.

Respuesta: 18 áreas (cuadraditos).

Definimos por lo tanto que:

si $e= v \cdot t$, entonces 3 x 6 = 18m

Observa en tu simulador que este resultado se corresponde con el área del rectángulo obtenido bajo la recta.

<u>Problema 2:</u> Otro móvil (azul, mismo simulador, mismo gráfico), se mueve con una velocidad

$$v = 1 + ½\, t$$

Prueba su representación en tu simulador y podrás comprobar que se corresponde con un movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial $V_0 = 1\ m/s^2$ y aceleración $a = ½\ m/s^2$.

De tal manera que, el espacio recorrido en 6 segundos es:

$$e = V_0\, t + ½\ .\ ½\ .\ 6^2 = 15\ m$$

Podrás comprobar nuevamente que coincide con el área del trapecio conformado bajo la recta.

Ahora, nuestra pregunta crucial será la siguiente:

<u>Problema 3:</u> ¿Cómo calcular el espacio recorrido por un móvil cuya aceleración no es constante? ¿Qué *misteriosa relación* hay entre el área encerrada bajo la curva velocidad y el espacio recorrido?

EL ÁREA BAJO LA CURVA VELOCIDAD. RELACIÓN ENTRE LAS GRÁFICAS DE VELOCIDAD Y DE ESPACIO.

Ahora queremos calcular el recorrido , en 6 segundos, de un móvil cuya velocidad es:

$$v = 6 + 2t – ½\ t^2$$

Pudimos ver que, en el primer problema, el espacio recorrido por el móvil, a partir del instante 0, viene dado por la siguiente gráfica:

Su ecuación es ($e = v\ .\ t$)

$$\boxed{e = 3t}$$

Observa que el espacio recorrido hasta el instante 6 (18m), coincide con el área, en azul, bajo la curva velocidad.

Esta relación se cumple, no sólo para $t = 6$ segundos, sino también para cualquier otro instante:

Comprueba observando el gráfico obtenido y completando la siguiente grilla:

Tiempo transcurrido, t	1	2	3	4	5	6	7	*…t*
Espacio recorrido hasta t	3	6	9	12				*…3 t*
Área bajo la curva velocidad hasta t	3	6						*…3 t*

Podemos observar y verificar que la gráfica del *espacio* coincide con el área bajo la curva velocidad.

El espacio recorrido por el segundo móvil, viene dado por la gráfica que puedes observar al ingresar los datos dados en los correspondientes controles de tu simulador.

Su ecuación es:

$$\boxed{\begin{aligned} e &= V_0\, t + ½\, at^2 \\ &= t + ¼\, t^2 \end{aligned}}$$

Y observa que el espacio recorrido hasta el instante 6 (*15 m*) coincide con el área, en azul, bajo la curva velocidad (área del trapecio):

$$(1 + 4) / 2\ .\ 6 = 15$$

Esta relación se cumple para cualquier instante. Compruébalo dando a *t* (control de los segundos) los valores 1, 2, 3, 4, 5 y 7.

En general, el área bajo la curva velocidad es:

$$\frac{1 + v(t)}{2} \cdot t = \frac{1 + 1 + \frac{1}{2} t}{2} \cdot t = (1 + \tfrac{1}{4} t) \cdot t = t + \tfrac{1}{4} t^2$$

que coincide con la ecuación del espacio.
Para el último problema planteado (el número tres), no disponemos ni de fórmula para calcular el espacio recorrido, ni de facilidad para obtener el área bajo la curva velocidad. Lo hacemos aproximadamente (contando y sumando los cuadraditos resultantes), y suponemos que, como en los casos anteriores, estos valores corresponden al espacio recorrido:
Llama ahora mediante el control "llamar" al simulador Integrales Definidas. Experimenta y manipula las variables, observa atentamente y, luego, ensaya una hipótesis propia.
Hacemos una puesta en común y llegamos a la siguiente hipótesis general: también en este movimiento, el espacio recorrido se puede obtener calculando el área bajo la curva velocidad.
Ahora nos toca probar si ¿será esto cierto?

RELACIÓN ENTRE LAS ECUACIONES DE VELOCIDAD Y DE ESPACIO
En el primer móvil, las ecuaciones *velocidad-tiempo* y *espacio-tiempo*

$$v = 3 \qquad\qquad e = 3t$$

cumplen que la derivada de e(t) es v(t):

$$D\,(3t) = 3$$

Lo mismo ocurre con el segundo móvil:

$$v = 1 + \tfrac{1}{2}\, t \qquad\qquad e = t + \tfrac{1}{4}\, t^2$$

$$D(e(t)) = D(t + \tfrac{1}{4}\, t^2) = 1 + \tfrac{1}{2}\, t = 1 + \tfrac{1}{2}\, t = v(t)$$

La pregunta ahora es: ¿Ocurrirá lo mismo en el tercer movimiento? El del auto del tercer problema.
Sabemos que sí, pues en cualquier movimiento la velocidad es la derivada del espacio respecto del tiempo.
Por tanto, puesto que la expresión de la velocidad es

$$v(t) = 6 + 2t - \tfrac{1}{2}\, t^2$$

el espacio recorrido tendrá una expresión cuya derivada es:

$$e(t) = 6t + t^2 - 1/6\, t^2$$

La pregunta que queda en el aire es: ¿la curva que obtuvimos empíricamente (midiendo áreas), responde a esta ecuación?
Podemos calcular los valores de $e(t) = 6t + t^2 - 1/6\ t^2$ para t igual a 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7:

t	1	2	3	4	5	6	7
e(t)	6,83	14,6	22,5	29,3	34,16	36	33,83

Si comparamos con las áreas estimadas bajo la curva velocidad, observamos que la aproximación es notable. Podemos inducir que, realmente, la ecuación

$$e(t) = 6t + t^2 - 1/6\, t^2$$

se ajusta a la curva y que, por tanto, para este movimiento, **el área bajo la curva velocidad representa el espacio recorrido.**
Queda saber si este resultado será generalizable a cualquier movimiento.
CONCLUSIÓN:

- El espacio recorrido por un móvil, es numéricamente igual al área encerrada bajo la curva velocidad cuando el movimiento es uniforme y cuando es uniformemente acelerado, por lo que suponemos que lo será para cualquier movimiento.
- Recordamos que *v(t)* es la derivada de *e(t)* por lo que, recíprocamente, *e(t)* será una función cuya derivada es *v(t).*

- Comprobamos que esa función es, precisamente, el área bajo la curva velocidad en un nuevo tipo de movimiento.
- Nos preguntamos si el resultado será generalizable a cualquier movimiento.