선형대수 5강 벡터공간과 열벡터 공간

chepter 2. Vector space

2.1. V.S & Subspace

- space → set closed under addition & scalar multiplication

$\begin{cases} \text{for any vectors } x . y \in R^n \\ \text{for any scalar } c \in R \end{cases}$

→ $x . y \in V$

$\left.\begin{cases} x+y \in V \\ cx \in V \end{cases}\right\} c_1x + c_2y \in V$ vector space

1) $x+y = y+x$
2) $x+(y+z) = (x+y)+z$
3) There is a zero-vector, such that $x+0 = 0+x = x$

: 항등원 ⇒ vector space는 원점 반드시 포함!

4) For each vector x, $x+(-x) = (-x)+x = 0$

: 역원 ($-x$ unique!)

5) $1x = x$
6) $c(x+y) = cx+cy$
7) $(c_1+c_2)x = c_1x + c_2x$

ex) $f(x) = e^x \Rightarrow 1+x+\frac{1}{2}x^2 \cdots \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{2!} \\ \frac{1}{3!} \\ \vdots \end{bmatrix} \in R^\infty$ (Hilbert Space) 무한대 차원의 벡터공간

Taylor Series : 어떤 기준점이 있으면 그것을 중심으로 어떤 함수든지 변수 x에 대한 다항식으로 표시가 가능하다.

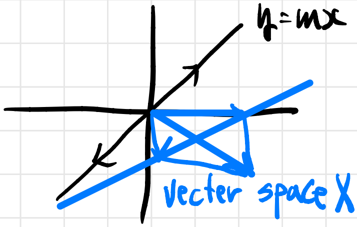
$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)x}{1!} + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \cdots$

- Subspace

: subset of the whole v.s that satisfies the conditions of v.s.

ex) $y = mx \ (m \neq 0)$ $(x, y) \in R^2$

$$S = \{ (x, y) \mid y = mx, m \neq 0 \} \in R^2$$



· 원점을 지난다. (항등원 존재)

· 직선 상 어떤 벡터를 더해도 직선을 안벗어난다.

→ Vecter space 만족

⇒ Subspace

- Column Space of A (C(A))

: set of all linear Combination from column vectors in A.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} c_i a_i$$

$$Ax = b$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = b$$

$$= x_1 a_1 + x_2 a_2 + \cdots x_n a_n = b$$

⇒ (if $b \in C(A)$. then, there is one solution $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

if $b_1, b_2 \in C(A)$

$$\begin{cases} Ax_1 = b_1 \\ Ax_2 = b_2 \end{cases}$$

$$b_1 + b_2 = b$$

$$Ax_1 + Ax_2 = A\underbrace{(x_1 + x_2)}_{x} = b$$