

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τηλεπικοινωνιών



Ελευθέριος Κιλάρογλου 8501

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη και Ανάλυση Συστημάτων Επικοινωνιών Ορατού Φωτός (VLC)
Εσωτερικού Χώρου με Ανθρώπινα Εμπόδια

Επιβλέπων: Αναπληρωτής Καθηγητής Νέστορας Χατζηδιαμαντής

Θεσσαλονίκη, Μάρτιος 2022

© Ελευθέριος Κιλάρογλου

© Α.Π.Θ.

Μελέτη και Ανάλυση Συστημάτων Επικοινωνιών Ορατού Φωτός (VLC) Εσωτερικού Χώρου με
Ανθρώπινα Εμπόδια Study and Analysis of Indoor Visible Light Communications Systems with
Human Blockages

«Η έγκριση της παρούσης Διδακτορικής Διατριβής από το Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Μηχανικών Υπολογιστών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης δεν υποδηλώνει αποδοχή
των γνώμων του συγγραφέως»

(Ν. 5343/1932, άρθρο 202, παρ. 2)

Περίληψη

Η συνεχής αύξηση των απαιτήσεων από τα δίκτυα τηλεπικοινωνιών ωθεί την επιστημονική κοινότητα να σκεφτεί και να μελετήσει καινούριες τεχνολογίες. Οι προκλήσεις που πρέπει να αντιμετωπίσει σχετίζονται κυρίως με τη δυνατότητα επίτευξης υψηλότερων ταχυτήτων μετάδοσης, με μεγαλύτερο αριθμό συνδεδεμένων συσκευών στο δίκτυο, μεγαλύτερη αξιοπιστία και μικρότερο χρόνο αποκατάστασης της σύνδεσης. Όμως, η οργάνωση που έχουν τα δίκτυα γίνεται όλο και πιο πολύπλοκη, για να καλύψει τις παραπάνω ανάγκες. Τα συμβατικά δίκτυα ραδιοσυχνοτήτων (radio frequencies - RF) φτάνουν στο όριό τους από πλευράς πυκνότητας και μια πολλά υποσχόμενη τεχνολογία που μελετάται για να επιλύσει το πρόβλημα είναι οι ασύρματες οπτικές επικοινωνίες.

Συγκεκριμένα, κυρίως για εσωτερικούς χώρους, οι επικοινωνίες ορατού φωτός (visible light communications - VLC) αξιοποιούν το δίκτυο εσωτερικού φωτισμού, για να προσφέρουν πρόσβαση δεδομένων με χαμηλό κόστος και μεγαλύτερες ταχύτητες από τα δίκτυα ραδιοσυχνοτήτων. Όμως, τα σήματα επικοινωνιών ορατού φωτός δε διεισδύουν μέσα από αντικείμενα και έτσι αυτά μπορεί να εμποδίσουν το σήμα προς το δέκτη. Μεγαλύτερο πρόβλημα παρουσιάζουν τα απρόβλεπτα εμπόδια μέσα στο δωμάτιο όπως οι άνθρωποι καθώς αυτοί βρίσκονται και κινούνται προς τυχαίες κατευθύνσεις μέσα στο δωμάτιο.

Στην παρούσα διπλωματική διατριβή, μελετάται η ύπαρξη αυτών των ανθρώπων-εμποδίων μέσα στο δωμάτιο και η συνέπεια της ύπαρξής τους στη λαμβανόμενη οπτική ισχύ. Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται η απόδοση του συστήματος για μια κανονική τοποθέτηση διόδων εκπομπής φωτός (LED) σε ορθογώνια διαμόρφωση. Η ανάλυση χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος, θεωρείται ότι τα εμπόδια είναι στατικά, δηλαδή οι άνθρωποι είναι ακίνητοι. Στο δεύτερο μέρος, η ανάλυση επεκτείνεται για δυναμικά εμπόδια, έτσι ώστε να μπορεί να ληφθεί υπόψη η κινητικότητα των ανθρώπων μέσα στο δωμάτιο. Εξάγεται η έκφραση κλειστής μορφής του λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR) στο δέκτη και συγκρίνεται η απόδοση του συστήματος ως προς τη λαμβανόμενη ισχύ για διαμορφώσεις 4 και 8 LED υπό προκαθορισμένο περιορισμό συνολικής ισχύος. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης επιβεβαιώνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων. Στη συνέχεια εξετάζεται η περίπτωση ετερογενών εμποδίων, δηλαδή ανθρώπων διάφορων μεγεθών, στο χώρο. Τέλος, εξετάζεται η επίδραση του ύψους και του πλάτους των ανθρώπων στη μέση λαμβανόμενη ισχύ.

Λέξεις Κλειδιά: Ασύρματες Επικοινωνίες, Οπτικές Επικοινωνίες, Επικοινωνίες Ορατού Φωτός, Στοιχειώδης Γεωμετρία, Διαδικασία Σημείων Πουασσόν

Abstract

The constant enlargement of requirements in communication networks pushes the scientific community to come up and analyze emerging technologies. The challenges that need to be faced are mostly related to higher data rates, massive connectivity or low latency needs. Network structure and organization becomes more and more complex to cope with the aforementioned requirements. As conventional radio-frequency (RF) networks reach their limit, a promising new technology made its appearance to provide a solution, optical wireless communications.

More specifically, for indoor situations primarily, visible light communications (VLC) can take advantage of the illumination infrastructure to provide data access at a low cost with even higher data rates than RF networks. However, visible light communications signals do not penetrate objects and the signal can be blocked. The problem is bigger when the objects are unpredictable like humans as their locations within the room are random and they can move randomly in it.

To this end, in this diploma thesis, the system performance is analyzed for a regular placement of light emitting diodes (LEDs) in a rectangular configuration. The analysis is divided into two parts. In the first part, it is assumed that human blockages are static, randomly placed within the room. In the second part, the analysis is extended for dynamic human blockages so that the mobility of the humans can also be considered. The closed-form expression of the signal-to-noise ratio (SNR) at the receiver with static human blockages is derived and the system performance is being compared in terms of received power, for 4 and 8 LED configurations under predefined total power constraint. The analytical results are in close agreement with the simulation results, which validates the analytical framework proposed in the thesis. Furthermore, the case of heterogeneous human obstacles, humans with different size, is being analyzed. Finally, the average received power is analyzed for different height and width of the human blockages.

Keywords: Wireless Communications, Optical Communications, Visible Light Communications, Stochastic Geometry, Poisson Point Process, Mattern Hardcore Point Process, Random Waypoint Model

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας σηματοδοτεί την ολοκλήρωση της φοίτησής μου στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης και κατ' επέκταση το πέρας ενός πολύ σημαντικού και συνάμα ευχάριστου κεφαλαίου της ζωής μου. Αναμφισβήτητα, κατά τη διάρκεια αυτών των χρόνων, μου δόθηκε η ευκαιρία να διευρύνω τους γνωστικούς μου ορίζοντες, να ανακαλύψω την καλύτερη πτυχή του εαυτού μου και να θέσω γερά θεμέλια στην οικοδόμηση της επαγγελματικής μου σταδιοδρομίας.

Στο πλαίσιο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω πρώτα απ' όλα την οικογένεια μου και ιδιαίτερα τους γονείς μου, τη γιαγιά μου και τον παππού μου που στάθηκαν δίπλα μου καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Χατζηδιαμαντή Νέστορα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε αναθέτοντας μου την εν λόγω διπλωματική εργασία καθώς και για την καθοδήγηση που μου προσέφερε σε κάθε εύκολη και δύσκολη στιγμή, όντας πάντα διαθέσιμος να με βοηθήσει.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και συμφοιτητές που με συντρόφευαν στα φοιτητικά μου χρόνια και μου συμπαραστάθηκαν στην προσπάθεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Περιεχόμενα

Abstract	iii
Κατάλογος Σχημάτων	ix
1 Εισαγωγή	1
1.1 Επικοινωνίες Ορατού Φωτός (Visible Light Communications)	1
1.2 Κίνητρα για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και συνεισφορά . .	2
1.3 Βιβλιογραφία	3
1.4 Δομή	4
2 Μοντέλο Επικοινωνιών Ορατού Φωτός	5
2.1 Βασικές αρχές της φωτομετρίας	5
2.1.1 Φωτεινή ροή	5
2.1.2 Φωτεινή ένταση	5
2.1.3 Φωτισμός	5
2.2 Το μοντέλο	6
2.2.1 Μοντέλο Οπτικής Επαφής	6
2.2.2 Μοντέλο Μη Οπτικής Επαφής	8
2.2.3 Τελικό μοντέλο	10
3 Μαθηματικό Υπόβαθρο	11
3.1 Διωνυμική διαδικασία σημείων	12
3.1.1 Εισαγωγή	12
3.1.2 Βασικές ιδιότητες	13
3.1.3 Προσομοίωση	14
3.2 Η ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν	16
3.2.1 Γενικά	16
3.2.2 Βασικές ιδιότητες	17
3.2.3 Χαρακτηριστικά της ομογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν	18
3.3 Η ανομοιογενής και γενική διαδικασία σημείων Πουασσόν	18
3.4 Προσομοίωση διαδικασίας σημείων Πουασσόν	19
3.4.1 Προσομοίωση ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν	19
3.4.2 Προσομοίωση ανομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν	21
3.5 Τυχαία μοτίβα μη επικαλυπτόμενων εμποδίων	21

3.5.1	Εισαγωγή	22
3.5.2	Πιθανότητες αραίωσης	22
3.5.3	Ένταση της διαδικασίας σημείων μετά την αραίωση	24
3.6	Μοντέλο κινητικότητας τυχαίας διαδρομής	24
3.6.1	Μελέτη κατανομής ανθρώπων βάσει προσομοίωσης	25
3.6.2	Αναλυτική παραγωγή της κατανομής σε 1 διάσταση	26
3.6.3	Προσέγγιση της κατανομής σε δύο διαστάσεις	30
4	Χωρικό Μοντέλο	31
4.1	Περιοχή σκίασης	31
4.2	Χαρακτηρισμός στατικών μοντέλων στο χώρο	32
4.2.1	Ένταση ομοιογενών εμποδίων με χρήση MHCP και εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος	32
4.2.2	Ένταση ανομοιογενών εμποδίων με χρήση MHCP και εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος	33
4.3	Εύρεση της έντασης των εμποδίων μέσα στο χώρο	35
4.4	Χαρακτηρισμός δυναμικών μοντέλων στο χώρο	35
4.4.1	Εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος ομοιογενών εμποδίων με χρήση RWP .	36
4.4.2	Εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος ανομοιογενών εμποδίων με χρήση RWP	37
5	Λόγος σήματος προς θόρυβο στο δέκτη	39
6	Αποτελέσματα και Προσομοιώσεις	43
6.1	Προφίλ λαμβανόμενης ισχύος με απουσία ανθρώπινων εμποδίων	43
6.2	Πιθανότητα Μπλοκαρίσματος	44
6.3	Προφίλ λαμβανόμενης ισχύος με ανθρώπινα εμπόδια	47
6.4	Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή ένταση ομοιογενών εμποδίων	49
6.5	Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή ένταση ετερογενών εμποδίων	52
6.6	Μέση λαμβανόμενη ισχύς με διαφορετική ακτίνα και ύψος εμποδίων	53
7	Συμπεράσματα	55
	Βιβλιογραφία	57

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Διάγραμμα Φάσματος	2
2.1	Γεωμετρία του LOS μοντέλου	8
2.2	Απόκριση Καναλιού	9
2.3	Γεωμετρία μοντέλου για μία αντανάκλαση	10
3.1	Μοντελοποίηση εμποδίων στο χώρο	11
3.2	Προσομοίωση μοτίβου 100 τυχαίων σημείων ομοιόμορφα κατανεμημένων σε ένα τετράγωνο	13
3.3	Προσομοίωση 45 τυχαίων σημείων. Τα σημεία \bullet είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο σύνολο W . Τα σημεία \circ είναι αυτά της εικόνας 3.2 που είναι εκτός του W	16
3.4	Ένα προσομοιωμένο δείγμα μιας διαδικασίας Πουασσόν που έχει γραμμικά αυξανόμενη συνάρτηση έντασης $\lambda(x)$	20
3.5	Τετράγωνη περιοχή προσομοίωσης του μοντέλου RWP	25
3.6	Συνεχές διαδικασία τυχαίων σημείων διαδρομών	26
3.7	Εξαγωγή κατανομής κόμβων μονοδιάστατου μοντέλου RWP	28
3.8	Τετραγωνική περιοχή προσομοίωσης: $f(x)f(y)$	30
4.1	Σχηματικό διάγραμμα για υπολογισμό της σκιάς λόγω εμποδίου	31
6.1	Θέσεις των LED στο δωμάτιο	44
6.2	Λαμβανόμενη ισχύς από 4 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων	44
6.3	Συνολική λαμβανόμενη ισχύς από 4 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων	45
6.4	Λαμβανόμενη ισχύς από 8 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων	45
6.5	Συνολική λαμβανόμενη ισχύς από 8 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων	45
6.6	Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 4 LED και 6 στατικά εμπόδια	46
6.7	Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 4 LED και 6 δυναμικά εμπόδια	46
6.8	Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 8 LED και 6 στατικά εμπόδια	46
6.9	Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 8 LED και 6 δυναμικά εμπόδια	47
6.10	Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 4 LED και παρουσία 6 ανθρώπινων εμποδίων	48
6.11	Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο	48
6.12	Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 4 LED και παρουσία 12 ανθρώπινων εμποδίων	48
6.13	Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο	49
6.14	Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 8 LED και παρουσία 6 ανθρώπινων εμποδίων	49
6.15	Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο	49
6.16	Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 8 LED και παρουσία 12 ανθρώπινων εμποδίων	50
6.17	Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο	50

6.18 Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή πυκνότητα στατικών και δυναμικών εμποδίων .	51
6.19 CDF μέσης λαμβανόμενης ισχύος για μεταβλητή ένταση ομοιογενών εμποδίων	51
6.20 Σύγκριση μέσης λαμβανόμενης ισχύος με ετερογενή πυκνότητα στατικών και δυναμικών εμποδίων με 4 και 8 LED	52
6.21 Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητό πλάτος και ύψος εμποδίων	53

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

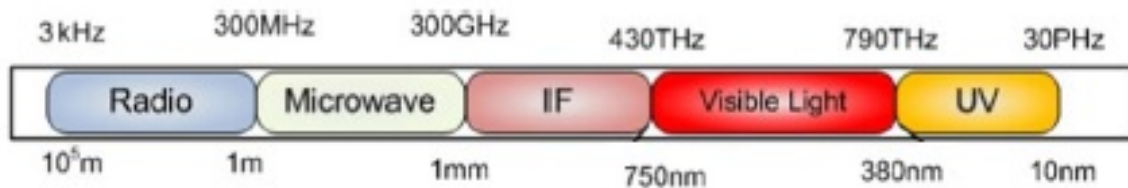
1.1 Επικοινωνίες Ορατού Φωτός (Visible Light Communications)

Η έννοια των ασύρματων επικοινωνιών είναι άμεσα συνδεδεμένη με τις επικοινωνίες σε ραδιοσυχνότητες (RF Communications). Το περιορισμένο φάσμα των ραδιοσυχνοτήτων όμως θέτει περιορισμούς στην αυξανόμενη ζήτηση για πανταχού παρούσα συνδεσιμότητα και υψηλή χωρητικότητα. Η αύξηση των συσκευών που έχουν πρόσβαση στο δίκτυο είναι ο κύριος λόγος για τη δραστική αύξηση της κίνησης των δεδομένων. Πέρα από αυτό η ανάπτυξη διαδικτυακών υπηρεσιών (όπως το Facebook και το Twitter) καθώς και το internet of things (IoT), με τον τεράστιο αριθμό συσκευών που συμπεριλαμβάνει, αύξησε περαιτέρω την κίνηση των δεδομένων. Η δραστική αύξηση αυτή έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός φαινομένου που ονομάζεται στη βιβλιογραφία "spectrum crunch", ή "κατάρρευση" του φάσματος, σύμφωνα με το οποίο δε θα υπάρχει διαθέσιμο φάσμα για τη σύνδεση περισσότερων συσκευών στο δίκτυο. Πρόσφατες μελέτες έδειξαν ότι η ζήτηση είναι πολύ πιο σοβαρή στις επικοινωνίες κλειστού χώρου όπου έχουμε τη μέγιστη χρήση δεδομένων [1]. Τις επικοινωνίες αυτές μελετούμε και στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Εκτός από το πρόβλημα του περιορισμένου φάσματος, η ασύρματη επικοινωνία ραδιοσυχνοτήτων πάσχει από τα ακόλουθα προβλήματα. (α) Καθώς οι περισσότερες ασύρματες συσκευές είναι ηλεκτρομαγνητικές μπορεί να δημιουργηθούν έντονες παρεμβολές. Για παράδειγμα, σύμφωνα με την Ομοσπονδιακή Υπηρεσία Αεροπορίας (Federal Aviation Administration) η χρήση κινητών τηλεφώνων σε αεροσκάφη προκαλεί παρεμβολές στα συστήματα πλοήγησης και επικοινωνίας. Επιπλέον, τα κινητά τηλέφωνα στα αεροσκάφη μπορούν να προκαλέσουν προβλήματα στην επικοινωνία με τους πύργους ελέγχου, όπως υποστηρίζεται από την Ομοσπονδιακή Επιτροπή Επικοινωνίας (Federal Communication Commission). (β) Σε συστήματα ασύρματης επικοινωνίας όπου απαιτούνται πολύ μικρές καθυστερήσεις (όπως σε επικοινωνία όχημάτων ή σε συστήματα ασφάλειας) η χρήση ραδιοσυχνοτήτων δεν είναι κατάλληλη λόγω του περιορισμένου εύρους ζώνης. (γ) Καθώς τα κύματα ραδιοσυχνοτήτων διεισδύουν τους τοίχους, υποφέρουν από θέματα ασφάλειας. (δ) Η αύξηση της ισχύς μετάδοσης πέρα από ένα συγκεκριμένο όριο οδηγεί σε κινδύνους στην ανθρώπινη υγεία. Για να ξεπεραστούν τα μειονεκτήματα αυτά, είναι ανάγκη να σχεδιάσουμε νέες τεχνολογίες επικοινωνίας.

Οι Επικοινωνίες Ορατού Φωτός, στα αγγλικά Visible Light Communications ή εν συντομία VLC, χρησιμοποιούν ορατό φως για επικοινωνία που καταλαμβάνουν το φάσμα μήκους κύματος

από 380 nm έως 750 nm που αντιστοιχεί σε φάσμα συχνοτήτων από 430 THz έως 790 THz έναντι του φάσματος ραδιοσυχνοτήτων από 20 kHz έως 300 kHz όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχήμα 1.1: Διάγραμμα Φάσματος

Συνεπώς με τη χρήση των VLC λόγω της διαθεσιμότητας του μεγάλου εύρου ζώνης που προσφέρουν το πρόβλημα του περιορισμένου φάσματος επιλύεται. Επιπλέον ο δέκτης VLC λαμβάνει σήματα μόνο εάν αυτά διαμενούν στο ίδιο δωμάτιο με το πομπό. Επομένως οι δέκτες εκτός δωματίου δεν έχουν πρόσβαση στα σήματα αυτά με αποτέλεσμα την ανοσία στα ζητήματα ασφάλειας που υπάρχουν στις RF επικοινωνίες. Με τον ίδιο τρόπο οι δέκτες εντός δωματίου δεν έχουν πρόσβαση στα σήματα έξω από αυτό με αποτέλεσμα τη μείωση των παρεμβολών. Επιπροσθέτως η πηγή ορατού φωτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για φωτισμό όσο και για επικοινωνία και έτσι εξοικονομεί την επιπλέον ισχύ που απαιτείται στην RF επικοινωνία. [2]

Σε ένα σύστημα VLC μια διόδος εκπομπής φωτός (LED) χρησιμοποιείται ως πομπός ενώ ένας φωτοανιχνευτής (PD) χρησιμοποιείται ως δέκτης. Το σύστημα λειτουργεί με βάση την αρχή άμεσης ανίχνευσης διαμόρφωσης έντασης (IM/DD), όπου το σήμα πληροφορίας διαμορφώνεται ως προς την ένταση του φωτός. Στο δέκτη οι διαμορφώσεις έντασης ανιχνεύονται και μετατρέπονται σε ηλεκτρικά σήματα.

Η χρήση χωρίς άδεια και η σχεδόν καθολική διαθεσιμότητα των LED τα καθιστούν ως ελκυστική και οικονομική επιλογή για τους παρόχους υπηρεσιών. Τα LED έχουν εύρος ζώνης διαμόρφωσης τα 20 MHz όπου μπορούν να υποστηρίξουν πολύ υψηλούς ρυθμούς δεδομένων. Έχοντας υπόψη τα παραπάνω οι επικοινωνίες ορατού φωτός είναι ένας από τους πολλά υποσχόμενους υποψήφιους αντιμετώπισης του περιορισμένου φάσματος των RF επικοινωνιών. [3]

1.2 Κίνητρα για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και συνεισφορά

Παρά τα πολυάριθμα πλεονεκτήματα των VLC έχουν και λίγα μειονεκτήματα. Πιο συγκεκριμένα υποφέρουν από υψηλές παρεμβολές από άλλες πηγές φωτός και είναι επιρρεπείς σε σημαντικές απώλειες λόγω μπλοκαρίσματος από την ύπαρξη εμποδίων. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να συμπεριληφθεί ο αντίκτυπος των τοποθεσιών των χρηστών και να μοντελοποιηθούν τα ανθρώπινα εμπόδια στην ανάλυση απόδοσης ενός VLC συστήματος.

Η λαμβανόμενη οπτική ισχύς σε ένα σύστημα VLC εσωτερικού χώρου εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των LED εκπομπής και του επιθυμητού χρήστη μέσα στο δωμάτιο. Σε ένα σενάριο πολλών χρηστών, οι άλλοι χρήστες μέσα στο δωμάτιο λειτουργούν ως εμπόδια για τον επιθυμητό

χρήστη. Αυτά τα μπλοκαρίσματα έχουν ως αποτέλεσμα μια ξαφνική πτώση στην λαμβανόμενη οπτική ισχύ καθώς μπορεί να εμποδίσει τόσο τα σήματα οπτικής επαφής (Line Of Sight - LoS) όσο και τα σήματα μη οπτικής επαφής (Non Line Of Sight - NLOS) από το LED στον επιθυμητό χρήστη. Η μείωση της ισχύς εξαρτάται από το ύψος αλλά και από το πλάτος των εμποδίων αφού μεγαλύτερα εμπόδια θα έχουν ως συνέπεια περισσότερα μπλοκαρίσματα.

Προκειμένου να αναλυθεί η επίδραση του στατικού αλλά και του δυναμικού ανθρώπινου εμποδίου στην απόδοση των VLC συστημάτων εσωτερικού χώρου, χρησιμοποιούμε μοντέλα πιθανότητας βασισμένα σε στοχαστική γεωμετρία έτσι ώστε να χαρακτηρίσουμε τα ανθρώπινα εμπόδια μέσα στο χώρο. Το πρώτο μοντέλο χρησιμοποιεί τη μητρική σκληροπυρηνική διαδικασία σημείων (Matern hardcore point process - MHCP) για τη μοντελοποίηση των στατικών εμποδίων. Στη διαδικασία MHCP δύο ή περισσότερα εμπόδια διαχωρίζονται από μια απόλυτη ελάχιστη απόσταση έτσι ώστε να αποφευχθεί η επικάλυψή τους. Το δεύτερο μοντέλο, κινητικότητας τυχαίου σημείου διαδρομής (Random Waypoint Model - RWP), χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση των δυναμικών εμποδίων μέσα στο χώρο, τα οποία κινούνται με ομοιόμορφη ταχύτητα μέσα σε αυτόν.

Στη συνέχεια για να προσομοιωθούν ρεαλιστικές συνθήκες ανθρώπινων εμποδίων, μελετάται η περίπτωση που τα ανθρώπινα εμπόδια έχουν ετερογενή μεγέθη. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η λαμβανόμενη οπτική ισχύς σε σχέση με την πυκνότητα των ανθρώπινων εμποδίων μέσα στο χώρο αναλύεται για σχηματισμούς 4 και 8 LED.

1.3 Βιβλιογραφία

Η στοχαστική γεωμετρία έχει αναδειχθεί ως μια προσιτή προσέγγιση για την ανάλυση ασύρματων συστημάτων και πρόσφατα έχει εφαρμοστεί στην ανάλυση των δικτύων VLC. Στο [4] χαρακτηρίζεται ο ρυθμός δεδομένων και η κάλυψη ενός τυπικού χρήστη σε συνυπάρχοντα δίκτυα ραδιοσυχνοτήτων (RF) και ορατού φωτός (VLC) χρησιμοποιώντας στοχαστική γεωμετρία. Ένα νέο συνεργατικό σχήμα μετάδοσης και λήψης των VLC προτείνεται και αξιολογείται στο [5], όπου τα γειτονικά 'αυτόνομα κελιά' συνεργάζονται 'έξυπνα' ώστε να μειώσουν την πιθανότητα μπλοκαρίσματος των συνδέσεων οπτικής επαφής (LoS links). Το σχήμα που προτείνεται στο [5] παρέχει βελτιώσεις και αξιοπιστία σε μεγάλους εσωτερικούς χώρους όπως διαδρόμους, εργαστήρια, καταστήματα και αίθουσες συνεδριάσεων, όπου η κάλυψη πρέπει να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας διαφορετικά σημεία πρόσβασης όταν χρησιμοποιούνται επικοινωνίες ορατού φωτός. Ωστόσο το [5] δεν εξετάζει την επίδραση των εμποδίων μέσα στο δωμάτιο. Προκειμένου να ξεπεραστούν τα συνηθισμένα προβλήματα εντοπισμού θέσης, καθώς και να βελτιωθεί η ακρίβεια θέσης αλλά και να επεκταθεί η περιοχή εξυπηρέτησης, μια νέα υβριδική μεθοδολογία εντοπισμού θέσης προτείνεται στο [6]. Δύο μέθοδοι για ένα φιλικό προς το περιβάλλον σύστημα εντοπισμού θέσης προτείνονται και αναπτύσσονται. Αυτές οι μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα υβριδικό σχήμα VLC με εξαιρετικά χαμηλό σφάλμα λήψης και ένα ασύρματο δίκτυο. Ωστόσο στο [6] εξέτασαν μόνο τις συνδέσεις οπτικής επαφής στην απουσία ανθρώπινων εμποδίων κατά τον υπολογισμό της ισχύος του λαμβανόμενου σήματος στο σύστημα. Στο [7] προτείνεται ένα νέο προσαρμοσμένο μοντέλο για τον χαρακτηρισμό της πιθανότητας μπλοκαρίσματος από ανθρώπινο εμπόδιο. Συγκεκριμένα, μοντελοποιούν τους ανθρώπους ως κυλινδρικά αντικείμενα με αυθαίρετα κατανομημένα ύψη και ακτίνες, όπου το κέντρο του κυλίνδρου ακολουθεί μια διαδικασία σημείων Πουασόν (Poisson Point Process - PPP) δύο διαστάσεων (2-D). Μια νέα μέθοδος τοποθέτησης σημείου πρόσβασης που λαμβάνει υπόψη μια στάσιμη κατανομή χρηστών έχει προταθεί στο [8]. Αυτή

η κατανομή είναι το αποτέλεσμα του μοτίβου κινητικότητας των χρηστών σε ένα εσωτερικό περιβάλλον. Η προτεινόμενη μέθοδος είναι ανεξάρτητη του αλγόριθμου κατανομής θέσης και εξαλείφει την ανάγκη για εξαντλητικές προσομοιώσεις για την εύρεση της βέλτιστης θέσης σημείων πρόσβασης για επικοινωνίες ορατού φωτός. Σε ένα εσωτερικό περιβάλλον, ανάλογα με το μοτίβο κινητικότητάς τους, οι χρήστες μπορεί να είναι απρόθυμοι να μείνουν κοντά στους τοίχους και έτσι η κατανομή των χρηστών στο χώρο γενικά δεν είναι ομοιόμορφη. Για παράδειγμα, η στάσιμη κατανομή των χρηστών προσεγγίζεται καλά από μια ελλειπτική παραβολοειδή συνάρτηση εάν οι χρήστες ακολουθούν το μοντέλο κινητικότητας τυχαίου σημείου διαδρομής [9]. Στο [10], οι συγγραφείς ερεύνησαν την ανάπτυξη πηγών φωτός και πρότειναν ένα πλαίσιο βελτιστοποίησης για την κατανομή ισχύος για την αξιολόγηση του ρυθμού σφάλματος δεδομένων (Bit Error Rate - BER) και της απαιτούμενης ισχύος του μεταδιδόμενου σήματος υπό περιορισμούς φωτισμού στην παρουσία μπλοκαρίσματος. Η απόδοση του συστήματος βελτιστοποιείται περαιτέρω υπό περιορισμούς φωτισμού, ειδικά όταν ένα εμπόδιο επηρεάζει τη σύνδεση οπτικής επαφής. Έτσι διατυπώνεται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης χαμηλής πολυπλοκότητας από όπου προκύπτει μια απλοποιημένη κατανομή ισχύος.

Επιπλέον, για την παρακολούθηση της συμπεριφοράς των κινούμενων χρηστών, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο κινητικότητας όπως είναι ο τυχαίος περίπατος [11], τα Μαρκοβιανά μοντέλα [12], ο περίβατος Λέβι [13] και τα μοντέλα που βασίζονται σε δίκτυα ουράς [14], [15]. Μεταξύ των διαφορετικών μοντέλων, το RWP χρησιμοποιείται ευρέως και ως εκ τούτου έχει μελετηθεί διεξοδικά [9]. Στο μοντέλο αυτό, κάθε χρήστης κινείται με ομοιόμορφη ταχύτητα. Στη συνέχεια, επιλέγει έναν άλλον τυχαίο προσορισμό, σύμφωνα με μια ομοιόμορφη κατανομή, και κινείται προς το σημείο αυτό με άλλη ταχύτητα κατά μήκος της ευθείας που το συνδέει [16]. Καθώς οι χρήστες συνεχίζουν να κινούνται, η κατανομή της θέσης των χρηστών προσεγγίζει μια στάσιμη κατανομή [9]. Για τους δυναμικούς χρήστες μέσα στο δωμάτιο, είναι δεδομένο ότι οι περισσότεροι χρήστες προτιμούν να μένουν στο κέντρο του δωματίου και όχι στην άκρη του δωματίου ή κοντά σε τοίχους. Το μοντέλο RWP καταλήγει σε μια κατανομή που συγκεντρώνει μεγαλύτερη μάζα πιθανότητας κοντά στο κέντρο της περιοχής κάλυψης. Επομένως, το μεγαλύτερο μέρος της οπτικής ισχύος στα VLC συγκεντρώνεται κοντά στην τοποθέτηση των LED, και είναι πιο λογικό να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο κινητικότητας RWP παρά μια ομοιόμορφη χωρική κατανομή.

1.4 Δομή

Η συνέχεια της διπλωματικής εργασίας οργανώνεται ως εξής. Στο Κεφάλαιο 2 θα μιλήσουμε για το μοντέλο επικοινωνίας ορατού φωτός. Στο Κεφάλαιο 3 θα αναλυθεί το μαθηματικό υπόβαθρο όσον αφορά τη Poisson Point Process, τη Matern Hardcore Point Process και το Random Waypoint Model. Στο Κεφάλαιο 4 θα αναλύσουμε το χωρικό μοντέλο των ανθρώπινων εμποδίων μέσα στο δωμάτιο και θα υπολογίσουμε την πιθανότητα μπλοκαρίσματος. Στο Κεφάλαιο 45 θα ορίσουμε την αναλυτική έκφραση σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio - SNR) στο δέκτη. Τέλος, στο Κεφάλαιο 5 θα παρουσιάσουμε τις προσομοιώσεις που έγιναν πάνω στην ανάλυση αυτή και στο Κεφάλαιο 6 τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις αυτές.

Κεφάλαιο 2

Μοντέλο Επικοινωνιών Ορατού Φωτός

2.1 Βασικές αρχές της φωτομετρίας

2.1.1 Φωτεινή ροή

Η φωτεινή ροή είναι μέρος της ακτινικής ροής, η οποία διεγείρει την αντίληψη του φωτός στο ανθρώπινο μάτι όπου συμβολίζεται με $V(\lambda)$, και εκφράζεται ως Φ με μονάδα μέτρησης τα W . Επιπλέον η μονάδα μέτρησης της φωτεινής ροής μπορεί να συμβολιστεί ως lm στο ορατό φως και η φωτεινή ροή δίνεται ως:

$$\Phi = \int P(\Phi_e)V(\Phi_e)d\Phi_e \quad (2.1)$$

όπου λ είναι το μήκος κύματος, $P(\lambda)$ είναι συνάρτηση της ακτινικής ροής όπου μεταβάλλεται με το μήκος κύματος και $V(\lambda)$ είναι η φωτεινή φασματική απόδοση όπου υπολογίζεται από την τυπική καμπύλη φωτεινότητας.

Η φωτεινή ροή μπορεί να υπολογιστεί επίσης από την ενεργειακή ροή Φ_e και της μέγιστης ορατότητας K_m ως

$$\Phi = K_m \int_{380}^{780} V(\lambda)\Phi_e(\lambda)d\lambda \quad (2.2)$$

2.1.2 Φωτεινή ένταση

Η φωτεινή ένταση είναι η κατάσταση φωτισμού μιας πηγής φωτός (για παράδειγμα LED) σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση στο χώρο. Ορίζεται ως η φωτεινή ροή ως προς μοναδιαία στερεά γωνία και δίνεται από

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (2.3)$$

όπου Φ είναι η φωτεινή ροή και Ω η στερεά γωνία.

2.1.3 Φωτισμός

Ο φωτισμός ορίζεται ως η λαμβανόμενη φωτεινή ροή σε μοναδιαία επιφάνεια και δίνεται από

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \quad (2.4)$$

όπου dS είναι η περιοχή φωτισμού και $d\Phi$ αναπαριστά την φωτεινή ροή που λαμβάνεται από την επιφάνεια dS . [17]

2.2 Το μοντέλο

Στις ασύρματες επικοινωνίες όπου υπάρχει οπτική επαφή μεταξύ πομπού και δέκτη, το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να γραφεί ως άθροισμα μιας πολύπλοκης εκθετικής και μιας στενής ζώνης Γκαουσιανής διαδικασίας, οι οποίες είναι γνωστές ως "συνιστώσα άμεσης οπτικής επαφής" και "διάχυτη συνιστώσα" τις οποίες για ευκολία θα τις αναφέρουμε με βάση την αγγλική ορολογία στη συντομογραφία τους 'LOS συνιστώσα' και 'NLOS συνιστώσα' αντίστοιχα. Έτσι η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού δίνεται ως [18]

$$H_{\text{Κανάλι}}(f) = H_{\text{LOS}} + H_{\text{NLOS}}(f) \quad (2.5)$$

2.2.1 Μοντέλο Οπτικής Επαφής

Γενικά, ένα σύστημα επικοινωνίας ορατού φωτός σε εσωτερικούς χώρους, χρησιμοποιεί ένα LED ως πηγή και φωτοανιχνευτές μεγάλου εμβαδού. Η γωνιακή κατανομή του μοτίβου της έντασης της ακτινοβολίας μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας μια γενικευμένη Λαμπέρτιαν ένταση ακτινοβολίας η οποία έχει την ακόλουθη κατανομή.

$$I(\phi) = \begin{cases} \frac{(m_l+1)}{2\pi} \cos^{m_l}(\phi) & \text{αν } \phi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2.6)$$

όπου $\phi = 0$ είναι η γωνία μέγιστης ακτινοβολούμενης ισχύος και m_l είναι η τάξη της εκπομπής Lambertian η οποία είναι ένα μέτρο της κατευθυντικότητας της δέσμης φωτός και δίνεται από τον τύπο

$$m_l = \frac{\ln(2)}{\ln(\cos(\phi_{1/2}))} \quad (2.7)$$

όπου $\phi_{1/2}$ είναι η γωνία μισού φωτισμού του LED. [18]

Ωστόσο, εμάς μας ενδιαφέρει ο φωτισμός, όπως δίνεται από την 2.4, ο οποίος αντιπροσωπεύει τη φωτεινότητα της επιφάνειας του φωτοανιχνευτή που ακτινοβολείται από το LED. Έτσι αν αγνοήσουμε τα φαινόμενα των άκρων, ο οριζόντιος φωτισμός ή η οριζόντια ένταση της ακτινοβολίας δίνεται από [17]

$$I_{\text{hor}} = E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{d\Phi}{d\Omega} \frac{d\Omega}{dS} \quad (2.8)$$

και επειδή η στερεά γωνία συνδέεται με την επιφάνεια από τον τύπο

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (2.9)$$

με βάση την 2.3 καταλήγουμε στη σχέση

$$I_{hor} = \frac{I(\phi)}{r^2} \quad (2.10)$$

Ακόμη, ο φωτοανιχνευτής μοντελοποιείται ως μια ενεργή περιοχή που συλλέγει την προσπίπτουσα ακτινοβολία σε ψωνίες ψ μικρότερες από το οπτικό πεδίο (FOV) του φωτοανιχνευτή. Η περιοχή αποτελεσματικής συλλογής του ανιχνευτή δίνεται από

$$A_{eff}(\psi) = \begin{cases} A_d \cos \psi & \text{αν } 0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{αν } \psi > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.11)$$

Αν και ιδανικά ένας ανιχνευτής μεγάλης περιοχής θα ήταν ιδανικός για ασύρματες οπτικές επικοινωνίες εσωτερικού χώρου, έτσι ώστε να συλλέγει όσο το δυνατόν περισσότερη ισχύ, στην πράξη θα προκαλούσε μια σειρά προβλημάτων. Μερικά από αυτά τα προβλήματα είναι το αυξημένο κόστος κατασκευής και αυξημένη χωρητικότητα διασταύρωσης το οποίο σημαίνει μειωμένο εύρος ζώνης στο δέκτη και κατά συνέπεια αυξημένο θόρυβο στο δέκτη. Ως εκ τούτου, η χρήση ενός οπτικού συμπυκνωτή είναι μια οικονομικά-αποδοτική λύση προκειμένου να αυξηθεί η συνολική περιοχή αποτελεσματικής συλλογής. Το οπτικό κέρδος ενός ιδανικού μη απεικονιστικού συμπυκνωτή με εσωτερικό δείκτη διάθλασης n_i είναι

$$g(\psi) = \begin{cases} \frac{n_i^2}{\sin^2 \Psi_c} & \text{αν } 0 \leq \psi \leq \Psi_c \\ 0 & \text{αν } \psi > \Psi_c \end{cases} \quad (2.12)$$

όπου $\Psi_c \leq \frac{\pi}{2}$ είναι το οπτικό πεδίο (FOV).

Από το θεώρημα σταθερής ακτινοβολίας (γνωστό και ως όριο Etendue), το οπτικό πεδίο του δέκτη σχετίζεται με την περιοχή συλλογής του φακού A_{coll} και την περιοχή του φωτοανιχνευτή ως

$$A_{coll} \sin\left(\frac{FOV}{2}\right) \leq A_d \quad (2.13)$$

Ως εκ τούτου, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι το κέρδος του συμπυκνωτή αυξάνεται όταν το οπτικό πεδίο μειώνεται.

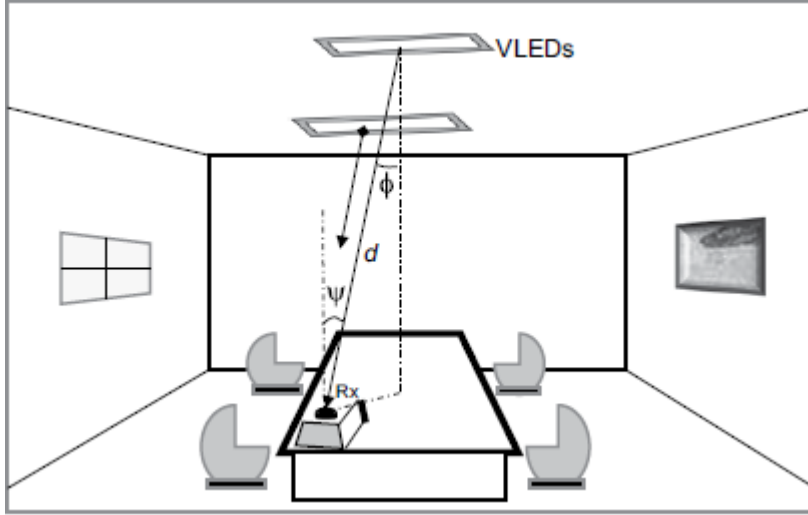
Το μήκος της σύνδεσης σε εσωτερικούς χώρους ασύρματης επικοινωνίας ορατού φωτός είναι σχετικά μικρό και ως εκ τούτου η εξασθένηση λόγω της απορρόφησης και της διασποράς είναι πολύ μικρή και τη θεωρούμε αμελητέα. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη μια σύνδεση επικοινωνίας ορατού φωτός με μια πηγή Lambertian (για παράδειγμα LED), έναν δέκτη με οπτικό ζωνοπερατό φίλτρο μετάδοσης $T_s(\psi)$ και έναν μη απεικονιστικό συμπυκνωτή κέρδους $g(\psi)$, το DC κέρδος για έναν δέκτη που βρίσκεται σε απόσταση d και γωνία ϕ σε σχέση με τον πομπό (εικόνα 2.1), μπορεί να προσεγγιστεί ως

$$H_{los}(0) = \begin{cases} \frac{A_d(m_l+1)}{2\pi d^2} \cos^{m_l}(\phi) T_s(\psi) g(\psi) \cos \psi, & 0 \leq \psi \leq \Psi_c \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (2.14)$$

Έτσι για το μονοπάτι οπτικής επαφής, η λαμβανόμενη ισχύς θα είναι

$$P_{r-los} = H_{los}(0) P_t \quad (2.15)$$

όπου P_t η ισχύς εκπομπής.



Σχήμα 2.1: Γεωμετρία του LOS μοντέλου

Για συνδέσεις οπτικής επαφής μικρής εμβέλειας, η διασπορά λόγω πολλαπλών διαδρομών σπάνια αποτελεί πρόβλημα, και επομένως το κανάλι μοντελοποιείται συχνά ως γραμμικό σύστημα με εξασθένιση και καθυστέρηση. Τα οπτικά κανάλια οπτικής επαφής θεωρούνται μη επιλεκτικά στη συχνότητα και η απώλεια διαδρομής εξαρτάται από το αντίστροφο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ πομπού και δέκτη, με απόκριση τετραγωνικού παλμού

$$h_{los}(t) = \frac{A_d(m_l + 1)}{2\pi d^2} \cos^{m_l}(\phi) T_s(\psi) g(\psi) \cos\psi \delta(t - \frac{d}{c}) \quad (2.16)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό, $\delta(\cdot)$ είναι η δέλτα του Ντιράκ και $\delta(t - \frac{d}{c})$ η καθυστέρηση μετάδοσης του σήματος. [18]

2.2.2 Μοντέλο Μη Οπτικής Επαφής

Για τις διαδρομές όπου δεν έχουμε οπτική επαφή, το φως πρέπει πρώτα να προσκρούσει σε μια ανακλαστική επιφάνεια (σε αυτήν την περίπτωση στον τοίχο ή άλλα στερεά αντικείμενα μέσα στο δωμάτιο) και το ανακλώμενο κύμα να φτάσει στο φωτοανιχνευτή. Επομένως, πρέπει να ληφθεί υπόψη η ανακλαστικότητα της επιφάνειας ή το ποσοστό του προσπίπτοντος φωτός που ανακλάται πίσω και συλλέγεται από το φωτοανιχνευτή. Οι ανακλάσεις από τις επιφάνειες μπορούν επίσης να θεωρηθούν ότι έχουν Lambertian κατανομή και πεπερασμένη περιοχή dA_r . Ως εκ τούτου, τα οπτικά σήματα που φτάνουν στον φωτοανιχνευτή από ένα LED μπορεί να έχουν αυθαίρετο αριθμό ανακλάσεων, και έτσι, ο οριζόντιος φωτισμός μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα με έναν άπειρο αριθμό όρων που δίνονται από

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} E_n \quad (2.17)$$

όπου E_n είναι ο οριζόντιος φωτισμός των οπτικών σημάτων που έχουν υποστεί n ανακλάσεις. Ο οριζόντιος φωτισμός ενός LED είναι E_0 και λαμβάνοντας υπόψη την περιοχή αποτελεσματικής συλλογής του ανιχνευτή, δίνεται από 2.6, 2.10 και 2.11 ως

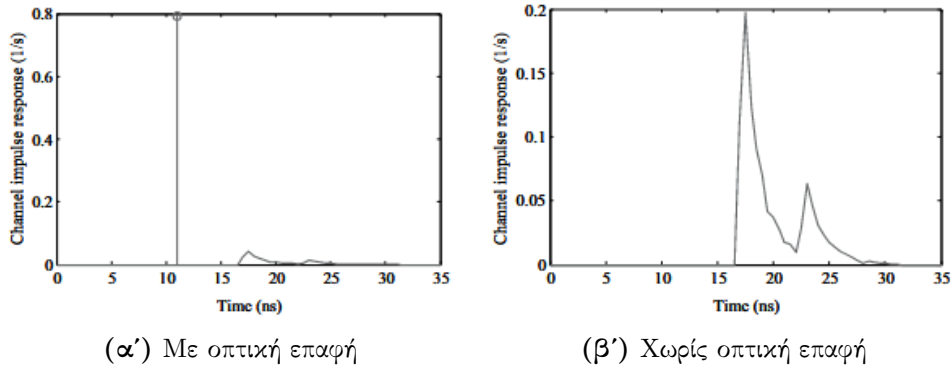
$$E_0 = \frac{I(\phi)}{d_0^2} A_{eff} = \frac{(m_l + 1)}{2\pi d_0^2} \cos^{m_l}(\phi_0) \cos(\theta_0) \quad (2.18)$$

Οι υψηλότερης τάξης ανακλάσεις μπορούν να υπολογιστούν αναδρομικά ως

$$E_n = \int_{wall} \frac{E_{n-1}}{\pi d^2} \rho \cos \phi \cos \theta dA_{wall} \quad (2.19)$$

Εδώ d είναι η απόσταση μεταξύ της επιφάνειας ανάκλασης και της οριζόντιας επιφάνειας ενδιαφέροντος (μπορεί να είναι ένα άλλο σημείο ανάκλασης ή ο φωτοανιχνευτής), ϕ εκφράζει τη γωνία ακτινοβολίας, θ είναι η γωνία πρόσπτωσης και ρ είναι ο συντελεστής ανάκλασης της επιφάνειας [17]. Χρησιμοποιώντας την παραπάνω επαναληπτική μέθοδο και λαμβάνοντας αριθμό ανακλάσεων έως και 10, μπορούμε να πάρουμε μια εξαιρετική προσέγγιση του καναλιού. Αυτό όμως όπως είναι προφανές θέλει μεγάλη υπολογιστική ισχύ και είναι πολύ χρονοβόρο.

Παρατηρώντας τις παρακάτω εικόνες οι οποίες απεικονίζουν την απόκριση του καναλιού στην περίπτωση σύνδεσης οπτικής επαφής και μη, διαπιστώνουμε ότι η πρώτη ανάκλαση μεταφέρει αρκετή περισσότερη ισχύ σε σχέση με τις υπόλοιπες.



Σχήμα 2.2: Απόκριση Καναλιού

Ως εκ τούτου, για απλούστευση του μοντέλου λαμβάνουμε υπόψη μόνο την πρώτη ανάκλαση με την οποία μπορούμε να πάρουμε μια αρκετά καλή προσέγγιση του καναλιού. Έτσι ο οριζόντιος φωτισμός από την ανακλώμενη διαδρομή θα είναι

$$E = \rho \frac{m_l + 1}{2\pi^2} \frac{A_d \cos^{m_l}(\phi) \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\theta)}{d_1^2 d_2^2} dA_r \quad (2.20)$$

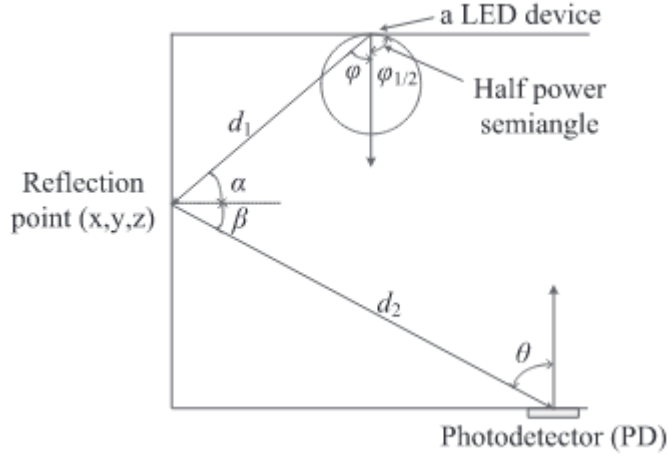
όπου d_1 και d_2 είναι οι αποστάσεις μεταξύ του LED και του σημείου ανάκλασης, και μεταξύ του σημείου ανάκλασης και του φωτοανιχνευτή, αντίστοιχα. ρ είναι ο συντελεστής ανάκλασης, α και β είναι η προσπίπτουσα και η ανακλώμενη γωνία στο σημείο ανάκλασης αντίστοιχα και θ είναι η προσπίπτουσα γωνία στο φωτοανιχνευτή όπως φαίνεται στην εικόνα 2.3.

Έτσι, για το διάχυτο κανάλι, ο συνολικός φωτισμός δίνεται με ολοκλήρωση σε ολόκληρη την επιφάνεια ανάκλασης

$$E = \int_{wall} dD_i \quad (2.21)$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω το κέρδος του καναλιού για την πρώτη ανάκλαση θα είναι

$$dH_{ref}(0) = \begin{cases} \frac{(m_l+1)A_d}{2\pi^2 d_1^2 d_2^2} \rho dA_{wall} \cos^{m_l}(\phi) \cos(\alpha) \cos(\beta) T_s(\theta) g(\theta) \cos(\theta) & \text{αν } 0 \leq \theta \leq \Psi_c \\ 0 & \text{αν } \theta > \Psi_c \end{cases} \quad (2.22)$$



Σχήμα 2.3: Γεωμετρία μοντέλου για μία αντανάκλαση

Τέλος δίνεται η απόκριση τετραγωνικού παλμού

$$h_{nlos}(t) = \frac{A_d \Delta A (m_l + 1)}{2\pi^2 d_1^2 d_2^2} \cos^{m_l}(\phi) \cos \alpha \cos \beta T_s(\psi) g(\psi) \cos \psi \delta(t - \frac{d_1 + d_2}{c}) \quad (2.23)$$

όπου ΔA η επιφάνεια της περιοχής ανάκλασης. [18]

2.2.3 Τελικό μοντέλο

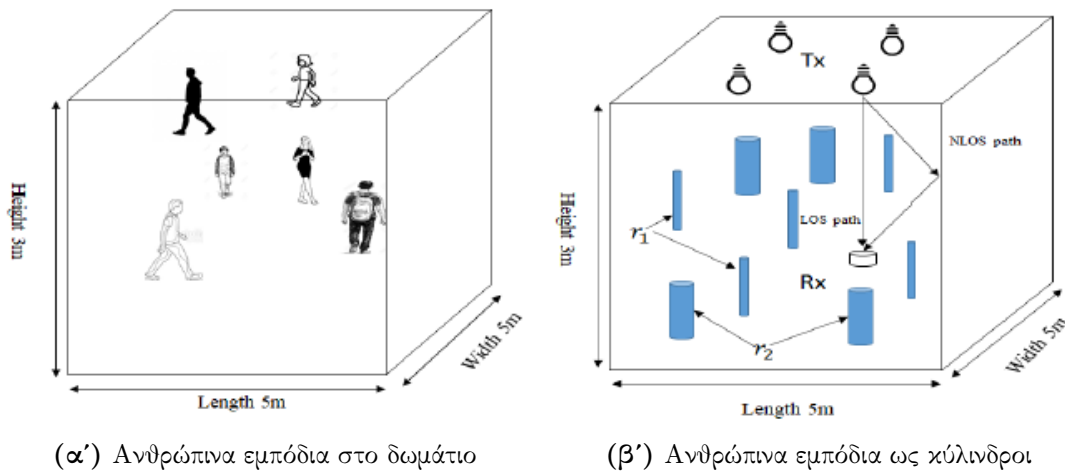
Συνοψίζοντας τα παραπάνω, για μια δεδομένη ισχύ μετάδοσης P_T , η συνολική λαμβανόμενη ισχύς για N_{LED} LED εκπομπής, λαμβάνοντας υπόψη την και τη σύνδεση LOS αλλά και τη NLOS, θα είναι [17]:

$$P_r = \sum_{i=1}^{N_{LED}} [P_T H_{los}(0) + \int_{walls} P_T dH_{ref}(0)] \quad (2.24)$$

Κεφάλαιο 3

Μαθηματικό Υπόβαθρο

Θεωρούμε ορθογώνια διαμόρφωση δωματίου $5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$. Το επίπεδο του δέκτη θεωρείται ότι βρίσκεται σε ύψος 0.85 m πάνω από το πάτωμα. Το επίπεδο χωρίζεται σε πλέγματα 25×25 για να καλύψει όλο το δωμάτιο. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, χρησιμοποιούμε τη διαδικασία MHCP και το μοντέλο RWP για να περιγράψουμε την κατανομή της θέσης των στατικών και των δυναμικών εμποδίων αντίστοιχα. Οι άνθρωποι-εμπόδια θεωρούμε ότι είναι κυλινδρικά σώματα ύψους h_B και ακρίνας r_B . Για να λάβουμε υπόψην διαφορετικά μεγέθη ανθρώπων θεωρούμε ότι τα εμπόδια μπορούν να έχουν ακτίνα r_1 ή r_2 όπου $r_1 < r_2$ όπως φαίνεται και στα ακόλουθα σχήματα [3].



(α') Ανθρώπινα εμπόδια στο δωμάτιο

(β') Ανθρώπινα εμπόδια ως κύλινδροι

Σχήμα 3.1: Μοντελοποίηση εμποδίων στο χώρο

Για να υπολογίσουμε τις θέσεις των στατικών εμποδίων στο χώρο, πρώτο βήμα είναι να βρούμε τις τυχαίες θέσεις των κέντρων των εμποδίων αυτών χρησιμοποιώντας τη ομοιογενή διαδικασία σημείων Πουασσόν και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τη διαδικασία MHCP να ορίσουμε μια κατάλληλη ελάχιστη απόσταση μεταξύ των εμποδίων έτσι ώστε να μην αλληλοκαλύπτονται (δύο άνθρωποι δεν είναι δυνατόν να αλληλοκαλύπτονται).

Για να υπολογίσουμε τις θέσεις των δυναμικών εμποδίων στο χώρο, πρώτο βήμα πάλι είναι να βρούμε τις τυχαίες θέσεις των κέντρων τους. Αυτή τη φορά η διαδικασία επιτυγχάνεται με τη χρήση του μοντέλου κινητικότητα τυχαίου σημείου διαδρομής (RWP) ώστε να πάρουμε μια εικόνα για την κατανομή των εμποδίων στο χώρο, και στη συνέχεια βρίσκουμε τις ζητούμενες

θέσεις χρησιμοποιώντας την ανομοιογενή διαδικασία σημείων Πουασσόν. Έπειτα, όπως και πριν, χρησιμοποιούμε τη διαδικασία MHCP ώστε να ορίσουμε μια κατάλληλη ελάχιστη απόσταση μεταξύ των εμποδίων.

Για να επιτευχθεί αυτό χρειαζόμαστε κάποιες βασικές μαθηματικές έννοιες οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

3.1 Διωνυμική διαδικασία σημείων

3.1.1 Εισαγωγή

Το πιο στοιχειώδες παράδειγμα διαδικασίας σημείου είναι αυτό που περιέχει μόνο ένα σημείο. Ένα τυχαίο σημείο x ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ένα συμπαγές σύνολο $W \subset \mathbb{R}^d$ είναι ένα τυχαίο σημείο τέτοιο ώστε

$$P(x \in A) = \frac{\nu_d(A)}{\nu_d(W)} \quad (3.1)$$

για κάθε σύνολο Μπορέλ (Borel) που περιέχεται στο W , όπου ν_d συμβολίζει τον όγκο. Επιπλέον, να αναφερθεί ότι σύνολο Borel είναι οποιοδήποτε σύνολο σε έναν τοπολογικό χώρο που μπορεί να σχηματιστεί από ανοιχτά σύνολα (ή, ισοδύναμα, κλειστά σύνολα) μέσω των πράξεων της ένωσης, τομής και του συμπληρώματος.

Η πρόοδος της σύγχρονης γεωμετρίας μπορεί σε κάποιο βαθμό να συνοψιστεί ως συστηματική αντικατάσταση ομοιόμορφα κατανεμημένων σημείων από πιο γενικά μοτίβα τυχαίων σημείων. Ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο σημείο είναι ένα κάπως ασήμαντο τυχαίο μοτίβο. Ωστόσο, n ανεξάρτητα ομοιόμορφα κατανεμημένα τυχαία σημεία μπορούν να σχηματίσουν ένα νέο, πιο ενδιαφέρον μοτίβο τυχαίων σημείων, μια διωνυμική διαδικασία n σημείων. Μια τέτοια διαδικασία σχηματίζεται από n ανεξάρτητα σημεία x_1, x_2, \dots, x_n ομοιόμορφα κατανεμημένα στο ίδιο συμπαγές σύνολο W . Από τον τύπο 3.1

$$P(x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n) = P(x_1 \in A_1) \cdot \dots \cdot P(x_n \in A_n) = \frac{\nu_d(A_1) \cdot \dots \cdot \nu_d(A_n)}{\nu_d(W)^n} \quad (3.2)$$

για Borel υποσύνολα A_1, \dots, A_n του W . Αυτό οδηγεί σε έναν ισοδύναμο ορισμό: Τα σημεία x_1, x_2, \dots, x_n σχηματίζουν μια διωνυμική διαδικασία σημείων στο W (για $W \subset \mathbb{R}^d$) αν το τυχαίο διάνυσμα (x_1, \dots, x_n) είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο W^n . Η εικόνα 3.2 δείχνει το αποτέλεσμα μιας προσομοίωσης διωνυμικής διαδικασίας σημείου στο $W = [0, 1]^2$ με $n = 100$ σημεία.

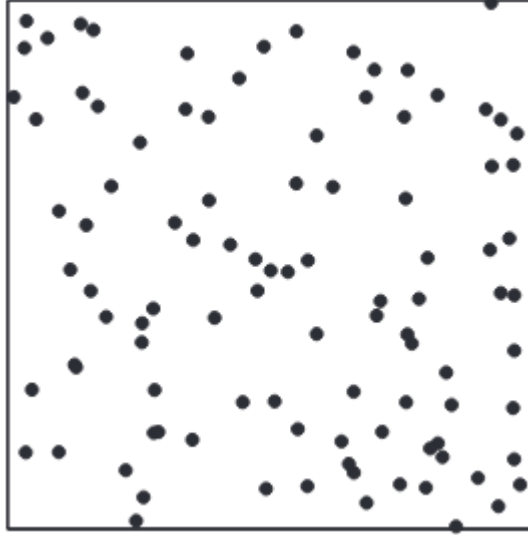
Εάν τα x_1, x_2, \dots, x_n σχηματίζουν μια διωνυμική διαδικασία σημείων στο W τότε το τυχαίο μοτίβο που αποτελείται από αυτά τα σημεία συμβολίζεται με $\Phi_{W(n)}$. Για τους περισσότερους σκοπούς η σειρά των σημείων είναι άσχετη και το $\Phi_{W(n)}$ μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τυχαίο σύνολο.

Μπορεί επίσης να θεωρηθεί έως τυχαίο μέτρο μέτρησης: Για σύνολο Borel A έστω ότι το $\Phi_{W(n)}(A)$ υποδηλώνει τον αριθμό των σημείων του $\Phi_{W(n)}$ που εμπίπτουν στο A . Έτσι

$$\Phi_{W(n)}(\emptyset) = 0, \Phi_{W(n)}(W) = n \quad (3.3)$$

και

$$\Phi_{W(n)}(A_1 \cup A_2) = \Phi_{W(n)}(A_1) + \Phi_{W(n)}(A_2) \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.2: Προσομοίωση μοτίβου 100 τυχαίων σημείων ομοιόμορφα κατανεμημένων σε ένα τετράγωνο

όταν τα A_1, A_2 είναι ασυμβίβαστα υποσύνολα του W . [19]

3.1.2 Βασικές ιδιότητες

Η διωνυμική διαδικασία σημείων $\Phi_{W^{(n)}}$ παίρνει το όνομά της από μια ιδιότητα κατανομής. Αν A είναι ένα Borel υποσύνολο του W τότε η $\Phi_{W^{(n)}}(A)$ έχει διωνυμική κατανομή με παράμετρους $n = \Phi_{W^{(n)}}(W)$ και $p = p(A) = \frac{\nu_d(A)}{\nu_d(W)}$. Εφόσον ο μέσος όρος της διωνυμικής κατανομής είναι np , ο μέσος αριθμός σημείων ανά μονάδα όγκου, ή η ένταση της διωνυμικής διαδικασίας σημείων, δίνεται από

$$\lambda = \frac{n}{\nu_d(W)} \quad (3.5)$$

και

$$E(\Phi_{W^{(n)}}(A)) = \lambda \nu_d(A) \quad \text{για κάθε σύνολο Borel } A \subset W. \quad (3.6)$$

Οι αριθμοί των σημείων σε διαφορετικά υποσύνολα του W δεν είναι ανεξάρτητοι ακόμη και αν τα υποσύνολα είναι ασυμβίβαστα μεταξύ τους. Αυτό είναι ξεκάθαρο αφού $\Phi_{W^{(n)}}(A) = m$ σημαίνει απαραίτητα ότι $\Phi_{W^{(n)}}(W \setminus A) = n - m$.

Η κατανομή της $\Phi_{W^{(n)}}$ ως διαδικασία σημείων χαρακτηρίζεται πλήρως από τις λεγόμενες κατανομές πεπερασμένων-διαστάσεων:

$$P(\Phi_{W^{(n)}}(A_1) = n_1, \dots, \Phi_{W^{(n)}}(A_k) = n_k) \quad \text{για } k = 1, 2, \dots \quad (3.7)$$

όπου A_1, \dots, A_k είναι ανθαίρετα σύνολα Borel και n_1, \dots, n_k είναι μη αρνητικοί ακέραιοι αριθμοί που ικανοποιούν τη σχέση $n_1 + \dots + n_k \leq n$.

Φυσικά η διωνυμική διαδικασία σημείων είναι απλή, δηλαδή όλα τα σημεία είναι απομονωμένα.

Ένα μαθηματικό θεώρημα λέει ότι η κατανομή μιας απλής διαδικασίας σημείων καθορίζεται από τις λεγόμενες κενές-πιθανότητες $v_k = P(\Phi_{W^{(n)}}(K) = 0)$, όπου K ένα ανθαίρετο συμπαγές υποσύνολο του W .

Οι κενές-πιθανότητες για τη διωνυμική διαδικασία σημείων δίνονται από

$$v_k = P(\Phi_{W(n)}(K) = 0) = \frac{(v_d(W) - v_d(K))^n}{v_d(W)^n}. \quad (3.8)$$

Όταν A_1, \dots, A_k είναι ασυμβίβαστα σύνολα Borel με $A_1 \cup \dots \cup A_k = W$ και $n_1 + \dots + n_k = n$, οι κατανομές πεπερασμένων-διαστάσεων δίνονται από τις πολυωνυμικές πιθανότητες

$$P(\Phi_{W(n)}(A_1) = n_1, \dots, \Phi_{W(n)}(A_k) = n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot \dots \cdot n_k!} \cdot \frac{v_d(A_1)^{n_1} \cdot \dots \cdot v_d(A_k)^{n_k}}{v_d(W)^n}. \quad (3.9)$$

Όπως σημειώθηκε παραπάνω, η $\Phi_{W(n)}(A)$ αποτελεί μια διωνυμική κατανομή με παράμετρους n και $p(A)$. Το γνωστό οριακό θεώρημα Πουασσόν αποδίδει ότι αν ο συνολικός αριθμός των σημείων n τείνει στο άπειρο και η δεύτερη παράμετρος $p(A)$ τείνει στο μηδέν με τέτοιο τρόπο ώστε το γινόμενο $\lambda \cdot v_d(A)$ να παραμένει σταθερό τότε η $\Phi_{W(n)}(A)$ είναι ασυμπτωτικά κατανομής Πουασσόν με μέση τιμή $\lambda \cdot v_d(A)$. Αυτό το όριο μπορεί να ληφθεί αν η περιοχή W μεγεθύνεται ώστε να συμπληρώσει όλο το \mathbb{R}^d ενώ το n επιτρέπεται να τείνει στο άπειρο. Αν ο λόγος $\frac{n}{v_d(W)}$ παραμένει σταθερός καθώς το n αυξάνεται και το W μεγεθύνεται, τότε το όριο Πουασσόν θα ισχύει για τη $\Phi_{W(n)}(A)$ για οποιοδήποτε πεπερασμένο σύνολο Borel A . Έτσι, εάν υπάρχει μια οριακή διαδικασία σημείου Φ τότε θα πρέπει να έχει την ιδιότητα:

$$\Phi(A) \text{ είναι Πουασσόν με μέση τιμή } \lambda \cdot v_d(A) \text{ για κάθε πεπερασμένο σύνολο Borel } A, \quad (3.10)$$

όπου $\Phi(A)$ είναι ο αριθμός των σημείων της Φ στο A . Από τη 3.9 συνεπάγεται ότι μια τέτοια οριακή διαδικασία θα πρέπει να είναι Άνεξάρτητη Διασκορπιστική:

$$\Phi(A_1), \dots, \Phi(A_k) \text{ είναι ανεξάρτητες αν } A_1, \dots, A_k \text{ είναι ασυμβίβαστα και φραγμένα σύνολα Borel.} \quad [19] \quad (3.11)$$

3.1.3 Προσομοίωση

Η προσομοίωση μιας διωνυμικής διαδικασίας σημείου προκύπτει εύκολα με υπέρθεση, όταν κανείς γνωρίζει πως να προσομοιώνει ένα τυχαίο σημείο ομοιόμορφα κατανεμημένο στην απαιτούμενη περιοχή. Η διωνυμική διαδικασία μπορεί να ληφθεί από n ανεξάρτητες επαναλήψεις προσομοίωσης τυχαίων σημείων.

Είναι εύκολο να προσομοιώσουμε ένα τυχαίο σημείο ομοιόμορφα κατανεμημένο στο $[0, 1]^2$. Αν $\{u_j\}$ είναι μια ακολουθία από ανεξάρτητους τυχαίους αριθμούς ομοιόμορφα κατανεμημένους στο $[0, 1]$ τότε τα σημεία

$$x_i = (u_{2i-1}, u_{2i}) \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.12)$$

σχηματίζουν μια ακολουθία από ανεξάρτητα τυχαία σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα στο $[0, 1]^2$. Η εικόνα 3.2 δείχνει ένα δείγμα 100 σημείων που λήφθηκαν με αυτόν τον τρόπο. Οι αριθμοί $\{u_j\}$ παρήχθησαν από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών.

Μια ακολουθία τυχαίων σημείων ομοιόμορφα κατανεμημένων στον υπερκύβο $[0, 1]^d$ παράγεται από

$$x_i = (u_{(i-1)d+1}, u_{id}) \quad \text{για } i = 1, 2, \dots \quad (3.13)$$

Μετατόπιση και αλλαγές κλίμακας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή ακολουθιών σημείων ομοιόμορφα κατανομημένων σε οποιοδήποτε σταθερό ορθογώνιο ή υπερκύβο.

Τέτοιες διαδικασίες προσομοίωσης καλύπτουν μεγάλο αριθμό περιπτώσεων στην πράξη, καθώς η διαδικασία διωνυμικού σημείου που πρόκειται να προσομοιωθεί, συχνά λαμβάνει χώρα σε ένα τετράγωνο ή κύβο. Η προσομοίωση ενός ομοιόμορφου τυχαίου σημείου σε μια γενικά φραγμένη περιοχή W αντιμετωπίζεται χρησιμοποιώντας μια από τις τρεις κύριες τεχνικές [19].

(α') *Δειγματοληψία απόρριψης.* Βρίσκεται ένα ορθογώνιο R που να περιέχει το W δηλαδή $W \subset R$ και μια ακολουθία ανεξάρτητων ομοιόμορφων τυχαίων σημείων προσομοιώνεται στο R έως ότου ένα σημείο πέσει πρώτα στο W . Αυτό το σημείο θα κατανοηθεί ομοιόμορφα στο W . Για να ληθεί μια διωνυμική διαδικασία σημείων όλη αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να πέσουν n σημεία στο W , και αυτά τα n σημεία αποτελούν το δείγμα για τη διωνυμική διαδικασία σημείων. Για να μεγιστοποιηθεί η απόδοση, το R θα πρέπει να επιλέγεται ώστε να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο. Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται στο σχήμα 3.3.

(β') *Προσέγγιση.* Η περιοχή W αντικαθίσταται από μια ασυμβίβαστη ένωση k ανοιχτών τετραγώνων που προσεγγίζει το W . Ένα τυχαίο σημείο που κατανέμεται ομοιόμορφα σε αυτήν την ένωση, προσομοιώνεται επιλέγοντας πρώτα ένα τετράγωνο με πιθανότητα ανάλογη με το εμβαδόν του και στη συνέχεια προσομοιώνοντας ένα τυχαίο σημείο ομοιόμορφα κατανομημένο σε αυτό το τετράγωνο.

Ακριβείς προσομοιώσεις για περίπλοκες περιοχές μπορούν να ληφθούν με συνδυασμό αυτής της τεχνικής με τη δειγματοληψία απόρριψης.

(γ') *Μετασχηματισμός συντεταγμένων.* Αν η περιοχή W παρουσιάζει κάποια συμμετρία τότε ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων μπορεί να είναι χρήσιμος. Για παράδειγμα, εάν W είναι ο μοναδιαίος κύκλος $B(o, 1)$ (κέντρο το $o(0, 0)$ και ακτίνα $r = 1$), τότε ένα ομοιόμορφα τυχαίο σημείο μπορεί να περιγραφεί σε πολικές συντεταγμένες ως

$$x = (r, \theta) \quad \text{για } r \in [0, 1] \text{ και } \theta \in (0, 2\pi]. \quad (3.14)$$

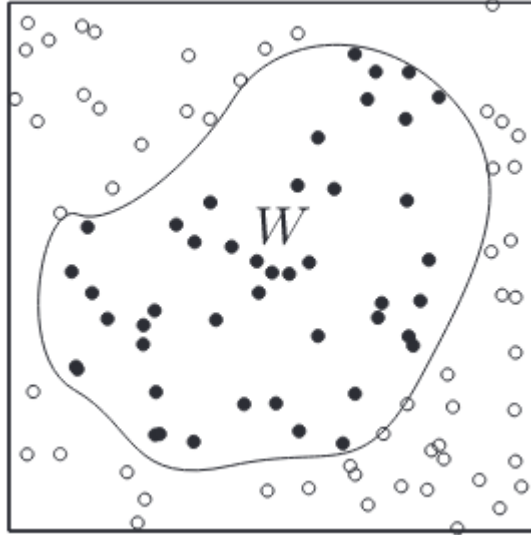
Οι τυχαίες μεταβλητές r και θ είναι ανεξάρτητες, με θ ομοιόμορφο στο $(0, 2\pi]$ και r που ικανοποιεί τη σχέση

$$P(r \leq t) = t^2 \quad \text{αν } 0 \leq t \leq 1. \quad (3.15)$$

Αν u_1 και u_2 είναι ανεξάρτητοι τυχαίοι αριθμοί ομοιόμορφοι στο $[0, 1]$ τότε οι τύποι

$$r = \sqrt{u_1} \quad \text{και} \quad \theta = 2\pi u_2 \quad (3.16)$$

παρέχουν μια μέθοδο προσομοίωσης $x = (r, \theta)$.



Σχήμα 3.3: Προσομοίωση 45 τυχαίων σημείων. Τα σημεία \bullet είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο σύνολο W . Τα σημεία \circ είναι αυτά της εικόνας 3.2 που είναι εκτός του W .

3.2 Η ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν

3.2.1 Γενικά

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ένα τυχαίο μοτίβο σημείων ή διαδικασία σημείων Φ μπορεί να θεωρηθεί είτε ως μια τυχαία ακολουθία (πιο αυστηρά τυχαίο σύνολο) $\Phi = \{x_1, x_2, \dots\}$ είτε αλλιώς ως τυχαίο μέτρο μέτρησης: για κάθε σύνολο Borel B το σύμβολο $\Phi(B)$ υποδηλώνει τον τυχαίο αριθμό σημείων της Φ που βρίσκονται στο σύνολο B . Ως τυχαίο σύνολο, το Φ μπορεί να τέμνεται με άλλα σύνολα: αν B είναι ένα σύνολο Borel τότε $B \cap \Phi$ είναι το τυχαίο σύνολο σημείων του Φ που ανήκουν επίσης στο B . Επειδή τα μοτίβα τυχαίνω σημείων που εξετάζονται είναι όλα τοπικά πεπερασμένα, το τυχαίο σύνολο Φ θα είναι πάντα κλειστό και το $B \cap \Phi$ θα είναι πεπερασμένο όταν το B είναι φραγμένο.

Μια ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν χαρακτηρίζεται από δύο θεμελιώδεις ιδιότητες, οι οποίες έχουν ήδη εμφανιστεί ως ασυμπτωματικές ιδιότητες στην ενότητα 3.1.2. Αυτές είναι:

1. *Πουασσόν κατανομή της μέτρησης σημείων.* Ο τυχαίος αριθμός σημείων Φ σε ένα φραγμένο σύνολο Borel B ακολουθεί Πουασσόν κατανομή μέσης τιμής $\lambda \cdot \nu_d(B)$ για κάποια σταθερά λ , δηλαδή,

$$P(\Phi(B) = m) = \frac{\mu^m}{m!} e^{-\mu} \quad \text{για } m = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.17)$$

όπου

$$\mu = \lambda \nu_d(B). \quad (3.18)$$

2. *Ανεξάρτητη διασκόρπηση.* Οι αριθμοί των σημείων της Φ σε k ασυμβίβαστα σύνολα Borel, σχηματίζουν k ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, για αυθαίρετο k .

Η ιδιότητα 2 είναι επίσης γνωστή ως 'έντελώς τυχαία' ή 'καθαρά τυχαία' ιδιότητα.

Ο αριθμός λ που εμφανίζεται στην ιδιότητα 1 είναι η χαρακτηριστική παράμετρος της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν. Δίνει το μέσο αριθμό σημείων ενός συνόλου με μοναδιαίο όγκο και ικανοποιεί τη σχέση

$$\lambda_{\nu_d}(B) = E(\Phi(B)) \quad \text{για κάθε φραγμένο σύνολο Borel } B. \quad (3.19)$$

Λέγεται ένταση ή πυκνότητα της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν Φ . Το ακόλουθο πάντα υποθέτει ότι το λ είναι θετικό και πεπερασμένο. Αν $\lambda = 0$ τότε η διαδικασία σημείων δεν έχει σημεία ενώ ένα άπειρο λ αντιστοιχεί σε παθολογική περίπτωση.

Έστω Φ μια ομοιογενή διαδικασία σημείων Πουασσόν έντασης λ . Από τις ιδιότητες 1 και 2, ολόκληρη η κατανομή της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν μπορεί να προσδιοριστεί όταν η ένταση λ είναι γνωστή. Παρακάτω συνοφίζονται κάποιες βασικές ιδιότητες της Φ . [19]

3.2.2 Βασικές ιδιότητες

- (α') *Κατανομές πεπερασμένων-διαστάσεων.* Μπορεί ναδειχτεί κατευθείαν από τις ιδιότητες 1 και 2 ότι αν B_1, \dots, B_k είναι ασυμβίβαστα και φραγμένα Borel σύνολα, τότε οι $\Phi(B_1), \dots, \Phi(B_k)$ είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές Πουασσόν με μέση τιμή $\lambda_{\nu_d}(B_1), \dots, \lambda_{\nu_d}(B_k)$ αντίστοιχα. Έτσι

$$P(\Phi(B_1) = n_1, \dots, \Phi(B_k) = n_k) = \frac{\lambda^{n_1 + \dots + n_k} (\lambda_{\nu_d}(B_1))_1^{n_1} \cdot \dots \cdot (\lambda_{\nu_d}(B_k))_k^{n_k}}{n_1! \cdot \dots \cdot n_k!} e^{-\sum_{i=1}^k \lambda_{\nu_d}(B_i)}. \quad (3.20)$$

Από αυτή τη σχέση οι πιθανότητες $P(\Phi(B_1) = n_1, \dots, \Phi(B_k) = n_k)$ μπορούν να υπολογιστούν για γενικά (πιθανώς επικαλυπτόμενα) B_1, \dots, B_k .

- (β') *Στατικότητα και ισοτροπία.* Για να είναι μια διαδικασία σημείων $\Phi = \{x_n\}$ στατική, η μετατοπισμένη διαδικασία $\Phi_x = \{x_n + x\}$ πρέπει να έχει την ίδια κατανομή για κάθε $x \in \mathbb{R}^d$. Μια διαδικασία σημείων είναι ισοτροπική αν το ίδιο ισχύει για όλες τις περιστραμμένες διαδικασίες $\mathbf{r}\Phi = \{\mathbf{r}x_n\}$ όπου \mathbf{r} είναι περιστροφή γύρω από την αρχή των αξόνων. Μια διαδικασία είναι αμετάβλητη στην κίνηση εάν διαθέτει αυτές τις δύο ιδιότητες. Η ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν Φ ορίζεται από τις ιδιότητες 1 και 2 παραπάνω και από τον προσδιορισμό της έντασης λ . Αυτές οι ιδιότητες και το χαρακτηριστικό λ είναι σαφώς αμετάβλητες κατά την περιστροφή και την μετατόπιση. Επομένως, η ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν Φ είναι στατική και ισοτροπική, δηλαδή αμετάβλητη στην κίνηση.

- (γ') *Κενές-πιθανότητες.* Οι κενές-πιθανότητες μιας διαδικασίας σημείων είναι οι πιθανότητες να μην υπάρχει σημείο της διαδικασίας σε δεδομένα σύνολα B :

$$v_B = P(\Phi(B) = 0). \quad (3.21)$$

Αν η Φ είναι ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν, τότε

$$v_B = e^{-\lambda_{\nu_d}(B)}. \quad (3.22)$$

- (δ') *Υπό συνθήκη διωνυμικές διαδικασίες σημείων.* Αν Φ είναι μια ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν τότε μπορεί κανείς να εξετάσει τον περιορισμό της Φ στο συμπαγές σύνολο W υπό την προϋπόθεση ότι $\Phi(W) = n$, δηλαδή, στο W να υπάρχουν ακριβώς n σημεία. Αυτός ο περιορισμός σχηματίζει μια πεπερασμένη διαδικασία σημείων, η οποία είναι διωνυμική διαδικασία σημείων στο W με n σημεία.

Αυτός ο ισχυρισμός μπορεί να αποδειχθεί δείχνοντας ότι οι κενές-πιθανότητες των δύο διαδικασιών συμπίπτουν. Αν K είναι ένα συμπαγές υποσύνολο του W τότε η κενή-πιθανότητα για το K της υπό συνθήκης ομογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν δίνεται από

$$\begin{aligned} P(\Phi(K) = 0 | \Phi(W) = n) &= \frac{P(\Phi(K), \Phi(W) = n)}{P(\Phi(W) = n)} \\ &= P(\Phi(W \setminus K) = n) \frac{P(\Phi(K) = 0)}{P(\Phi(W) = n)} = \frac{(v_d(W) - v_d(K))^n}{v_d(W)^n} \end{aligned}$$

μετά από αντικατάσταση και ακύρωση όρων. Αυτός ο τύπος συμπίπτει με τον τύπο 3.8 για την κενή-πιθανότητα της διωνυμικής διαδικασίας σημείων. Η γενική θεωρία των απλών διαδικασιών σημείων περιέχει ένα θεώρημα που βεβαιώνει την ισότητα των κατανομών των διαδικασιών σημείων εάν οι κενές-πιθανότητές τους είναι ίσες.

3.2.3 Χαρακτηριστικά της ομογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν

Ένα άλλο σύνολο ιδιοτήτων χαρακτηρίζει επίσης τη διαδικασία Πουασσόν και θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, καθώς παρέχει συχνά μια εκ πρώτης όψεως περίπτωση για την υπόθεση ότι ένα εμπειρικό μοτίβο σημείων είναι μια υλοποίηση ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν. Αυτός ο χαρακτηρισμός βεβαιώνει ότι μια διαδικασία πρέπει να είναι ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν αν ικανοποιούνται οι ακόλουθες τρεις ιδιότητες:

- (i) *Απλότητα*. Δε συμπίπτουν δύο σημεία, έτσι ώστε η διαδικασία να είναι μια απλή διαδικασία σημείων. Δηλαδή, δεν υπάρχουν πολλαπλά σημεία.
- (ii) *Στατικότητα*. Έχει οριστεί στην παράγραφο 3.2.2.
- (iii) *Ανεξάρτητη διασκόρπηση*. Είναι η ιδιότητα 2.

Στη στοχαστική γεωμετρία η ιδιότητα της απλότητας ισχύει γενικά εξ ορισμού. Συνήθως είναι φανερό από τη φύση της εξεταζόμενης διαδικασίας σημείων εάν είναι απλή ή όχι.

Η υπόθεση της στατικότητας έχει μεγαλύτερη σημασία. Υπονοεί ότι οι στατιστικές ιδιότητες της διαδικασίας σημείων δεν εξαρτώνται από τη θέση του παρατηρητή. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ορισμένες πτυχές της σταθερότητας ή της ομοιογένειας μπορούν να ελεγχθούν στατιστικά, αλλά συχνά πρέπει να θεωρηθούν προσωρινά προκειμένου να σημειωθεί πρόοδος στην ανάλυση του μοτίβου σημείων.

Η πιο σημαντική υπόθεση είναι αυτή της ανεξάρτητης διασκόρπησης. Στην πραγματικότητα υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των σημείων της διαδικασίας. Μπορεί να ελεγχθεί στατιστικά. Σε ορισμένες περιπτώσεις, προτείνεται από βασικές βιολογικές ή φυσικές θεωρίες. Εύλογη ή όχι, παρέχει συχνά το σημείο εκκίνησης για στατιστική ανάλυση, έστω και μόνο ως μηδενική υπόθεση. [19]

3.3 Η ανομοιογενής και γενική διαδικασία σημείων Πουασσόν

Η ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν έχει σταθερή σημειακή ένταση λ και μέτρο έντασης που είναι ανάλογο του όγκου του συνόλου που εξετάζουμε. Ο μέσος αριθμός σημείων ανά μονάδα

όγκου δε μεταβάλλεται στο χώρο. Ωστόσο, πολλά μοτίβα σημείων που προκύπτουν σε εφαρμογές παρουσιάζουν διακυμάνσεις που καθιστούν απίθανη μια τέτοια έλλειψη χωρικής διακύμανσης. Για παράδειγμα, μπορεί να εμφανίζονται μια τάση να αυξάνονται σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, όπως μπορεί να παρατηρηθεί στην περίπτωση του μοντέλου κινητικότητας τυχαίου σημείου διαδρομής RWP, όπου οι χρήστες έχουν την τάση να απομακρύνονται από τους τοίχους και να κατευθύνονται προς το κέντρο του δωματίου. Έτσι ο μέσος αριθμός χρηστών ανά μονάδα όγκου μπορεί να μειωθεί ή να αυξηθεί αντίστοιχα. Η εικόνα 3.4 δείχνει ένα μοτίβο σημείων που εμφανίζει σαφώς μια τέτοια κατευθυντική εξάρτηση.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι λογικό να εξετάσουμε ένα μοντέλο διαδικασίας σημείων με συνάρτηση έντασης $\lambda(x)$. Έχει μια ελκυστική και διαισθητικά απειροελάχιστη ερμηνεία. Το $\lambda(x)dx$ είναι η απειροελάχιστη πιθανότητα να υπάρχει ένα σημείο της Φ σε μια περιοχή απειροελάχιστου όγκου dx που βρίσκεται στο x . Το αντίστοιχο μέτρο έντασης Λ δίνεται από

$$\Lambda(B) = \int_B \lambda(x)dx \quad \text{για σύνολα Borel } B. \quad (3.23)$$

Ακόμη, μια περαιτέρω γενίκευση είναι δυνατή. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει μια διάχυτη Ραντόν (Radon) μετρική Λ στον \mathbb{R}^d . Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή μιας γενικευμένης διαδικασίας σημείων Πουασσόν Φ με μέτρο έντασης Λ ως διαδικασία σημείων που έχει τις δύο ακόλουθες ιδιότητες:

1. *Πουασσόν κατανομή της μέτρησης σημείων:* ο αριθμός σημείων σε ένα φραγμένο σύνολο Borel ακολουθεί Πουασσόν κατανομή μέσης τιμής $\Lambda(B)$, δηλαδή,

$$P(\Phi(B) = n) = \frac{\Lambda(B)^n}{n!} e^{-\Lambda} \quad \text{για } n = 1, 2, \dots \quad (3.24)$$

2. *Ανεξάρτητος διασκορπισμός.* Οι αριθμοί των σημείων της Φ σε k ασυμβίβαστα σύνολα Borel, σχηματίζουν k ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, για αυθαίρετο k .

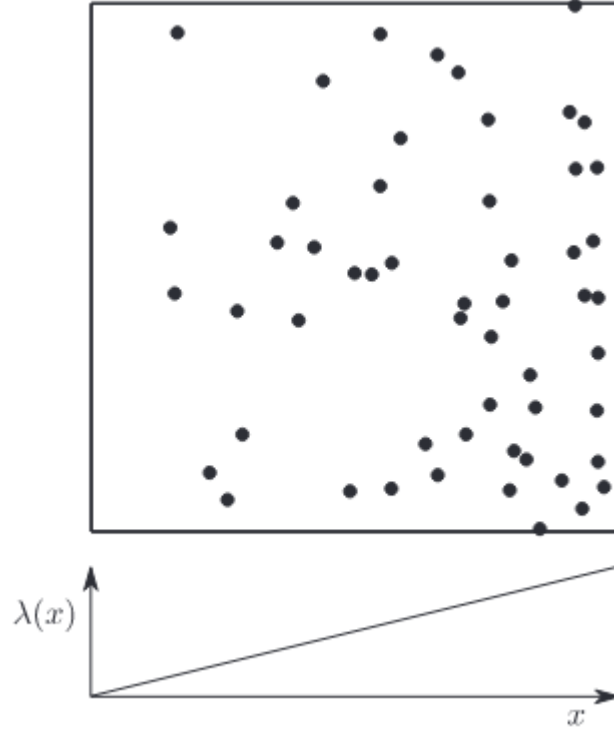
Είναι φανερό από την ιδιότητα 2 ότι μια τέτοια διαδικασία Φ δεν είναι γενικά στατική. Χωρίς την υπόθεση ότι η Λ είναι διάχυτη, η διαδικασία θα μπορούσε να έχει πολλαπλά σημεία στις θέσεις των ατόμων.

Η μετρική Λ ονομάζεται *μέτρο έντασης* της Φ και αντιστοιχεί στο μέτρο έντασης που παρουσιάστηκε προηγουμένως για την ομοιογενή διαδικασία σημείων Πουασσόν. Μια διαδικασία σημείων που διαθέτει συνάρτηση έντασης ονομάζεται *ανομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν*. Για παράδειγμα, μια τέτοια συνάρτηση δεν υπάρχει όταν τα σημεία είναι τυχαία διασκορπισμένα σε ένα ντετερμινιστικό σύστημα γραμμών. [19]

3.4 Προσομοίωση διαδικασίας σημείων Πουασσόν

3.4.1 Προσομοίωση ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν

Το σημείο εκκίνησης για την προσομοίωση μιας ομοιογενούς διαδικασίας Πουασσόν είναι η ιδιότητα (δ') της παραγράφου 3.2.2: ο περιορισμός του συνολικού αριθμού των σημείων σε ένα συμπαγές σύνολο παράγει μια διωνυμική διαδικασία σημείων. Έτσι, η προσομοίωση μιας ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν σε μια συμπαγή περιοχή W εμπίπτει σε δύο στάδια. Πρώτα ο αριθμός των



Σχήμα 3.4: Ένα προσομοιωμένο δείγμα μιας διαδικασίας Πουασσόν που έχει γραμμικά αυξανόμενη συνάρτηση έντασης $\lambda(x)$.

σημείων στο W προσδιορίζεται προσομοιώνοντας μια τυχαία μεταβλητή Πουασσόν και στη συνέχεια οι θέσεις των σημείων στο W προσδιορίζονται με την προσομοίωση μιας διωνυμικής διαδικασίας σημείων στο W με αυτόν τον αριθμό σημείων. Το δεύτερο στάδιο έχει ήδη καλυφθεί στην παράγραφο 3.1.3. Για το πρώτο στάδιο υπάρχουν διάφορες δυνατότητες για την προσομοίωση μιας τυχαίας μεταβλητής Πουασσόν. Δύο από αυτά περιγράφονται τώρα. Ποια από τις δύο μεθόδους είναι κατάλληλη για την προσομοίωση μιας τυχαίας μεταβλητής Πουασσόν εξαρτάται από τη μέση τιμή της $\mu = \lambda v_d(W)$.

Για μικρό μ η συνήθης μέθοδος είναι η προσομοίωση μιας γραμμικής διαδικασίας Πουασσόν, εκμεταλλευόμενη του γεγονότος ότι οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων της είναι ανεξάρτητες εκθετικές τυχαίες μεταβλητές. Τυχαίες μεταβλητές e_i δημιουργούνται έτσι ώστε να είναι ανεξάρτητες με μέση τιμή 1. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη μέθοδο του μετασχηματισμού: Εάν η μεταβλητή u_i είναι ομοιόμορφη στο $[0, 1]$ τότε η μεταβλητή $e_i = -\ln(u_i)$ είναι όπως απαιτείται. Η επιθυμητή τυχαία μεταβλητή Πουασσόν είναι το μικρότερο n για το οποίο

$$\sum_{i=1}^{n+1} e_i > \mu. \quad (3.25)$$

Δεδομένου ότι η πρόσθεση λογαρίθμων ισοδυναμεί με πολλαπλασιασμό, η μεταβλητή Πουασσόν μπορεί επίσης να προσδιοριστεί ως το μικρότερο n που ικανοποιεί

$$\prod_{i=1}^{n+1} u_i < e^{-\mu}. \quad (3.26)$$

Ένα πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η ευελιξία της. Είναι μια κατάλληλη μέθοδος για την κάλυψη διαδοχικών απαιτήσεων για τη δημιουργία τυχαίων μεταβλητών Πουασσόν διαφορετικών (μικρών) μέσων τιμών.

Στην περίπτωση που το μ είναι μεγάλο, μπορεί να αξιοποιηθεί το θεώρημα του κεντρικού ορίου. Το θεώρημα αυτό λέει ότι για μεγάλο μ , μια τυχαία μεταβλητή Πουασσόν με μέση τιμή μ προσεγγίζει μια κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και διακύμανση μ . Αυτή η ισότητα οφείλεται στο γεγονός ότι η μέση τιμή και η διακύμανση μιας Πουασσόν κατανομής, συμπίπτουν. Έτσι, ένας τυχαίος αριθμός με βάση την κανονική κατανομή μπορεί να δημιουργηθεί με γνωστές μεθόδους και στη συνέχεια να στρογγυλοποιηθεί σε έναν ακέραιο. [19]

3.4.2 Προσομοίωση ανομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν

Για την προσομοίωση ενός δείγματος μιας ανομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν με συνάρτηση έντασης $\lambda(x)$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια διαδικασία αραίωσης. Η διαδικασία, η οποία υποθέτει ότι η συνάρτηση έντασης οριοθετείται από πάνω από έναν αριθμό λ^* , εμπίπτει σε δύο στάδια. Αρχικά, μια ομοιογενής διαδικασία σημείων Πουασσόν έντασης λ^* προσομοιώνεται όπως παραπάνω. Στη συνέχεια, το μοτίβο σημείων που προκύπτει αραιώνεται διαγράφοντας κάθε σημείο x ανεξάρτητα από τα άλλα με πιθανότητα $1 - \lambda(x)/\lambda^*$. Αν τα σημεία της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν είναι $\{x_1, x_2, \dots\}$ τότε η αραίωση μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια μιας ανεξάρτητης ακολουθίας u_1, u_2, \dots τυχαίων αριθμών ομοιόμορφα κατανεμημένων στο $[0, 1]$. Το σημείο x_k διαγράφεται αν $u_k > \lambda(x)/\lambda^*$. Έτσι το μοτίβο σημείων που σχηματίζουν τα μη διαγραφμένα σημεία αποτελεί ένα δείγμα μιας ανομοιογενούς διαδικασίας σημείων Πουασσόν με συνάρτηση έντασης $\lambda(x)$. [19]

3.5 Τυχαία μοτίβα μη επικαλυπτόμενων εμποδίων

Στο βασικό έργο του, ο Matérn εισήγαγε δύο διαδικασίες σημείων με μια σταθερή ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σημείων. Αυτές οι διαδικασίες επιτυγχάνονται σε δύο βήματα. Πρώτα παράγεται μια σταθερή διαδικασία σημείων Πουασσόν. Στη συνέχεια, το μοτίβο σημείων αραιώνεται έτσι ώστε κανένα σημείο να μην είναι πιο κοντά από τη σταθερή ελάχιστη απόσταση D . Για να ληφθεί το πρώτο μοντέλο, κάθε σημείο που απέχει από το πλησιέστερο γειτονικό του σημείο απόσταση μικρότερη από D , αποκλείεται από τη διαδικασία σημείων. Στο δεύτερο μοντέλο, βάρη αναθέτονται ανεξάρτητα στα σημεία σύμφωνα με μια ομοιόμορφη κατανομή στο $(0, 1)$. Ένα σημείο διατηρείται εάν δεν υπάρχει σημείο με μεγαλύτερο βάρος σε απόσταση $\leq D$. Θεωρώντας τα υπόλοιπα σημεία της διαδικασίας σημείων ως κέντρα κύκλων με διάμετρο ίση με την ελάχιστη διασημειακή απόσταση D , μπορούμε να ερμηνεύσουμε τα δύο μοντέλα του Matérn ως μοντέλα για τυχαία μοτίβα μη επικαλυπτόμενων κύκλων με σταθερή ακτίνα.

Εμάς μας ενδιαφέρει να προσομοιώσουμε τους ανθρώπους ως κύλινδρους που δεν επικαλύπτονται μεταξύ τους. Για να το πετύχουμε αυτό αρκεί στο επίπεδο (2D) οι κύκλοι, που είναι ουσιαστικά η προβολή των κυλίνδρων αυτών στο επίπεδο, να μην αλληλοκαλύπτονται μεταξύ τους. Επομένως αρκεί να εφαρμόσουμε τη διαδικασία σημείων που αναφέρθηκε παραπάνω στο δισδιάστατο χώρο. Επειδή επιπλέον θέλουμε το πείραμα να είναι τυχαίο, επιλέγουμε να χρησιμοποιούμε το δεύτερο

μοντέλο του Matérn έτσι ώστε όταν δύο άνθρωποι αλληλοκαλήπτονται, να παραμένει μόνο ένας από τους δύο τυχαία. [20]

3.5.1 Εισαγωγή

Μια διαδικασία από d -διαστάσεων σφαίρες στον Ευκλείδιο d -χώρο \mathbb{R}^d θεωρείται ως σημαδεμένη διαδικασία σημείων, με την ακτίνα μιας σφαίρας με κέντρο κάποιο σημείο της διαδικασίας αυτής ως το σημάδι του σημείου αυτού. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, θα εξετάσουμε τις σημαδεμένες διαδικασίες σημείων που κατασκευάστηκαν σε δύο βήματα.

Στο πρώτο βήμα δημιουργούμε μια διαδικασία σημείων Πουασσόν με σταθερή ένταση λ στο \mathbb{R}^d , και για κάθε σημείο αυτής της διαδικασίας σημείων δημιουργούμε πανομοιότητα κατανομημένες ακτίνες με προτεινόμενη συνάρτηση κατανομής F_{pr} . Οι ακτίνες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και από τη διαδικασία σημείων. Τη σημαδεμένη αυτή διαδικασία Πουασσόν τη συμβολίζουμε με Ψ . Ένα σημείο της σημαδεμένης διαδικασίας σημείων στο \mathbb{R}^d συμβολίζεται με $[x; r]$, όπου $x \in \mathbb{R}^d$ είναι η θέση του σημείου και r είναι το σημάδι, στην περίπτωση μας η ακτίνα $r \in \mathbb{R}^+$ που αντιστοιχεί στο σημείο.

Στο δεύτερο βήμα αραιώνουμε τη σημαδεμένη διαδικασία σημείων αφήνοντας όλα τα ζεύγη σημείων των οποίων οι συσχετισμένες σφαίρες τέμνονται να "ανταγωνιστούν". Ένα σημείο διατηρείται εάν έχει υψηλότερο βάρος σε όλες τις συγκρίσεις κατά ζεύγη, όπου τα βάρη αναθέτονται στα σημεία ακολουθώντας την καθολική ανάθεση βαρών: Τα βάρη αναθέτονται μια φορά σε όλα τα σημεία και οι αναθέσεις σε διαφορετικά σημεία είναι ανεξάρτητες. Αυτά τα βάρη χρησιμοποιούνται στη συνέχεια σε όλες τις συγκρίσεις.

Για την παρακάτω ανάλυση, χρησιμοποιούμε τους ακόλουθους συμβολισμούς. Έστω l_d είναι το d -διάστατο μέτρο Lebesgue και o η αρχή των αξόνων. Επιπλέον, έστω $B_d(z, r) = \{x \in \mathbb{R}^d : |z - x| \leq r\}$ συμβολίζει τη d -διάστατη σφαίρα κέντρου z με ακτίνα r , και έστω $\kappa_d = l_d(B_d(o, 1))$ ο όγκος της μοναδιαίας σφαίρας στον \mathbb{R}^d . Τότε $r^d \kappa_d$ είναι ο όγκος της $B_d(z, r)$. Τέλος, για αυθαίρετη συνάρτηση κατανομής F μιας τυχαίας μεταβλητής X ορίζουμε $\bar{F}(x) = 1 - F(x - 0) = P(X \geq x)$. [20]

3.5.2 Πιθανότητες αραιώσης

Θεώρημα 3.5.2.1. Χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς που εισήχθησαν παραπάνω, η πιθανότητα διατήρησης στην περίπτωση της καθολικής αραιώσης (καθολική ανάθεση βαρών) είναι

$$\begin{aligned} g_G(r) &= \int_0^\infty e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty \bar{F}_{W|y}(w)(r+y)^d F_{pr}(dy)} F_{W|r}(dw) \\ &= E[e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty \bar{F}_{W|y}(W_1(r))(r+y)^d F_{pr}(dy)}] \end{aligned}$$

όπου $W_1(r)$ έχει συνάρτηση κατανομής $F_{W|r}$.

Απόδειξη. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, είναι αρκετό να εξετάσουμε την περίπτωση που το τυπικό σημείο είναι το $[o; r]$, δηλαδή ένα σημείο στην αρχή των αξόνων με ακτίνα r . Ένα σημείο "κερδίζει" το $[o; r]$ αν η σχετική του σφαίρα τέμνει την $B_d(o, r)$ και έχει βάρος που είναι ίσο ή μεγαλύτερο του βάρους του $[o; r]$. Έτσι το σημείο $[o; r]$ διατηρείται αν κανένα άλλο σημείο της Ψ δεν το κερδίζει.

Έστω Ψ μια ανομοιογενή διαδικασία Πουασσόν στον $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ με μέτρο έντασης $\lambda dx F_{pr}(dy) F_{W|y}(dz)$, έτσι ώστε οι τελευταίες συντεταγμένες των σημείων να αντιπροσωπεύουν τα βάρη.

Επειδή μια σφαίρα με ακτίνα y τέμνει την $B_d(o, r)$ αν το κέντρο της ανήκει στο σύνολο

$$\{x \in \mathbb{R}^d : B_d(o, r) \cap B_d(x, y) \neq \emptyset\} = B_d(o, r + y), \quad (3.27)$$

που έχει όγκο

$$l_d(B_d(o, r + y)) = \kappa_d(r + y)^d, \quad (3.28)$$

τα σημεία της Ψ που κερδίζουν το $[o; r; w]$ σχηματίζουν μια ανομοιογενή διαδικασία Πουασσόν στον $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ με μέτρο έντασης

$$\lambda 1\{w \leq z\} 1\{x \in B_d(o, r + y)\} dx F_{pr}(dy) F_{W|y}(dz). \quad (3.29)$$

Ο συνολικός αριθμός των σημείων αυτής της διαδικασίας ακολουθεί κατανομή Πουασσόν με μέση τιμή

$$\lambda \int_0^\infty \int_{B_d(o, r+y)} \int_w^\infty F_{W|y}(dz) dx F_{pr}(dy) = \lambda \kappa_d \int_0^\infty \bar{F}_{W|y}(w)(r+y)^d F_{pr}(dy). \quad (3.30)$$

Έτσι, η πιθανότητα ενός τυπικού σημείο στην αρχή των αξόνων με ακτίνα r και βάρος w να διατηρηθεί είναι

$$e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty \bar{F}_{W|y}(w)(r+y)^d F_{pr}(dy)}, \quad (3.31)$$

και η απόδειξη ολοκληρώνεται ολοκληρώνοντας κατά w . \square

Πόρισμα 3.5.2.1. Αν η συνάρτηση κατανομής των βαρών $F_{W|r}$ είναι συνεχής και δεν εξαρτάται από την ακτίνα r , τότε

$$g_G(r) = \frac{1 - e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)}}{\lambda \kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)}. \quad (3.32)$$

Απόδειξη. Επειδή η συνάρτηση κατανομής των βαρών δεν εξαρτάται από την ακτίνα θα έχουμε $F_{W|r} = F_{W|y} = F_W$. Έτσι, έστω

$$A = \lambda \kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy). \quad (3.33)$$

Τότε λαμβάνοντας υπόψη τις ακόλουθες σχέσεις

$$(i) \quad \bar{F} = 1 - F,$$

$$(ii) \quad \frac{dF_W}{dw} = f_W \text{ όπου } f_W \text{ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των βαρών } w,$$

$$(iii) \quad F_w(dw) = f_W dw,$$

προκύπτει

$$g_G(r) = \int_0^\infty e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty \bar{F}_{W|y}(w)(r+y)^d F_{pr}(dy)} F_{W|r}(dw) = \int_0^\infty e^{-(1-F_W(w)A)} f_W(w) dw. \quad (3.34)$$

Επομένως κάνοντας την αλλαγή μεταβλητής $u = F_W$ τότε λαμβάνοντας υπόψη ότι $F_W(0) = 0$, $F_W(\infty) = 1$ και $du = \frac{dF_W}{dw} dw = f_W dw$

$$g_G(r) = \int_0^1 e^{-(1-u)A} du = \int_0^1 \frac{e^{-(1-u)A}/A}{du} du = \frac{e^{-(1-u)A}}{A} \Big|_0^1 = \frac{1 - e^{-A}}{A} \quad (3.35)$$

και με αντικατάσταση του A προκύπτει το ζητούμενο. [20] □

3.5.3 Ένταση της διαδικασίας σημείων μετά την αραίωση

Από τον ορισμού του $g(r)$, είναι φανερό ότι $\int_0^\infty g(r) F_{pr}(dr)$ είναι η πιθανότητα διατήρησης ενός τυχαία επιλεγμένου σημείου της αρχικής διαδικασίας σημείων. Επειδή η αρχική διαδικασία σημείων είναι Πουασσόν, προκύπτει το ακόλουθο θεώρημα. [20]

Θεώρημα 3.5.3.1. Η ένταση μιας αραιωμένης διαδικασίας σημείων δίνεται από

$$\lambda_{th} = \lambda \int_0^\infty g(r) F_{pr}(dr). \quad (3.36)$$

Παρατηρούμε ότι $\lambda_{th} \leq \lambda$ και έτσι $\lambda_{th} \rightarrow 0$ όταν $\lambda \rightarrow 0$. Επιπλέον, αν τα βάρη είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές, ανεξάρτητες μεταξύ τους και από την ακτίνα τότε με βάση το παραπάνω πόρισμα

$$\begin{aligned} \lambda_{th} &= \int_0^\infty \frac{1 - e^{-\lambda \kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)}}{\kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)} F_{pr}(dr) \\ &\rightarrow \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)} F_{pr}(dr) = const \end{aligned}$$

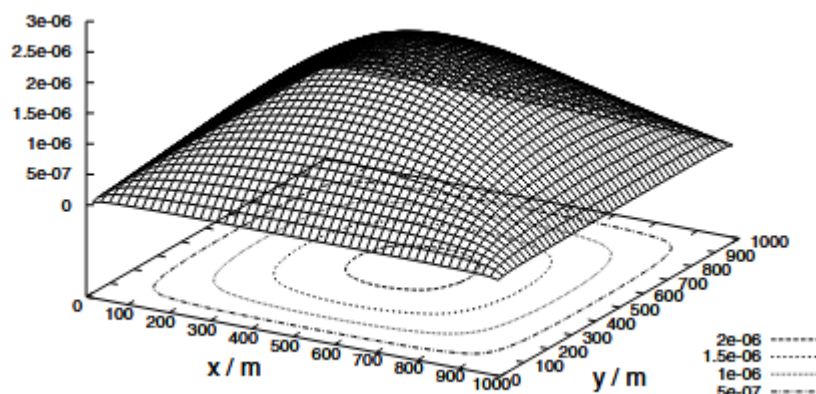
όταν $\lambda \rightarrow \infty$ αν η d -η στιγμή της F_{pr} υπάρχει. Διαφορετικά εάν η d -η στιγμή της F_{pr} δεν υπάρχει τότε $g_G(r) = 0$ και η αραιωμένη διαδικασία εξαφανίζεται.

3.6 Μοντέλο κινητικότητας τυχαίας διαδρομής

Ένα πολύ δημοφιλές και συχνά χρησιμοποιούμενο μοντέλο κινητικότητας είναι το μοντέλο κινητικότητας τυχαίου σημείου διαδρομής (Random Waypoint Model - RWP) το οποίο από δω και στο εξής θα το αναφέρουμε με τη συντομογραφία RWP. Το RWP είναι ένα απλό στοχαστικό μοντέλο που περιγράφει τη συμπεριφορά κίνησης ενός κόμβου ασύρματου δικτύου σε μια διδιάστατη περιοχή συστήματος ως εξής: ένας κόμβος (άνθρωπος) επιλέγει τυχαία ένα σημείο προορισμού στην περιοχή και κινείται με σταθερή ταχύτητα στο σημείο αυτό. Στη συνέχεια, αφού περιμένει ένα ορισμένο χρόνο παύσης, επιλέγει ένα νέο προορισμό, μετακινείται σε αυτόν τον προορισμό και ούτω καθεξής. [21]

3.6.1 Μελέτη κατανομής ανθρώπων βάσει προσομοίωσης

Για να αξιολογήσουμε τη χωρική κατανομή των κινητών ανθρώπων που κινούνται σύμφωνα με το RWP, εκτελούμε την ακόλουθη προσομοίωση: Ένας άνθρωπος τοποθετείται τυχαία σε μια περιοχή συστήματος $1000 \times 1000 \text{ m}^2$. Μια ομοιόμορφη γεννήτρια τυχαίων αριθμών επιλέγει τις συντεταγμένες (x, y) ενός σημείου προορισμού. Ο άνθρωπος κινείται με σταθερή ταχύτητα v στον προορισμό, επιλέγει τυχαία έναν νέο προορισμό (ομοιόμορφα) κ.ο.κ. Ο χρόνος που χρειάζεται ο άνθρωπος για να μετακινηθεί από μια αρχική θέση στον επόμενο προορισμό ονομάζεται εποχή κίνησης. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μηδενίζουμε το χρόνο παύσης στο σημείου προορισμού.



Σχήμα 3.5: Τετράγωνη περιοχή προσομοίωσης του μοντέλου RWP

Καθώς ο άνθρωπος κινείται κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, ανιχνεύουμε την τρέχουσα θέση του. Για να το κάνουμε αυτό, χωρίζουμε την περιοχή του συστήματος σε τετράγωνα κελιά μεγέθους $20 \times 20 \text{ m}^2$. Κάθε κελί αναπαριστάται σε ένα διδιάστατο 50×50 ιστόγραμμα $h(\xi, \psi; t)$, με $\xi, \psi \in \{0, 1, \dots, 49\}$ και χρόνο προσομοίωσης t . Για κάθε εποχή κίνησης, η διάρκεια του χρόνου παραμονής του ανθρώπου σε ένα συγκεκριμένο κελί (ο "χρόνος παραμονής") προστίθεται στο αντίστοιχο πεδίο στο ιστόγραμμα. Δεδομένου ότι ο άνθρωπος κινείται με σταθερή ταχύτητα, ο χρόνος παραμονής είναι ευθέως ανάλογος με την απόσταση που καλύπτει ο άνθρωπος σε αυτό το κελί. Η προσομοίωση τελειώνει μετά από $20 \cdot 10^6$ εποχές κίνησης, γεγονός που αποδίδει ένα αποδεκτό διάστημα εμπιστοσύνης των αποτελεσμάτων. Τέλος, το ιστόγραμμα κανονικοποιείται με το συνολικό χρόνο κίνησης και το μέγεθος των κελιών, έτσι ώστε ο όγκος του να είναι 1. Η εικόνα 3.5 δείχνει την εξαγόμενη κανονικοποιημένη κατανομή $\bar{h}(x, y)$ και τις τιμές περιγράμματος για ορισμένες τιμές εμφάνισης. Μετά την εξάλειψη των παροδικών επιπτώσεων στην αρχή της προσομοίωσης, η κατανομή παραμένει σταθερή για μεγάλους χρόνους προσομοίωσης. Κάνουμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις:

Η κατανομή έχει μια κορυφή στο κέντρο της περιοχής, δηλαδή, ένας άνθρωπος είναι πιο πιθανό να βρεθεί στα κεντρικά κελιά της περιοχής προσομοίωσης $(x, y \in [480\text{m}, 520\text{m}])$. Η πιθανότητα να βρίσκεται ένας άνθρωπος στα άκρα της περιοχής μηδενίζεται. Επιπλέον, η κατανομή είναι συμμετρική και στις τέσσερις κατευθύνσεις των αξόνων από το κέντρο.

Ο λόγος για αυτήν την ανομοιογενή κατανομή είναι προφανής: Για να οριστεί η κατεύθυνση ενός ανθρώπου, το μοντέλο τυχαίου σημείου διαδρομής επιλέγει έναν ομοιόμορφα κατανομημένο σημείο προορισμού (x_d, y_d) , αντί για μια ομοιόμορφα κατανομημένη γωνία $\phi \in [0, 2\pi]$. Επομένως, οι άνθρωποι που βρίσκονται στα άκρα της περιοχής προσομοίωσης είναι πολύ πιθανόν να μετα-

κινηθούν πίσω προς το μέσο της περιοχής. Για παράδειγμα, ένας άνθρωπος που βρίσκεται στο $(x, y) = (100m, 100m)$ επιλέγει με πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα ένα νέο σημείο προορισμού προς την κατεύθυνση $\phi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ παρά ένα σημείο προς την άκρη/γωνία, δηλαδή, $\phi \in [\frac{\pi}{2}, 2\pi]$. Έτσι, πιθανότατα επιλέγει ένα σημείο προορισμού που απαιτεί από τον άνθρωπο να περάσει από τη μέση της περιοχής προσομοίωσης.

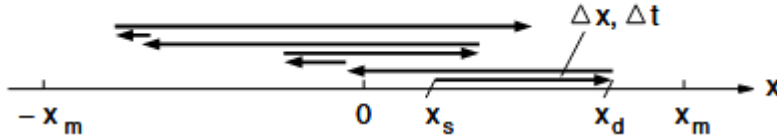
Ας δούμε την εσωτερική γραμμή περιγράμματος του σχήματος 3.5. Το σχήμα του μπορεί να προσεγγιστεί με κύκλο ακτίνας $130m$ από τη μέση της περιοχής. Από την γραμμή της τιμής περιγράμματος ($2 \cdot 10^{-6}$) μπορούμε να δηλώσουμε ότι ένας άνθρωπος βρίσκεται περισσότερο από $2 \cdot 10^{-6} \cdot 130^2\pi = 11\%$ του χρόνου προσομοίωσής του εντός του δίσκου, ενώ ο δίσκος καλύπτει μόνο περίπου το 5% της περιοχής προσομοίωσης.

Με βάση τα παραπάνω επιβεβαιώνουμε ότι το μοντέλο RWP μπορεί να αντικατοπτρίσει αρκετά καλά το μοτίβο κινητηρότητας των ανθρώπων στο χώρο οι οποίοι τείνουν να κινούνται προς το κέντρο του δωματίου και να αποφεύγουν τους τοίχους και τα άκρα του δωματίου.

Τέλος, να αναφερθεί ότι μια προσομοίωση με υψηλότερη ταχύτητα ανθρώπων αποδίδει στο ίδιο κανονικοποιημένο ιστόγραμμα $\bar{h}(x, y)$. Το σχήμα της κατανομής εξαρτάται μόνο από το μέγεθος και το σχήμα της περιοχής προσομοίωσης αλλά και την κατανομή των σημείων προορισμού. [21]

3.6.2 Αναλυτική παραγωγή της κατανομής σε 1 διάσταση

3.6.2.1 Το πρόβλημα



Σχήμα 3.6: Συνεχές διαδικασία τυχαίων σημείων διαδρομών

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ένας άνθρωπος-κόμβος είναι τοποθετημένος σε μια θέση x_s σε μια πεπερασμένη γραμμή $[-x_m, x_m]$. Επιλέγει τυχαία ένα σημείο προορισμού x_d σε αυτή τη γραμμή και κινείται με σταθερή ταχύτητα v στο σημείο αυτό. Από αυτό το σημείο, επιλέγει ένα νέο σημείο προορισμού x_d και ούτω καθεξής. Όπως και στη διδιάστατη περίπτωση, ο χρόνος από μια αρχική θέση x_s στον επόμενο προορισμό x_d ονομάζεται μια εποχή κίνησης. Το μήκος μιας διαδομένης εποχής i είναι $\Delta x(i) = |x_s(i) - x_d(i)|$. Η ταχύτητα v του κόμβου παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια ολόκληρης της διαδικασίας κίνησης (όχι μόνο εντός μιας εποχής κίνησης) και δεν υπάρχει χρόνος παύσης στα σημεία προορισμού. Έτσι, η διάρκεια μιας εποχής i είναι $\Delta t(i) = \frac{\Delta x(i)}{v}$. Συνήθως, τα σημεία προορισμού λαμβάνονται από μια ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή,

$$f_{X_d}(x_d) = \begin{cases} \frac{1}{2x_m} & \text{για } -x_m \leq x_d \leq x_m \\ 0 & \text{αλλιού} \end{cases} \quad (3.37)$$

Δεδομένου ότι ένα σημείο προορισμού της τρέχουσας εποχής κίνησης είναι το σημείο εκκίνησης x_s για την επόμενη εποχή, τα σημεία εκκίνησης είναι επίσης ομοιόμορφα κατανεμημένα στο διάστημα

$[-x_m, x_m]$, δηλαδή,

$$f_{X_s}(x_s) = \begin{cases} \frac{1}{2x_m} & \text{για } -x_m \leq x_s \leq x_m \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3.38)$$

Αυτό το μοντέλο κίνησης μπορεί να περιγραφεί ως μια στοχαστική διαδικασία. Έστω η συνεχής τυχαία μεταβλητή $X(t)$ συμβολίζει τη θέση ενός κόμβου, ο οποίος κινείται σύμφωνα με το μοντέλο RWP, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή t . Το εύρος τιμών της X δίνεται από $X \in [-x_m, x_m]$.

Ο στόχος μας είναι να εξάγουμε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) $f_X(x)$, υποθέτοντας ότι η διαδικασία κίνησης συνεχίζεται για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα $t \rightarrow \infty$. Με δεδομένη $f_X(x)$, μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα ένας κόμβος να βρίσκεται μεταξύ του x_a και του x_b , όπου $x_a < x_b$, από

$$P(x_a \leq X \leq x_b) = \int_{x_a}^{x_b} f_X(x) dx. \quad (3.39)$$

Η πιθανότητα ότι ένας κόμβος βρίσκεται μέσα σε ένα πολύ μικρό διάστημα $\pm \delta x$ γύρω από ένα σημείο x_0 , δηλαδή στο διάστημα $[x_0 - \delta x, x_0 + \delta x]$, είναι

$$P(x_0 - \delta x \leq X \leq x_0 + \delta x) = \int_{x_0 - \delta x}^{x_0 + \delta x} f_X(x) dx \approx 2\delta x f_X(x_0). \quad (3.40)$$

3.6.2.2 Εξαγωγή της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας

Σημειώνουμε ότι σε μια διαδικασία συνεχούς κίνησης, η πιθανότητα μπορεί να ερμηνευτεί σε όρους χρόνου: Ο χρόνος κατά τον οποίον ένας κόμβος μπορεί να βρεθεί στο διάστημα $[x_a, x_b]$ κατά της διάρκειας της διαδικασίας, διαιρεμένος με το συνολικό χρόνο εκτέλεσης της διαδικασίας, ακολουθεί την εξίσωση 3.39, καθώς η διαδικασία διαρκεί πολύ. Μια άλλη βασική παρατήρηση είναι ότι σε μια διαδικασία κίνησης με σταθερή ταχύτητα, ο χρόνος και η απόσταση που καλύπτει ένας κόμβος κατά την κίνησή του είναι ευθέως ανάλογοι μεταξύ τους (εικόνα 3.6). Με άλλα λόγια, μεγαλύτερες εποχές κίνησης συμβάλλουν με 'μεγαλύτερο βάρος' στην συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF) του X .

Επομένως, εξετάζουμε την ακόλουθη προσέγγιση: Σε κάθε χρονική στιγμή t , η τρέχουσα θέση $X(t)$ τυχαίου κόμβου που ακολουθεί το μοντέλο RWP ανιχνεύεται και προστίθεται σε ένα μονοδιάστατο, συνεχές ιστόγραμμα $h(x; t)$. Το ιστόγραμμα δηλώνει πόσο συχνά ένα σημείο x έχει επισκεφθεί ο κόμβος. Κανονικοποιούμε αυτό το ιστόγραμμα, έτσι ώστε το ολοκλήρωμα όλων των τιμών να είναι 1, δηλαδή

$$\bar{h}(x; t) = \frac{h(x; t)}{\int_{-\infty}^{\infty} h(x; t) dx} \quad (3.41)$$

και καταγράφουμε για πολύ μεγάλο χρόνο προσομοίωσης. Εφόσον η κανονικοποιημένη κατανομή $\bar{h}(x; t)$ συγκλίνει εάν ο χρόνος προσομοίωσης είναι αρκετά μεγάλος, μπορούμε να παραλείψουμε το δείκτη χρόνου t και να ορίσουμε $\bar{h}(x) = \bar{h}(x, t \rightarrow \infty)$. Αυτό δίνει την επιθυμητή συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητας

$$f_X(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{h}(x; t). \quad (3.42)$$

Μια εποχή κίνησης ενός κόμβου, ας πούμε μεταξύ της χρονικής στιγμής t_1 και t_2 , από ένα σημείο εκκίνησης $X(t_1) = x_s$ σε ένα σημείο προορισμού $X(t_2) = x_d$, αυξάνει το ιστόγραμμα $h(x; t_1)$ κατά

μια τιμή +1 για x μεταξύ x_s και x_d . Χρησιμοποιώντας τη μοναδιαία βηματική συνάρτηση

$$u(x - x_0) = \begin{cases} 1 & \text{για } x > x_0 \\ 0 & \text{για } x < x_0 \end{cases} \quad (3.43)$$

μπορούμε να γράψουμε

$$h(x, t_2) = h(x, t_1) + |u(x - X(t_1)) - u(x - X(t_2))|. \quad (3.44)$$

Επειδή δε γνωρίζουμε τα σημεία εκκίνησης και τα σημεία προορισμού $(x_s(i), x_d(i))$ των εποχών κίνησης στη διαδικασία κίνησης, πρέπει να τα εκτιμήσουμε ως το μέσο όρο όλων των πιθανών σημείων, σταθμισμένων με τις κατανομές τους $f_{X_s}(x_s)$ και $f_{X_d}(x_d)$. (Στά ακόλουθα, παραλείπουμε τους δείκτες X, X_s και X_d). Για ομοιόμορφα κατανεμημένα σημεία εκκίνησης και προορισμού έχουμε

$$f(x) = \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |u(x - x_s) - u(x - x_d)| \cdot f(x_s) f(x_d) dx_s dx_d \quad (3.45)$$

$$= \frac{1}{4x_m^2 C_1} \int_{-x_m}^{x_m} \int_{-x_m}^{x_m} |u(x - x_s) - u(x - x_d)| dx_s dx_d \quad (3.46)$$

Πρώτα ολοκληρώνουμε σε όλα τα πιθανά σημεία προορισμού x_d για ένα δεδομένο, σταθερό σημείο εκκίνησης x_s , και δηλώνουμε τη συνάρτηση ως $h(x|x_s)$:

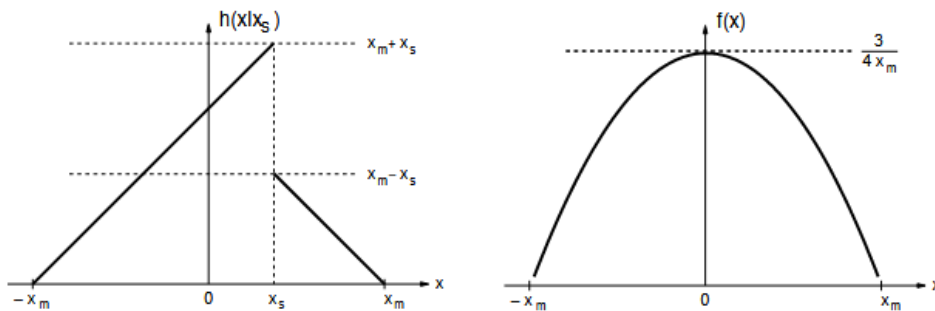
$$h(x|x_s) = \int_{-x_m}^{x_m} |u(x - x_s) - u(x - x_d)| dx_d \quad (3.47)$$

$$= \begin{cases} x + x_m & \text{για } -x_m \leq x < x_s \\ -x + x_m & \text{για } x_s \leq x < x_m \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases} \quad (3.48)$$

$$= (x + x_m)(u(x + x_m) - u(x - x_s)) \quad (3.49)$$

$$+ (-x + x_m)(u(x - x_s) - u(x - x_m)). \quad (3.50)$$

Αυτή η συνάρτηση απεικονίζεται στο σχήμα 3.7(α'). Η τιμή στο $x = x_s$ δεν έχει οριστεί. Σημειώστε



(α') Συνάρτηση $h(x|x_s)$ για δεδομένο σημείο εκκίνησης x_s και ομοιόμορφα κατανεμημένα σημεία προορισμού x_d (β') PDF $f_X(x)$ της θέσης ενός κόμβου X

Σχήμα 3.7: Εξαγωγή κατανομής κόμβων μονοδιάστατου μοντέλου RWP

ότι αν κανονικοποιήσουμε την $h(x|x_s)$, θα λαμβάναμε την PDF μιας διαδικασίας στην οποία ένας

κόμβος τοποθετείται σε ένα γνωστό σημείο εκκίνησης x_s , επιλέγει ένα σημείο προορισμού x_d από μια ομοιόμορφη κατανομή και μετακινείται στο σημείο αυτό με σταθερή ταχύτητα. Στη συνέχεια, τοποθετείται ξανά στο x_s , επιλέγει τυχαία ένα σημείο προορισμού και ούτω καθεξής.

Συνεχίζοντας τον υπολογισμό της $f(x)$. Από τις σχέσεις 3.45 και 3.47 έχουμε

$$f(x) = \frac{1}{4x_m^2 C_1} \int_{-x_m}^{x_m} h(x|x_s) dx_s \quad (3.51)$$

για $-x_m \leq x \leq x_m$ και 0 αλλού. Όμως

$$\int_{-x_m}^{x_m} h(x|x_s) dx_s = -2(x^2 - x_m^2) \quad \text{για } -x_m \leq x \leq x_m. \quad (3.52)$$

Επειδή επιπλέον πρέπει να ισχύει $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$ και $-2 \int_{-x_m}^{x_m} (x^2 - x_m^2) dx = \frac{8}{3} x_m^3$, λαμβάνουμε τον όρο κανονικοποίησης $C_1 = \frac{4}{3} x_m^2$ και μπορούμε να ολοκληρώσουμε με το ακόλουθο θεώρημα. [21]

Θεώρημα 3.6.2.1. Ένας κόμβος κινείται σε μια γραμμή $[-x_m, x_m]$ σύμφωνα με ένα μονοδιάστατο μοντέλο RWP με σταθερή ταχύτητα και ομοιόμορφα κατανεμημένα σημεία προορισμού. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$ της τοποθεσίας X δίνεται από

$$f_X(x) = -\frac{3}{4x_m^3} x^2 + \frac{3}{4x_m} \quad , \text{ για } -x_m \leq x \leq x_m \quad (3.53)$$

Αυτή η συνάρτηση απεικονίζεται στο σχήμα 3.7(β'). Η πιθανότητα ένας κόμβος να βρεθεί στα άκρα τείνει στο μηδέν, δηλαδή,

$$P(x_m \mp \delta x \leq X \leq \pm x_m) = \lim_{x \rightarrow \pm x_m} \delta x f_X(x) = 0. \quad (3.54)$$

Η μέση τιμή της X είναι

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx = 0, \quad (3.55)$$

και η πιθανότητα ένας κόμβος να μην απέχει περισσότερο από Δx από το $x = 0$ είναι

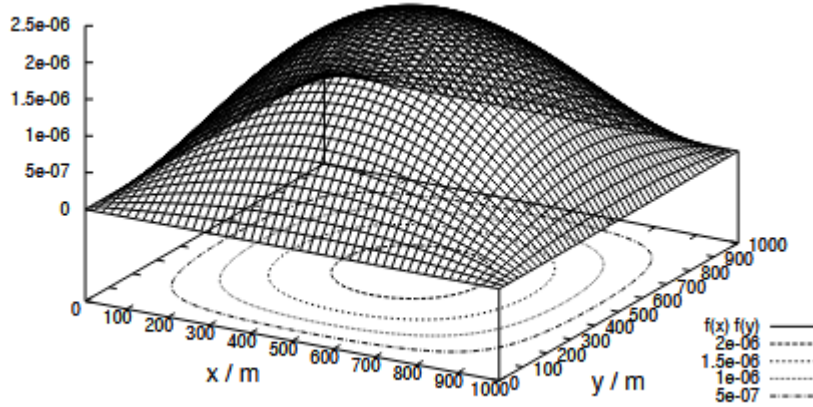
$$P(-\Delta x \leq X \leq \Delta x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x}{x_m} \right)^3 + \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta x}{x_m} \right). \quad (3.56)$$

Για παράδειγμα, ένας κόμβος βρίσκεται στο 68.75% του χρόνου κινήσής του εντός του διαστήματος $[-\frac{x_m}{2}, \frac{x_m}{2}]$, δηλαδή, στο εσωτερικό μισό της γραμμής.

Μερικές φορές είναι πιο βολικό να εφαρμόσουμε το μοντέλο RWP σε μια γραμμή $[0, x_m]$, παρά σε $[-x_m, x_m]$. Μπορούμε εύκολα να αναφέρουμε το ακόλουθο πόρισμα. [21]

Πόρισμα 3.6.2.1. Η συνάρτηση πυκνότητας της θέσης ενός κόμβου που ακολουθεί το μοντέλο RWP σε μια γραμμή $[0, x_m]$ με σταθερή ταχύτητα και ομοιόμορφα κατανεμημένα σημεία προορισμού, είναι

$$f_X(x) = -\frac{6}{x_m^3} x^2 + \frac{6}{x_m^2} x \quad , \text{ για } 0 \leq x \leq x_m \quad (3.57)$$



Σχήμα 3.8: Τετραγωνική περιοχή προσομοίωσης: $f(x)f(y)$

3.6.3 Προσέγγιση της κατανομής σε δύο διαστάσεις

Ας υποθέσουμε ότι η δισδιάστατη κίνηση σε μια τετραγωνική περιοχή αποτελείται από δύο ανεξάρτητες μονοδιάστατες διαδικασίες κίνησης κατά μήκος των αξόνων x και y , όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x)f(y) = \frac{9}{16x_m^3y_m^3}(x^2 - x_m^2)(y^2 - y_m^2), \quad (3.58)$$

που φαίνεται στην εικόνα 3.8 (αντιστάθμιση $x = y = 500m$) μοιάζει με την πραγματική κατανομή $\bar{h}(x, y)$ της εικόνας 3.5. Παρατηρούμε ότι τα σχήματα των δύο καμπυλών είναι σχεδόν πανομοιότυπα σε μια περιοχή γύρω από το κέντρο, ενώ υπάρχει διαφορά στις περιοχές κοντά στα άκρα. Υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο καμπυλών, επειδή η προβολή μιας δισδιάστατης κίνησης δεν έχει σταθερή ταχύτητα. Έτσι, η προβολή του $\bar{h}(x, y)$ σε έναν άξονα δεν είναι ακριβώς $f(x)$ όπως υπολογίζεται στη μονοδιάστατη περίπτωση. Ωστόσο, μπορούμε να δηλώσουμε ότι $f(x, y) \approx f(x)f(y)$.

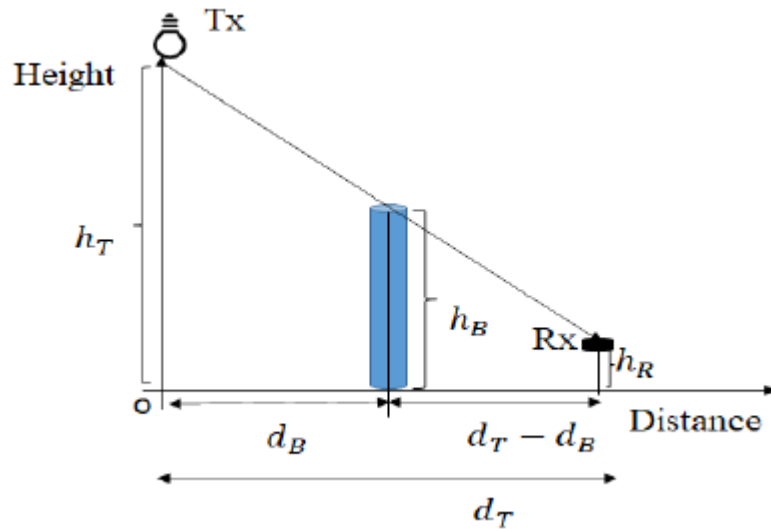
Το 'αναμενόμενο σημείο' της $f(x)f(y)$ είναι $E\{(x, y)\} = (0, 0)$. Το ίδιο σημείο αντιπροσωπεύει το μέγιστο με τιμή $\frac{9}{16x_my_m}$. Για το παράδειγμά μας όπου $x_m = y_m = 500$, έχουμε την τιμή $2.25 \cdot 10^{-6}$. [21]

Κεφάλαιο 4

Χωρικό Μοντέλο

4.1 Περιοχή σκίασης

Εξετάζουμε το σενάριο που απεικονίζεται στο σχήμα 4.1 όπου ένας πομπός (Tx) βρίσκεται σε ένα ορισμένο ύψος h_T πάνω από το έδαφος και ένας δέκτης (Rx) βρίσκεται σε ύψος h_R . Τα πιθανά ανθρώπινα εμπόδια κατανέμονται στο επίπεδο του δέκτη. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μοντελοποιούμε τα εμπόδια ως κυλίνδρους με ορισμένο ύψος h_B και διάμετρο βάσης D . Οι θέσεις των ανθρώπινων δωματίων που υπάρχουν μέσα στο δωμάτιο κατανέμονται σύμφωνα με τις πτυχές της κινητικότητας των ανθρώπων.



Σχήμα 4.1: Σχηματικό διάγραμμα για υπολογισμό της σκιάς λόγω εμποδίου

Όπως απεικονίζεται στο σχήμα 4.1, ένα ανθρώπινο σώμα ύψους h_B βρίσκεται μεταξύ του LED και του δέκτη, το οποίο οδηγεί σε μπλοκάρισμα της ζεύξης επικοινωνίας. Η απόσταση του ανθρώπινου εμποδίου και του προβλεπόμενου χρήστη από το LED συμβολίζεται με d_B και d_T αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας απλή γεωμετρία, (σχήμα 4.1) το μήκος της σκιάς λόγω μπλοκαρίσματος $d_T - d_B$ μπορεί να υπολογιστεί ως:

$$d_T - d_B = \frac{h_B}{h_T} d_T. \quad (4.1)$$

Η περιοχή της σκιάς λόγω μπλοκαρίσματος θα είναι ένα ορθογώνιο με μήκος ίσο με $d_T - d_B$ και πλάτος ίσο με τη διάμετρο του εμποδίου D . Έτσι το εμβαδόν της περιοχής μπορεί να υπολογιστεί ως $v_d = D(d_T - d_B)$. [3]

4.2 Χαρακτηρισμός στατικών μοντέλων στο χώρο

Αυτή η ενότητα συζητά τον χαρακτηρισμό των τοποθεσιών των στατικών ανθρώπινων εμποδίων μέσα στο δωμάτιο χρησιμοποιώντας τη διαδικασία MHCP. Αναλύεται η περίπτωση των ομοιογενών αλλά και των ετερογενών εμποδίων. Στο MHCP δύο ή περισσότερα σημεία απαγορεύεται να είναι πιο κοντά από μια ορισμένη ελάχιστη απόσταση. Όπως αναφέραμε και στο κεφάλαιο 3, για να πετύχουμε μια ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σημείων ένας τρόπος είναι να ξεκινήσουμε με μια διαδικασία σημείων "γονέα" χωρίς τέτοιον περιορισμό και στη συνέχεια να αφαιρέσουμε τα σημεία που παραβιάζουν την παραπάνω προϋπόθεση. Ξεκινάμε με έναν αριθμό-στόχο εμποδίων που πρέπει να ληφθεί υπόψη για την ανάλυση της κατερχόμενης ζεύξης. Έτσι, για να μοντελοποιήσουμε τη θέση των εμποδίων, τα σημεία είναι το αποτέλεσμα μιας τυχαίας αραίωσης μιας διαδικασίας σημείων Πουασσόν γονέα Φ_P με ένταση λ_P . Συγκεκριμένα, για κάθε πραγματοποίηση της Φ_P , αναθέτουμε ένα τυχαίο βάρος $[0, 1]$ σε κάθε $x_i \in \Phi_P$. Τότε το x_i διαγράφεται εάν υπάρχει x_j , $j \neq i$, τέτοιο ώστε το βάρος που ανατέθηκε στο x_j είναι υψηλότερο από το βάρος που ανατέθηκε στο x_i ενώ ταυτόχρονα η απόστασή τους είναι μικρότερη από την ελάχιστη δυνατή απόσταση. Έστω ότι η διαδικασία MHCP που προκύπτει, συμβολίζεται με Φ_B με ένταση λ_B . Τελικά, ελέγχουμε τη συνθήκη $N_B = \Phi_B(A)$, και εκτελούμε την ανάλυση της κατερχόμενης ζεύξης μόνο για τέτοιες πραγματοποιήσεις στις οποίες ισχύει $N_B = \Phi_B(A)$. Χρησιμοποιούμε τον παραπάνω ορισμό της MHCP για να χαρακτηρίσουμε τις θέσεις των στατικών ομοιογενών (ίδια ακτίνα r_1 ή r_2) και ετερογενών (διαφορετική ακτίνα r_1 και r_2) εμποδίων, όπου $r_1 < r_2$.

4.2.1 Ένταση ομοιογενών εμποδίων με χρήση MHCP και εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος

Αυτή η υποενότητα, χαρακτηρίζει τη διαδικασία ομοιογενών εμποδίων με ακτίνα r_B χρησιμοποιώντας MHCP. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μια διαδικασία σημείων Πουασσόν γονέα δημιουργείται για να συνηδευτοποιήσει τις τοποθεσίες των ανθρώπινων εμποδίων στο δισδιάστατο επίπεδο. Ένα τυχαίο σημείο ή σημιάδι σχετίζεται με κάθε ανθρώπινο εμπόδιο και ένα σημείο της διαδικασίας γονέα Πουασσόν διαγράφεται εάν υπάρχει άλλο σημιάδι εντός της απόστασης δ με βάρος μεγαλύτερο από αυτό. Η ένταση της διαδικασίας που προκύπτει είναι:

$$\lambda_{B1} = \frac{1 - e^{\lambda_P \pi \delta^2}}{\pi \delta^2}. \quad (4.2)$$

Απόδειξη. Ανατρέχοντας στις σχέσεις 3.36 και 3.32 έχουμε ότι

$$\lambda_{B1} = \int_0^\infty \frac{1 - e^{-\lambda_{\kappa_d} \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)}}{\kappa_d \int_0^\infty (r+y)^d F_{pr}(dy)} F_{pr}(dr). \quad (4.3)$$

Επειδή βρισκόμαστε στο επίπεδο $d = 2$ και $\kappa_d = \pi$. Επιπλέον επειδή όλα τα εμπόδια έχουν ακτίνα r_B , και οι δύο τυχαίες μεταβλητές της παραπάνω σχέσης θα πάρουν την τιμή r_B με πιθανότητα 1 ενώ όλες τις άλλες πιθανές τιμές ακτίνας με πιθανότητα 0. Έτσι

$$\lambda_{B1} = \frac{1 - e^{\lambda_P \pi (2r_B)^2}}{\pi (2r_B)^2} \quad (4.4)$$

και αντικαθιστώντας την ελάχιστη απόσταση $\delta = 2r_B$ προκύπτει το ζητούμενο. \square

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1, η ζεύξη μεταξύ δύο κόμβων που βρίσκονται σε απόσταση d_T μεταξύ τους, μπλοκάρεται εάν ένα στοιχείο της διαδικασίας σημείων που προέκυψε πέσει στη σκιά της περιοχής του εμποδίου. Η πιθανότητα να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου στη σκιασμένη περιοχή μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις κενές-πιθανότητες (τύπος 3.22) και το εμβαδόν της περιοχής σκίασης που υπολογίσαμε παραπάνω. Έτσι η πιθανότητα το κέντρο τουλάχιστον ενός εμποδίου να πέσει στη σκιασμένη περιοχή ισούται με

$$P_B(d_T) = 1 - e^{-\lambda_{B1} v_d(B)} = 1 - e^{-2\lambda_{B1} r_B \frac{h_B}{h_T} d_T} \quad (4.5)$$

όπου B η περιοχή σκίασης και λ_{B1} είναι η πυκνότητα των εμποδίων, τα οποία έχουν όλα την ίδια ακτίνα r_B η οποία μπορεί να είναι είτε r_1 είτε r_2 .

4.2.2 Ένταση ανομοιογενών εμποδίων με χρήση MHCP και εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος

Αυτή η υποενότητα χαρακτηρίζει τη διαδικασία ανομοιογενών εμποδίων με ακτίνα r_1 και r_2 χρησιμοποιώντας MHCP. Τα εμπόδια μέσα στο δωμάτιο έχουν μοντελοποιηθεί και πάλι σε δύο βήματα. Κατά το πρώτο βήμα, δημιουργούνται τα σημεία με σταθερή ακτίνα r_1 και r_2 και αντίστοιχα εκχωρούνται ομοιόμορφα βάρη στο καθένα από αυτά. Αυτή τη σημαδεμένη διαδικασία σημείων Πουασσόν τη συμβολίζουμε με Φ και ένα σημείο της σημαδεμένης διαδικασίας αυτής στον \mathbb{R}^2 συμβολίζεται με $[x; r]$.

Στο δεύτερο βήμα, αραιώνουμε τη σημαδεμένη διαδικασία σημείων αφήνοντας όλα τα ζεύγη των σημείων, των οποίων οι κύκλοι που τους αντιστοιχούν τέμνονται, να "ανταγωνιστούν". Ένα σημείο διατηρείται εάν έχει μεγαλύτερο βάρος σε όλες τις διαζευγειακές συγκρίσεις.

Ως εκ τούτου, η πιθανότητα διατήρησης ενός τυπικού σημείου με ακτίνας r_B είναι (3.32)

$$g(r_B) = \frac{1 - e^{-\lambda_P \kappa_d \int_0^\infty (r_B + y)^d F_{pr}(dy)}}{\lambda_P \kappa_d \int_0^\infty (r_B + y)^d F_{pr}(dy)}. \quad (4.6)$$

Η ένταση της αραιωμένης διαδικασίας σημείων δίνεται από 3.36

$$\lambda_{th} = \lambda_P \int_0^\infty g(r) F_{pr}(dr) = \lambda_P f_{pr}(r_1) g(r_1) + \lambda_P f_{pr}(r_2) g(r_2) = \lambda_{B2}(r_1) + \lambda_{B2}(r_2) \quad (4.7)$$

δηλαδή η ένταση-πυκνότητα της αραιωμένης διαδικασίας ισούται με το άθροισμα της πυκνότητας των εμποδίων με ακτίνα r_1 και της πυκνότητας των εμποδίων με ακτίνα r_2 . Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί και ως εξής: εάν έχουμε N_1 εμπόδια με ακτίνα r_1 και N_2 εμπόδια με ακτίνα r_2 τότε ο συνολικός αριθμός των εμποδίων θα είναι $N = N_1 + N_2$.

Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε την αραιωμένη διαδικασία ανομοιογενών εμποδίων ως άθροισμα αραιωμένων διαδικασιών ομοιογενών εμποδίων με εντάσεις $\lambda_{B_2}(r_B)$, όπου r_B είναι r_1 ή r_2 . Επιπλέον, εφόσον η πιθανότητα ένα σημείο-σημάδι να έχει ακτίνα r_1 είναι ίση με την πιθανότητα να έχει ακτίνα r_2 , δηλαδή $f_{pr}(r_1) = f_{pr}(r_2) = \frac{1}{2}$, μπορούμε να υπολογίσουμε τις εντάσεις $\lambda_{B_2}(r_B)$ ως

$$\lambda_{B_2}(r_1) = \lambda_P f_{pr}(r_1) g(r_1) = \frac{1 - e^{-\lambda_P \pi (\frac{1}{2}(2r_1)^2 + \frac{1}{2}(r_1+r_2)^2)}}{\pi((2r_1)^2 + (r_1+r_2)^2)} \quad (4.8)$$

και

$$\lambda_{B_2}(r_2) = \lambda_P f_{pr}(r_2) g(r_2) = \frac{1 - e^{-\lambda_P \pi (\frac{1}{2}(r_1+r_2)^2 + \frac{1}{2}(2r_2)^2)}}{\pi((r_1+r_2)^2 + (2r_2)^2)}. \quad (4.9)$$

Εάν η ένταση λ_P της αρχικής διαδικασίας σημείων Πουασσόν δεν είναι γνωστή και είναι γνωστή μόνο η ένταση λ_{th} της αραιωμένης διαδικασίας, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση λ_P λύνοντας την παρακάτω εξίσωση

$$\lambda_{th} = \lambda_P f_{pr}(r_1) g(r_1) + \lambda_P f_{pr}(r_2) g(r_2). \quad (4.10)$$

Αν επιπλέον θέσουμε $A = \pi(\frac{1}{2}(2r_1)^2 + \frac{1}{2}(r_1+r_2)^2)$, $B = \pi(\frac{1}{2}(r_1+r_2)^2 + \frac{1}{2}(2r_2)^2)$, η παραπάνω σχέση γίνεται

$$\lambda_{th} = \frac{1 - e^{-A\lambda_P}}{2A} + \frac{1 - e^{-B\lambda_P}}{2B}. \quad (4.11)$$

Ως εκ τούτου, λύνοντας την παραπάνω σχέση αριθμητικά μπορούμε να πάρουμε την τιμή λ_P και να υπολογίσουμε τις εντάσεις των αραιωμένων διαδικασιών.

Όπως και στην περίπτωση των ομοιογενών εμποδίων η ζεύξη μεταξύ δύο κόμβων που βρίσκονται σε απόσταση d_T μεταξύ τους μπλοκάρεται εάν ένα στοιχείο της διαδικασίας σημείων που προέκυψε πέσει στη σκιά της περιοχής του εμποδίου. Όπως αναφέραμε θεωρούμε την ανομοιογενή διαδικασία ως το άθροισμα δύο ανεξάρτητων ομοιογενών διαδικασιών.

Έτσι, η πιθανότητα να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου με ακτίνα r_1 (της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων όπου οι αντίστοιχοι κύκλοι των σημείων της έχουν ακτίνα r_1) στη σκιασμένη περιοχή, είναι

$$P_{NB}(d_T, r_1) = e^{-\lambda_{B_2}(r_1) v_d(B)} = e^{-2\lambda_{B_2}(r_1) r_1 \frac{h_B}{h_T} d_T} \quad (4.12)$$

και η πιθανότητα να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου με ακτίνα r_2 (της ομοιογενούς διαδικασίας σημείων όπου οι αντίστοιχοι κύκλοι των σημείων της έχουν ακτίνα r_2) στη σκιασμένη περιοχή, είναι

$$P_{NB}(d_T, r_2) = e^{-\lambda_{B_2}(r_2) v_d(B)} = e^{-2\lambda_{B_2}(r_2) r_2 \frac{h_B}{h_T} d_T}. \quad (4.13)$$

Κατά συνέπεια η πιθανότητα να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου με ακτίνα r_1 ΚΑΙ να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου με ακτίνα r_2 θα είναι

$$P_{NB}(d_T) = P_{NB}(d_T, r_1) \cdot P_{NB}(d_T, r_2) = e^{-2(\lambda_{B_2}(r_1) r_1 + \lambda_{B_2}(r_2) r_2) \frac{h_B}{h_T} d_T} \quad (4.14)$$

που σημαίνει ότι η πιθανότητα το κέντρο τουλάχιστον ενός εμποδίου να πέσει στη σκιασμένη περιοχή ισούται με

$$P_B(d_T) = 1 - P_{NB}(d_T) = 1 - e^{-2(\lambda_{B_2}(r_1) r_1 + \lambda_{B_2}(r_2) r_2) \frac{h_B}{h_T} d_T}. \quad (4.15)$$

4.3 Εύρεση της έντασης των εμποδίων μέσα στο χώρο

Στην πραγματικότητα αυτό που μας ενδιαφέρει στην παρούσα ανάλυση δεν είναι η ένταση των εμποδίων μέσα στο δωμάτιο αλλά ο αριθμός των εμποδίων μέσα στο δωμάτιο. Οι τύποι όμως που έχουμε ορίσει μέχρι στιγμής, χρησιμοποιούν ως μεταβλητή την ένταση των εμποδίων. Έτσι, πρέπει να βρούμε έναν τρόπο για να συνδέσουμε τις δύο αυτές μεταβλητές. Θεωρώντας ότι η αραιωμένη διαδικασία που προκύπτει ακολουθεί σε όλες τις περιπτώσεις κατά προσέγγιση κατανομή Πουασσόν, μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση των εμποδίων από τη σχέση

$$\lambda_B = \frac{N_B}{V_{room}}, \quad (4.16)$$

όπου N_B ο αριθμός των εμποδίων στο δωμάτιο και V_{room} το εμβαδόν του δωματίου.

Ο παραπάνω τύπος είναι άμεση συνέπεια του ορισμού της κατανομής Πουασσόν η οποία μας λέει ότι κατά μέσο όρο μέσα στο δωμάτιο έχουμε $N_{avg} = \lambda_B \cdot V_{room}$ εμπόδια. Ως εκ τούτου, επιλέγουμε την τιμή λ_B του τύπου 4.16 η οποία θα μας επιφέρει με μεγαλύτερη πιθανότητα τον αριθμό των εμποδίων που μας ενδιαφέρει, στην τελική αραιωμένη διαδικασία.

4.4 Χαρακτηρισμός δυναμικών μοντέλων στο χώρο

Σε αυτή την ενότητα, η δυναμική επίδραση των ανθρωπίνων εμποδίων που κινούνται μέσα στο δωμάτιο με σταθερή ταχύτητα, μελετάται. Το RWP είναι ένα απλό και ευθέως στοχαστικό μοντέλο που περιγράφει τη συμπεριφορά κίνησης ενός ανθρώπινου εμποδίου σε δεδομένο μέγεθος δωματίου. Όπως αναφέραμε προηγουμένως, ο κινούμενος άνθρωπος επιλέγει τυχαία ένα σημείο προορισμού ("σημείο διαδρομής") στο δωμάτιο και κινείται με σταθερή ταχύτητα σε ευθεία γραμμή προς αυτό. Αφού περιμένει ένα συγκεκριμένο χρόνο πάυσης στο σημείο αυτό, τον οποίο χωρίς βλάβη της γενικότητας τον θεωρούμε 0, επιλέγει ένα νέο σημείο προορισμού και ούτω καθεξής.

Όπως είδαμε στην ενότητα 3.6, η σταθερή κατανομή των χρηστών χωρίς χρόνο-πάυσης σε ένα μοντέλο RWP μπορεί να προσεγγιστεί με μια ελλειπτική-παραβολοειδή συνάρτηση. Έτσι, χρησιμοποιώντας το μοντέλο RWP μπορούμε να περιγράψουμε την κατανομή των ανθρώπων στο χώρο οι οποίοι έχουν την τάση να βρίσκονται κοντά στο κέντρο του δωματίου και όχι κοντά στους τοίχους.

Ειδικότερα, για δωμάτιο τετράγωνης διαμόρφωσης μεγέθους $a \times a$, η στατική κατανομή των θέσεων των χρηστών στο χώρο είναι (3.58):

$$f_X(\mathbf{x}) = f_{XY}(x, y) = \frac{9}{16a^6} \left(x^2 - \frac{a^2}{4}\right) \left(y^2 - \frac{a^2}{4}\right), \quad (4.17)$$

όπου $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$, $-\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2}$ δείχνει τη συντεταγμένη κάθε κόμβου στην περιοχή του τετραγώνου και $\mathbf{x} = [x \ y]$ είναι το διάνυσμα θέσης.

Αυτή η στατική κατανομή απεικονίζεται στο σχήμα 3.8, το οποίο επιβεβαιώνει τη συγκέντρωση των χρηστών κοντά στο κέντρο του δωματίου.

Επειδή η κατανομή των δυναμικών εμποδίων στο χώρο δεν είναι ομοιόμορφη όπως στην περίπτωση των στατικών εμποδίων, δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ομοιογενή διαδικασία Πουασσόν για να χαρακτηρίσουμε τη θέση τους στο χώρο.

Έτσι για την περιγραφή των δυναμικών εμποδίων στο χώρο χρησιμοποιούμε μια ανομοιογενή διαδικασία Πουασσόν με συνάρτηση έντασης

$$\lambda(\mathbf{x}) = \lambda V_{room} f_X(\mathbf{x}), \quad (4.18)$$

όπου V_{room} το εμβαδόν του δωματίου και λ η ένταση εάν χρησιμοποιούσαμε ομοιογενή διαδικασία Πουασσόν.

Με αυτόν τον τρόπο το μέτρο έντασης $\Lambda(B) = \int_B \lambda(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$ για B όλη η τετραγωνική περιοχή του δωματίου, ισούται με λV_{room} όπως και στην περίπτωση της ομοιογενούς διαδικασίας Πουασσόν. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιώντας την ίδια τιμή έντασης λ καταλήγουμε κατά μέση τιμή στον ίδιο αριθμό εμποδίων μέσα στο δωμάτιο με τη διαφορά ότι αντί για ομοιόμορφη κατανομή χρηστών, έχουμε την κατανομή που περιγράφει την κίνησή τους.

Επειδή όμως δύο οι περισσότεροι άνθρωποι δεν μπορεί να αλληλοκαλήπτονται, χρησιμοποιούμε και τη διαδικασία MHCP όπου δύο ή περισσότερα σημεία απαγορεύεται να είναι πιο κοντά από μια ορισμένη ελάχιστη απόσταση. Έτσι, όπως και στην περίπτωση των στατικών εμποδίων, ξεκινάμε με μια ανομοιογενή διαδικασία σημείων 'γονέα' χωρίς αυτόν τον περιορισμό και στη συνέχεια αφαιρούμε τα σημεία που παραβιάζουν την παραπάνω προϋπόθεση. Με αυτόν τον τρόπο όμως, επειδή τα σημεία θα είναι συγκεντρωμένα στο κέντρο του δωματίου, αντί ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα σε αυτό, θα έχουμε περισσότερες επικαλύψεις και κατά συνέπεια λιγότερα σημεία στην τελική αραιωμένη διαδικασία. Ως αποτέλεσμα, ο αριθμός των ανθρώπων μέσα στο δωμάτιο για ίδια ένταση γονέα λ_P θα είναι μικρότερος στην περίπτωση των δυναμικών εμποδίων. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι το επιθυμητό αποτέλεσμα για την ανάλυσή μας, όπου μας ενδιαφέρει ο τελικός αριθμός των εμποδίων μέσα στο δωμάτιο, και έτσι επιλέγουμε αντί ίδια τιμή έντασης γονέα λ_P , να έχουμε ίδια τιμή έντασης λ_B της αραιωμένης διαδικασίας.

Ως εκ τούτου η αραιωμένη διαδικασία στην περίπτωση των δυναμικών εμποδίων με δεδομένο λ_B , περιγράφεται από μια ανομοιογενή διαδικασία σημείων Πουασσόν με συνάρτηση έντασης

$$\lambda(\mathbf{x}) = \lambda_B V_{room} f_X(\mathbf{x}). \quad (4.19)$$

4.4.1 Εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος ομοιογενών εμποδίων με χρήση RWP

Αυτή η υποενότητα, χαρακτηρίζει τη διαδικασία ομοιογενών εμποδίων με ακτίνα r_B χρησιμοποιώντας το μοντέλο RWP. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, για να χαρακτηρίσουμε τα εμπόδια αυτά χρησιμοποιούμε μια ανομοιογενή διαδικασία Πουασσόν, με συνάρτηση έντασης που χαρακτηρίζεται άμεσα από την ένταση στην περίπτωση των στατικών εμποδίων, από τον όγκο του δωματίου και από την κατανομή των εμποδίων μέσα στο χώρο.

Έτσι, για να υπολογίσουμε την πιθανότητα μπλοκαρίσματος, υπολογίζουμε την πιθανότητα να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου στη σκιασμένη περιοχή του σχήματος 4.1, η οποία μπορεί να υπολογιστεί με βάση τις κενές-κενές πιθανότητες ως

$$P_{NB}(d_T) = e^{-\Lambda(B)} \quad (4.20)$$

όπου B η περιοχή σκίασης και $\Lambda(B)$ δίνεται από

$$\Lambda(B) = \int_B \lambda(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \lambda_B V_{room} \int_B f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (4.21)$$

Για να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα $I = \int_B f_X(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ χρειάζεται να γνωρίζουμε τα άκρα της περιοχής σκίασης. Έτσι, χάρην ευκολίας, για δεδομένη θέση πομπού TP και δέκτη RP , στο επίπεδο του δέκτη, περιστρέφουμε το σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε ο νέος άξονας x' να είναι παράλληλος στην ευθεία που διέρχεται από τον πομπό και το δέκτη. Οι συντεταγμένες στο νέο σύστημα συντεταγμένων υπολογίζονται με πολλαπλασιασμό του διανύσματος θέσης με τον πίνακα περιστροφής

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζει ο πομπός με το δέκτη και ισούται με

$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{TP_y - RP_y}{TP_x - RP_x}\right) & \text{αν } TP_x \neq RP_x \\ \pi & \text{αν } TP_x = RP_x \end{cases}. \quad (4.23)$$

Ως εκ τούτου, στο νέο σύστημα συντεταγμένων (x', y') θα είναι $TP_{y'} = RP_{y'}$. Και έτσι η περιοχή σκίασης θα λαμβάνει τιμές $y' \in [RP_{y'} - r_B, RP_{y'} + r_B]$. Επιπλέον λαμβάνοντας υπόψη το μήκος της περιοχής σκίασης $d_T - d_B = dT * \frac{hB}{hT}$ θα έχουμε $x' \in [RP_{x'} - dT * \frac{hB}{hT}, RP_{x'}]$. Επομένως με το μετασχηματισμό

$$x = x' \cos(\theta) - y' \sin(\theta), \quad (4.24)$$

$$y = x' \sin(\theta) + y' \cos(\theta) \quad (4.25)$$

ο οποίος προκύπτει με βάση τον αντίστροφο πίνακα του R , και επειδή επιπλέον

$$dx dy = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{\partial y}{\partial x'} \\ \frac{\partial x}{\partial y'} & \frac{\partial y}{\partial y'} \end{vmatrix} dx' dy' = \begin{vmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{vmatrix} dx' dy' = 1 \cdot dx' dy' = dx' dy' \quad (4.26)$$

μπορούμε να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα ως

$$I = \int_{RP_{y'} - r_B}^{RP_{y'} + r_B} \int_{RP_{x'} - dT * (hB/hT)}^{RP_{x'}} f_{XY}(x' \cos(\theta) - y' \sin(\theta), x' \sin(\theta) + y' \cos(\theta)) dx' dy'. \quad (4.27)$$

Οπότε έχοντας όλα τα απαραίτητα δεδομένα μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα $P_{NB}(d_T)$ και με βάση αυτήν να υπολογίσουμε το κέντρο τουλάχιστον ενός εμποδίου να πέσει στη σκιασμένη περιοχή. Έτσι, η πιθανότητα μπλοκαρίσματος ισούται με

$$P_B(d_T) = 1 - P_{NB}(d_T) = 1 - e^{\lambda_{B1} V_{room} I}. \quad (4.28)$$

4.4.2 Εύρεση πιθανότητας μπλοκαρίσματος ανομοιογενών εμποδίων με χρήση RWP

Αυτή η υποενοότητα χαρακτηρίζει τη διαδικασία ανομοιογενών εμποδίων με ακτίνα r_1 και r_2 χρησιμοποιώντας το μοντέλο RWP. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να συνδυάσουμε τον τρόπο σκέψης του χαρακτηρισμού της έντασης των ομοιογενών δυναμικών εμποδίων και του χαρακτηρισμού της έντασης των ανομοιογενών στατικών εμποδίων. Έτσι, όπως και στην περίπτωση των ομοιογενών δυναμικών εμποδίων, για να χαρακτηρίσουμε τα εμπόδια χρησιμοποιούμε ανομοιογενή διαδικασία Πουασσόν η οποία χαρακτηρίζεται άμεσα από την ένταση στην περίπτωση των στατικών εμποδίων. Αυτή τη φορά όμως όπως και στην περίπτωση των ανομοιογενών στατικών εμποδίων θεωρούμε

ότι η τελική αραιωμένη διαδικασία χαρακτηρίζεται από το άθροισμα δύο ανεξάρτητων διαδικασιών Πουασσόν. Ως εκ τούτου, αφού υπολογίσουμε τις εντάσεις $\lambda_{B2}(r_1)$ και $\lambda_{B2}(r_2)$ όπως στην υποε-
νότητα 4.2.2, μπορούμε να υπολογίσουμε τις συναρτήσεις έντασης των δύο ανομοιογενών διαδικασιών Πουασσόν ως

$$\lambda_1(\mathbf{x}) = \lambda_{B2}(r_1)V_{room}f_X(\mathbf{x}) \quad (4.29)$$

και

$$\lambda_2(\mathbf{x}) = \lambda_{B2}(r_2)V_{room}f_X(\mathbf{x}). \quad (4.30)$$

Στη συνέχεια ακολουθώντας την πορεία που χρησιμοποιήσαμε στην εύρεση της πιθανότητας μπλοκαρίσματος των ανομοιογενών στατικών εμποδίων, αρκεί να υπολογίσουμε τις πιθανότητες $P_{NB}(d_T, r_1)$ και $P_{NB}(d_T, r_2)$, να μην πέσει κανένα κέντρο κάποιου εμποδίου με ακτίνα r_1 ή r_2 αντίστοιχα, στη σκιασμένη περιοχή.

Έτσι, όπως και στην περίπτωση των ομοιογενών δυναμικών εμποδίων προκύπτει

$$P_{NB}(d_T, r_B) = e^{-\lambda_{B2}(r_B)V_{room}I} \quad (4.31)$$

όπου $\lambda_{B2}(r_B)$ η ένταση της αραιωμένης διαδικασίας που υπολογίζεται όπως στην παράγραφο 4.2.2, V_{room} το εμβαδόν του δωματίου, I το ολοκλήρωμα της 4.27 και r_B είναι r_1 ή r_2 .

Τέλος, έχοντας υπολογίσει τις πιθανότητες αυτές, μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα μπλοκαρίσματος ως

$$P_B(d_T) = 1 - P_{NB}(d_T, r_1) \cdot P_{NB}(d_T, r_2) = 1 - e^{-(\lambda_{B2}(r_1) + \lambda_{B2}(r_2))V_{room}I}. \quad (4.32)$$

Κεφάλαιο 5

Λόγος σήματος προς θόρυβο στο δέκτη

Σε αυτό το κεφάλαιο, ο λαμβανόμενος λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR) στο δέκτη υπολογίζεται στην παρουσία ανθρωπινων εμποδίων. Θεωρούμε ότι όταν ο φωτοανιχνευτής είναι σε "απόφραξη", δε λαμβάνει σήμα. Το οπτικό σήμα που μεταδίδεται από το i ο LED δίνεται από:

$$s_i(t) = P_{t_i}[1 + M_I x_i(t)], \quad (5.1)$$

όπου P_{t_i} είναι η ισχύς μετάδοσης του i LED, x_i είναι το αντίστοιχο σήμα διαμόρφωσης OOK και M_I είναι ο δείκτης διαμόρφωσης [22]. Εδώ, ο πρώτος όρος (P_{t_i}) στην 5.1 φροντίζει για τον φωτισμό ενώ ο δεύτερος όρος ($P_{t_i} M_I x_i(t)$) είναι για την επικοινωνία.

Μετά από τη φωτοανίχνευση, υποθέτοντας ότι η DC συνιστώσα του ανιχνευόμενου ηλεκτρικού σήματος φιλτράρεται στο δέκτη, το λαμβανόμενο σήμα στον φωτοανιχνευτή j δίνεται από

$$y_j = R P_{r_j} + n_j, \quad (5.2)$$

όπου R είναι ο συντελεστής απόκρισης της φωτοδιόδου, n_j είναι ο προσθετικός λευκός Γκαουσιανός θόρυβος (AWGN) με $n_j = \mathcal{N}(0, \sigma_j^2)$ και P_{r_j} εκφράζεται ως

$$P_{r_j} = \sum_{i=1}^N H_{ij} P_{t_i} M_I x_i, \quad (5.3)$$

όπου N είναι ο αριθμός των LED και H_{ij} είναι το κέρδος του καναλιού VLC μεταξύ του i ου LED και του j ου φωτοανιχνευτή (PD) όπου με βάση το κεφάλαιο 2 μπορεί να εκφραστεί ως

$$H_{ij} = [H_{los}(0) + \int_{walls} dH_{ref}(0)] \quad (5.4)$$

με $H_{los}(0)$ να δίνεται από 2.14 ως

$$H_{los}(0) = \frac{A_d(m_l + 1)}{2\pi d_{ij}^2} \cos^{m_l}(\phi) T_s(\theta) g(\theta) \cos\theta \quad (5.5)$$

και $dH_{ref}(0)$ να δίνεται από 2.22 ως

$$dH_{ref}(0) = \frac{(m_l + 1)A_d}{2\pi^2 d_{ik}^2 d_{kj}^2} \rho dA_{wall} \cos^{m_l}(\phi) \cos(\alpha) \cos(\beta) T_s(\theta) g(\theta) \cos(\theta) \quad (5.6)$$

όπου d_{ij} η απόσταση μεταξύ του i LED και του j PD, d_{ik} η απόσταση μεταξύ του i LED και του k σημείου ανάκλασης και d_{kj} η απόσταση μεταξύ του k σημείου ανάκλασης και του j PD.

Αν υπάρχει ανθρόπινο εμπόδιο μεταξύ του LED και του PD σε απόσταση d με πιθανότητα $P_B(d)$ μεταξύ του LED εκπομπής και του PD, το κέρδος καναλιού VLC οπτικής επαφής με ύπαρξη εμποδίων μπορεί να εκφραστεί ως

$$H_{los}^B(0) = H_{los}(0)(1 - P_B(d)). \quad (5.7)$$

Ομοίως, αν υπάρχει ανθρόπινο εμπόδιο μεταξύ του LED και του σημείου ανάκλασης και μεταξύ του σημείου ανάκλασης και του PD σε απόσταση d_1 και d_2 αντίστοιχα και με πιθανότητα $P_B(d_1)$ και $P_B(d_2)$ αντίστοιχα, τότε το κέρδος καναλιού VLC μη οπτικής επαφής με ύπαρξη εμποδίων μπορεί να εκφραστεί ως

$$dH_{ref}^B(0) = dH_{ref}(0)(1 - P_B(d_1))(1 - P_B(d_2)). \quad (5.8)$$

Ως εκ τούτου αν υπάρχει ανθρόπινο εμπόδιο στη ζεύξη μεταξύ LED και PD με πιθανότητες που αναφέρθηκαν παραπάνω, τότε με βάσεις τις 5.4, 5.7 και 5.8 το συνολικό κέρδος καναλιού VLC με ύπαρξη εμποδίων μπορεί να εκφραστεί ως

$$H_{ij}^B = [H_{los}^B(0) + \int_{walls} dH_{ref}^B(0)] = H_{los}(0)(1 - P_B(d)) + \int_{walls} dH_{ref}(0)(1 - P_B(d_1))(1 - P_B(d_2)). \quad (5.9)$$

Η διακύμανση θορύβου σ_j^2 στον j PD είναι ο συνολικός θόρυβος από χβαντικό θόρυβο (σ_{shot}^2) και θερμικό θόρυβο ($\sigma_{thermal}^2$) που μπορεί να εκφραστεί ως

$$\sigma_j^2 = \sigma_{shot}^2 + \sigma_{thermal}^2, \quad (5.10)$$

όπου

$$\sigma_{shot}^2 = 2eRP_{r_j}B_s + 2eI_{bg}I_2B_s, \quad (5.11)$$

και

$$\sigma_{thermal}^2 = \frac{8\pi kT_k}{G}\eta A_r I_2 B_s^2 + \frac{16\pi^2 kT_k \Gamma}{g_m}\eta^2 A_r^2 I_3 B_s^2, \quad (5.12)$$

όπου e είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου, P_{r_j} η λαμβανόμενη οπτικής ισχύς στον j PD, B_s είναι το εύρος ζώνης του συστήματος, I_{bg} είναι το λαμβανόμενο ρεύμα θορύβου περιβάλλοντος, k είναι η σταθερά του Boltzmann, T_k είναι η απόλυτη θερμοκρασία, G είναι το κέρδος τάσης ανοιχτού βρόγχου, η είναι η χωρητικότητα του PD ανά μονάδα επιφάνειας, Γ είναι ο παράγοντας θορύβου του καναλιού τρανζίστορ εφέ πεδίου (field effect transistor - FET), g_m είναι η διαγωγιμότητα FET, I_2 είναι ο παράγοντας εύρους ζώνης θορύβου για το θόρυβο περιβάλλοντος και I_3 είναι ο παράγοντας εύρους ζώνης θορύβου.

Το SNR του δέκτη στην παρουσία εμποδίων μπορεί να εκφραστεί ως

$$SNR^B = \frac{(R \sum_{i=1}^N H_{ij}^B P_{t_i} M_I x_i)^2}{K \sigma_j^2}. \quad (5.13)$$

Επομένως με αντικατάσταση του H_{ij}^B , η μέση τιμή του SNR στο δωμάτιο στην παρουσία εμποδίων είναι

$$SNR_{avg}^B = \frac{(R \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K P_{t_i} [H_{los}^B(0, \lambda_B, r_B) + \int_{walls} dH_{ref}^B(0, \lambda_B, r_B)] M_I x_i)^2}{K \sigma_j^2} \quad (5.14)$$

και για συγκεκριμένη ένταση-πυκνότητα εμποδίων λ_B , ακτίνα r_B και διαμόρφωση των LED στο χώρο μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του. [3]

Κεφάλαιο 6

Αποτελέσματα και Προσομοιώσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε την προσομοίωση και τα αναλυτικά αποτελέσματα για το σύστημα επικοινωνιών ορατού φωτός (VLC) με ανθρώπινα εμπόδια μέσα σε ένα τυπικό μέγεθος δωματίου $5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$. Δύο διαμορφώσεις πομπών λαμβάνονται υπόψη με 4 και 8 LED σε ορθογώνια γεωμετρία. Οι προσανατολισμοί των πομπών VLC και του δέκτη μαζί με τις απαραίτητες παραμέτρους του συστήματος δίνονται στον πίνακα 6.1 ενώ οι θέσεις των πομπών δίνονται στο σχήμα 6.1. Τέλος, και τα δύο σήματα, οπτικής επαφής (LoS) και μη οπτικής επαφής (NLoS) (με μία ανάκλαση) λαμβάνονται υπόψη στην ανάλυση.

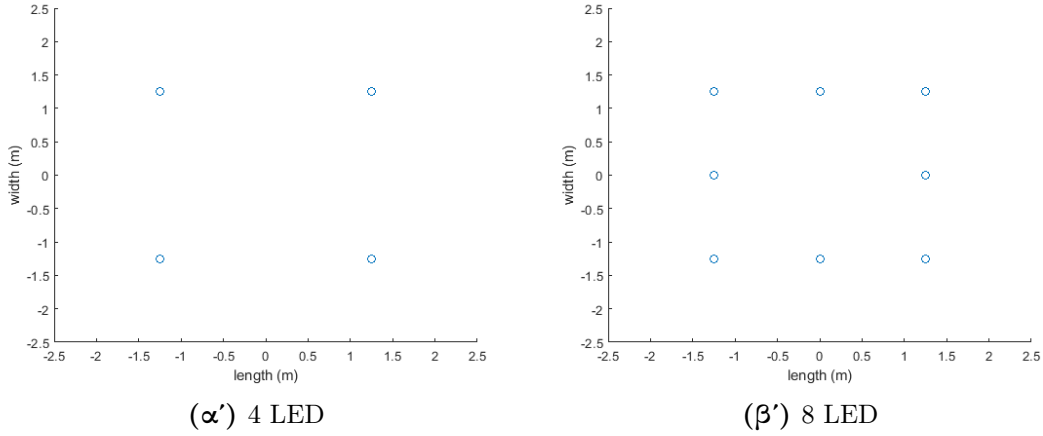
6.1 Προφίλ λαμβανόμενης ισχύος με απουσία ανθρώπινων εμποδίων

Σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζουμε το προφίλ της λαμβανόμενης ισχύος στο εσωτερικό του δωματίου με απουσία ανθρώπινων εμποδίων.

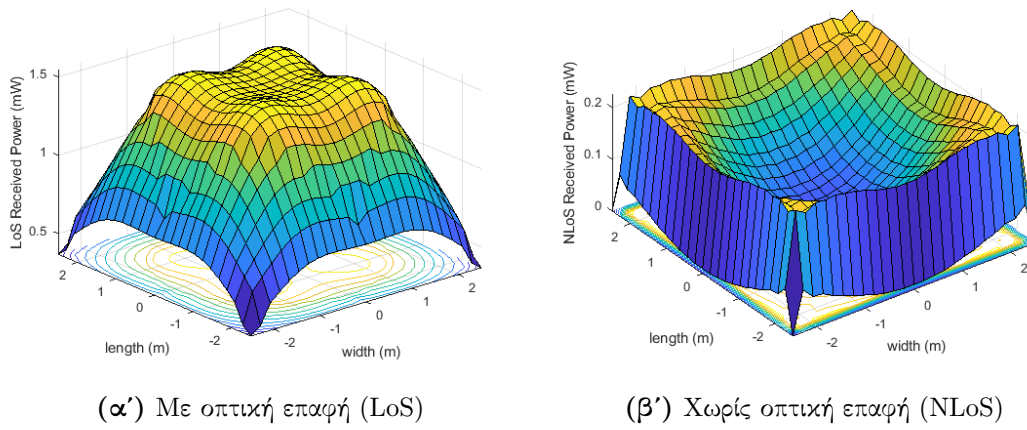
Στα σχήματα 6.2(α'), 6.2(β') βλέπουμε τη λαμβανόμενη ισχύ τεσσάρων LED των LoS και NLoS ζεύξεων αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι η NLoS ισχύς κυμένεται από 0.05 mW στο κέντρο του

Πίνακας 6.1: Παράμετροι Συστήματος

Παράμετρος	Τιμή
Μέγεθος δωματίου	$5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$
Ισχύς μετάδοσης LED	200 mW
Δείκτης διάθλασης n	1.5
Κέρδος οπτικού φίλτρου T_s	1
Συντελεστής ανάκλασης τοίχου ρ	0.8
Γωνία μισής ακτινοβολίας του LED	60°
Επίπεδο δέκτη πάνω από το πάτωμα (h_R)	0.85 m
Ανύψωση δέκτη	90°
Ενεργή περιοχή δέκτη	1 cm^2
Οπτικό πεδίο (FOV) του δέκτη	60°
Ακτίνα εμποδίων (r_1 και r_2)	20 cm & 40 cm
Ύψος εμποδίων (h_B)	180 cm
Απόκριση δέκτη (R)	0.5 A/W



Σχήμα 6.1: Θέσεις των LED στο δωμάτιο



Σχήμα 6.2: Λαμβανόμενη ισχύς από 4 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων

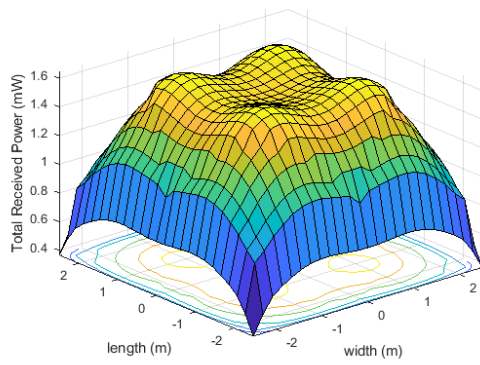
δωματίου έως 0.2 mW κοντά στις άκρες αυτού. Όπως είναι αναμενόμενο η ισχύς είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με τη *LoS* περίπτωση στην οποία έχουμε ισχύ τουλάχιστον 0.5 mW η οποία διπλασιάζεται μόλις απομακρυνθούμε λίγο από τις άκρες του δωματίου. Το άθροισμα των δύο αυτών ισχύων αποτελεί τη συνολική λαμβανόμενη ισχύ η οποία απεικονίζεται στο σχήμα 6.3 σε *mW* και σε *dBm*.

Στα σχήματα 6.4(α'), 6.4(β') βλέπουμε τη λαμβανόμενη ισχύ οχτώ LED των *LoS* και *NLoS* ζευξεων αντίστοιχα ενώ στο σχήμα 6.5 απεικονίζεται το προφίλ της συνολικής λαμβανόμενης ισχύος σε *mW* και σε *dBm*. Όπως ήταν αναμενόμενο, λόγω της ύπαρξης περισσότερων LED στο δωμάτιο, η λαμβανόμενη ισχύς είναι περισσότερο ομοιόμορφα κατανομημένη σε σχέση με την περίπτωση των 4 LED.

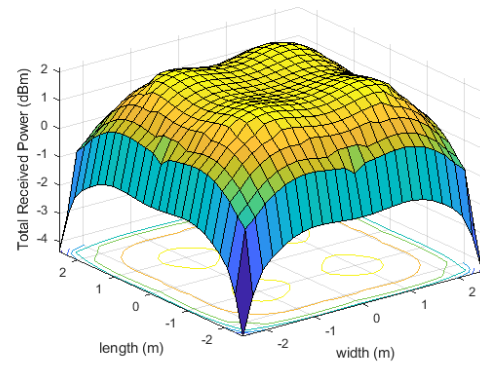
6.2 Πιθανότητα Μπλοκαρίσματος

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται το προφίλ της πιθανότητας να μπλοκαριστεί το σήμα οπτικής επαφής από όλα τα LED λόγω παρουσίας εμποδίων και έτσι να πρέπει να βασιστούμε στην πρώτη ανάκλαση ώστε να υπάρχει λαμβανόμενη ισχύς στο δέκτη.

Στο σχήμα 6.6 παρατηρούμε το προφίλ της πιθανότητας να υπάρχει σήμα οπτικής επαφής και της

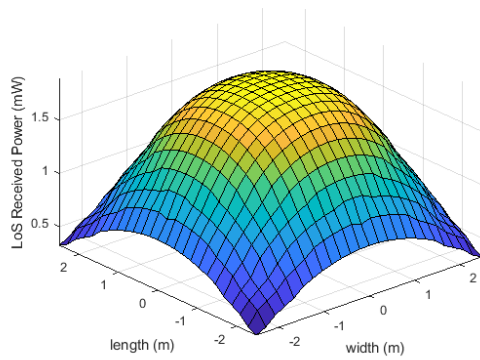


(α') Κλίμακα Watt

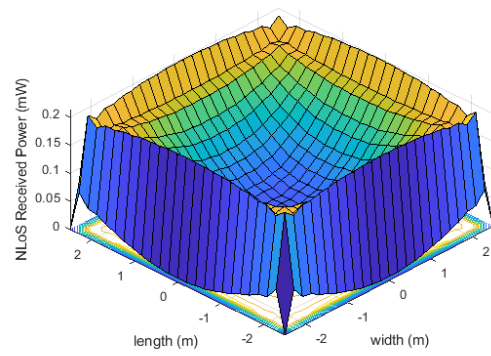


(β') Κλίμακα dB

Σχήμα 6.3: Συνολική λαμβανόμενη ισχύς από 4 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων

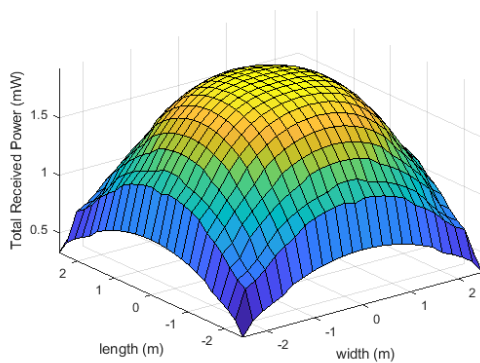


(α') Με οπτική επαφή (LoS)

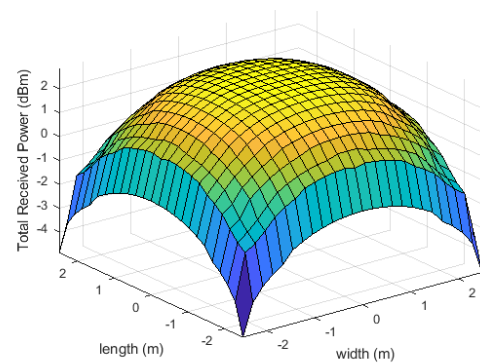


(β') Χωρίς οπτική επαφή (NLoS)

Σχήμα 6.4: Λαμβανόμενη ισχύς από 8 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων



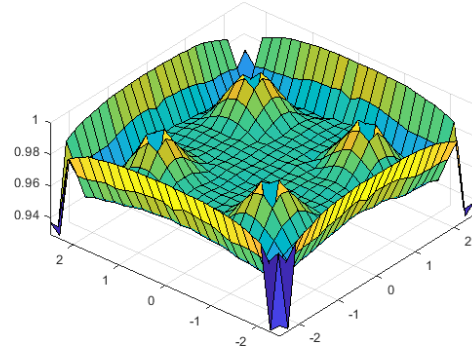
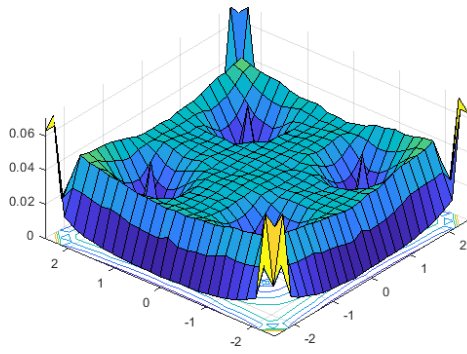
(α') Κλίμακα Watt



(β') Κλίμακα dB

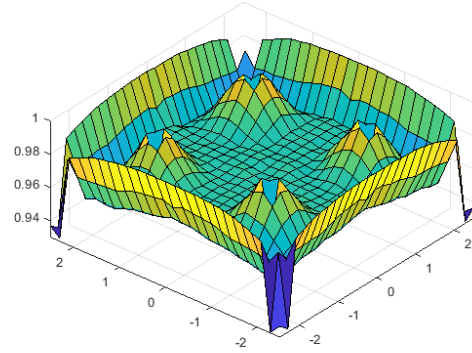
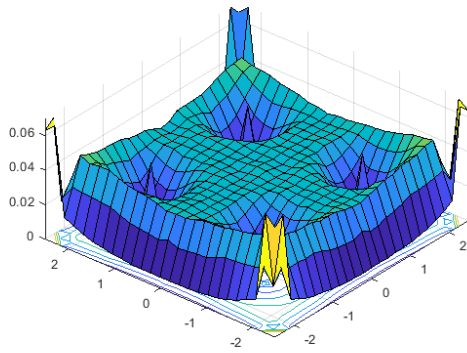
Σχήμα 6.5: Συνολική λαμβανόμενη ισχύς από 8 LED σε απουσία ανθρώπινων εμποδίων

αντίστοιχης πιθανότητας μπλοκαρίσματος για διαμόρφωση 4 LED, ακτίνα $r = r_1 = 0.2m$ και αριθμό στατικών ανθρώπινων εμποδίων 6. Στα σχήματα 6.7, 6.8, 6.9 απεικονίζονται τα ίδια προφίλ για την περίπτωση των 8 LED με στατικά εμπόδια, 4 LED με δυναμικά εμπόδια και 8 LED με δυναμικά



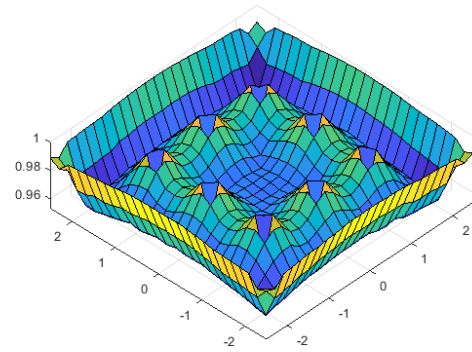
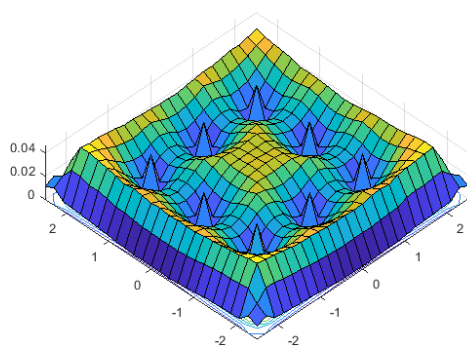
(α') Πιθανότητα ύπαρξης ζεύξης οπτικής επαφής (β') Πιθανότητα μπλοκαρίσματος LoS ζεύξεων

Σχήμα 6.6: Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 4 LED και 6 στατικά εμπόδια



(α') Πιθανότητα ύπαρξης ζεύξης οπτικής επαφής (β') Πιθανότητα μπλοκαρίσματος LoS ζεύξεων

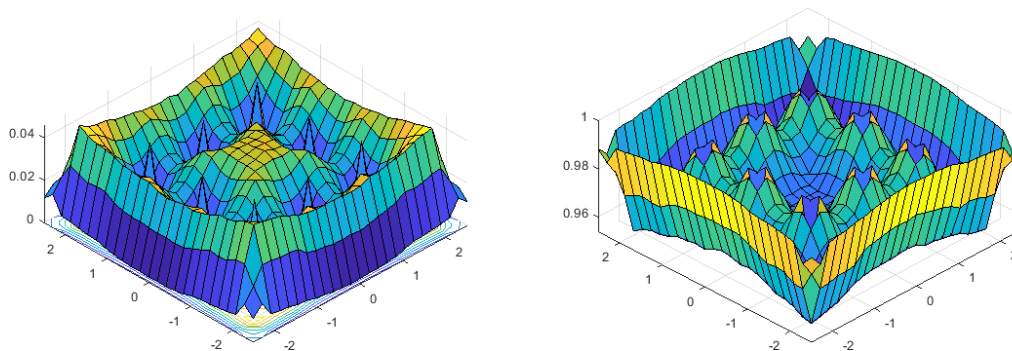
Σχήμα 6.7: Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 4 LED και 6 δυναμικά εμπόδια



(α') Πιθανότητα ύπαρξης ζεύξης οπτικής επαφής (β') Πιθανότητα μπλοκαρίσματος LoS ζεύξεων

Σχήμα 6.8: Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 8 LED και 6 στατικά εμπόδια

εμπόδια αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις η πιθανότητα μπλοκαρίσματος κοντά στους πομπούς LED είναι μικρή ενώ αυξάνεται όσο απομακρυνόμαστε από αυτά. Αυτό είναι άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι όσο απομακρυνόμαστε από τα LED το μήκος σκίασης αυξάνεται όπως



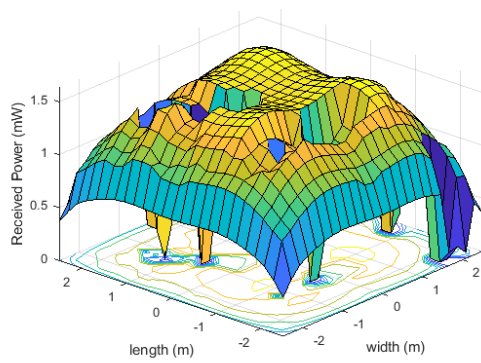
(α') Πιθανότητα ύπαρξης ζεύξης οπτικής επαφής (β') Πιθανότητα μπλοκαρίσματος LoS ζεύξεων

Σχήμα 6.9: Προφίλ πιθανότητας μπλοκαρίσματος με 8 LED και 6 δυναμικά εμπόδια

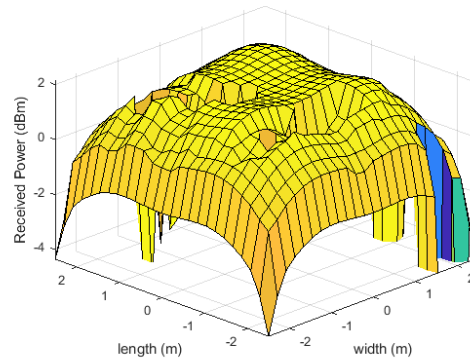
είδαμε στο σχήμα 4.1 (τύπος 4.1). Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η κίνητικότητα των εμποδίων δεν μεταβάλλει πολύ την πιθανότητα ολικού μπλοκαρίσματος και ειδικά όταν έχουμε μικρό αριθμό εμποδίων στο χώρο. Παρόλα αυτά στην περίπτωση των δυναμικών εμποδίων η πιθανότητα μπλοκαρίσματος είναι λίγο μεγαλύτερη στο κέντρο του δωματίου και λίγο μικρότερη στα άκρα αυτού το οποίο είναι άμεση συνέπεια της κατανομής των εμποδίων στο χώρο και άρα και της κατανομής της σκιάς τους.

6.3 Προφίλ λαμβανόμενης ισχύος με ανθρώπινα εμπόδια

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται το προφίλ της λαμβανόμενης ισχύος στο εσωτερικό του δωματίου στην παρουσία ανθρώπινων εμποδίων. Στο σχήμα 6.10(α') απεικονίζεται το προφίλ της λαμβανόμενης ισχύος με 4 LED και 6 ανθρώπινα εμπόδια ίδιας ακτίνας, μετρημένη σε mW . Στο σχήμα 6.10(β') απεικονίζεται η ίδια ισχύς μετρημένη σε dBm , στο σχήμα 6.11(β') απεικονίζεται η θέση των εμποδίων μέσα στο τρισδιάστατο δωμάτιο ενώ στο σχήμα 6.11(α') απεικονίζεται η θέση των εμποδίων στο δισδιάστατο επίπεδο (πάτωμα). Οι ίδιες απεικονίσεις για διαμόρφωση 4 LED με 12 εμπόδια, διαμόρφωση 8 LED με 6 εμπόδια και διαμόρφωση 8 LED με 12 εμπόδια, παρουσιάζονται στα σχήματα 6.12 - 6.17. Μπορεί να φανεί ότι υπάρχει ξαφνική πτώση της λαμβανόμενης ισχύος κάθε φορά που υπάρχει εμπόδιο μεταξύ του LED εκπομπής και του χρήστη μέσα στο δωμάτιο. Με βάση την απόσταση του εμποδίου και την απόσταση του χρήστη από το LED εκπομπής, η περιοχή σκιάς του έχει υπολογιστεί χρησιμοποιώντας το σχήμα 4.1. Καθώς η απόσταση από το LED στο μπλοκάρισμα αυξάνεται, χρησιμοποιώντας τον τύπο 4.1, μπορεί να αποδειχθεί ότι η περιοχή σκιάς μειώνεται και αντίστροφα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα περιοχές διαφορετικού μεγέθους του λαμβανόμενου προφίλ ισχύος σε σκίαση λόγω μπλοκαρίσματος και μπορεί επίσης να φανεί στα παραπάνω διαγράμματα. Επιπλέον, για να δούμε την επίδραση των ανθρώπινων εμποδίων του ίδιου αλλά και διαφορετικού μεγέθους για διαμορφώσεις LED 4 και 8, έχουμε υπολογίσει τη λαμβανόμενη οπτική ισχύ με αυξανόμενη ένταση εμποδίων, που συζητείται στις επόμενες ενότητες.

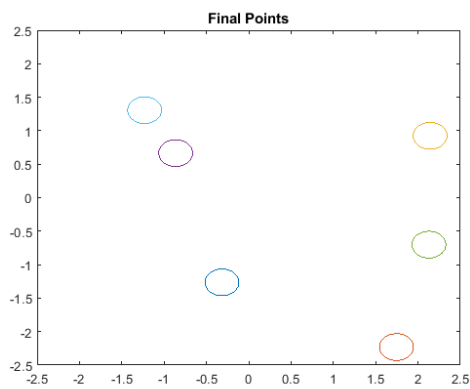


(α') Κλίμακα Watt

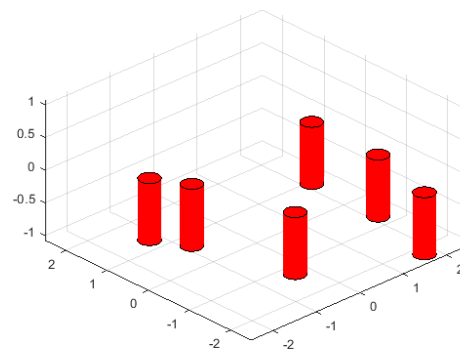


(β') Κλίμακα dB

Σχήμα 6.10: Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 4 LED και παρουσία 6 ανθρώπινων εμποδίων

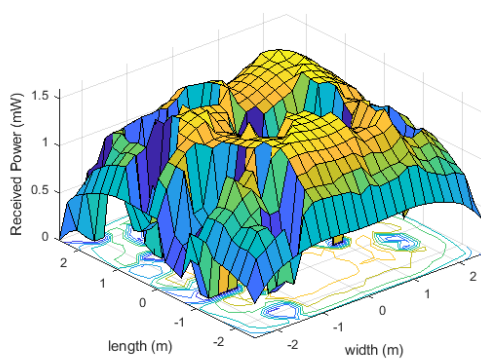


(α') Δισδιάστατο επίπεδο

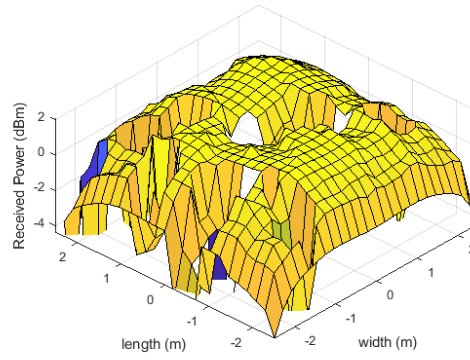


(β') Τρισδιάστατος χώρος

Σχήμα 6.11: Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο

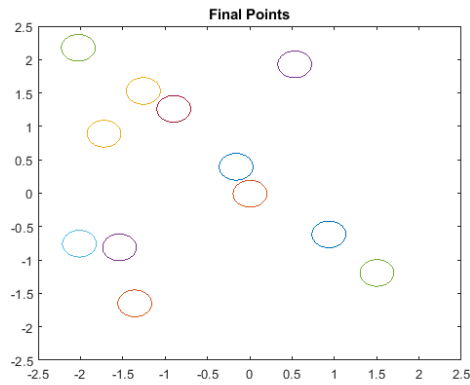


(α') Κλίμακα Watt

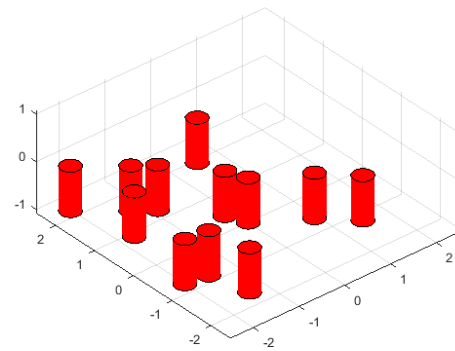


(β') Κλίμακα dB

Σχήμα 6.12: Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 4 LED και παρουσία 12 ανθρώπινων εμποδίων

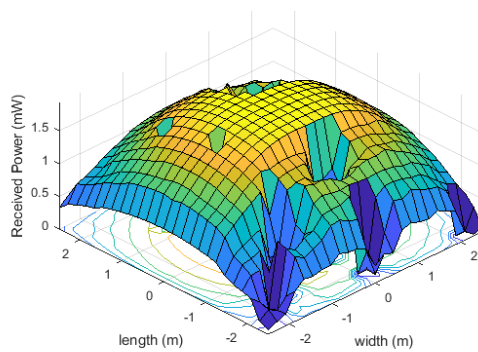


(α') Δισδιάστατο επίπεδο

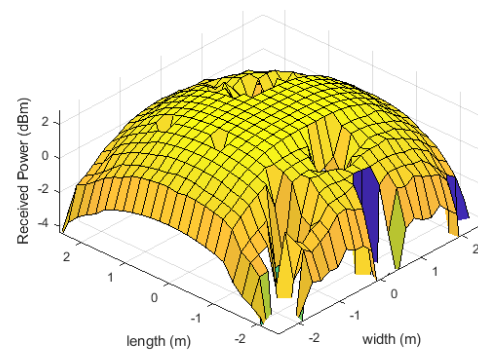


(β') Τρισδιάστατος χώρος

Σχήμα 6.13: Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο

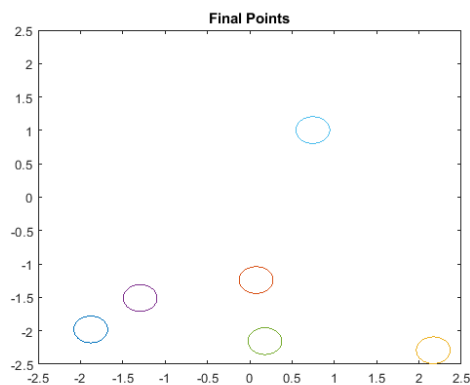


(α') Κλίμακα Watt

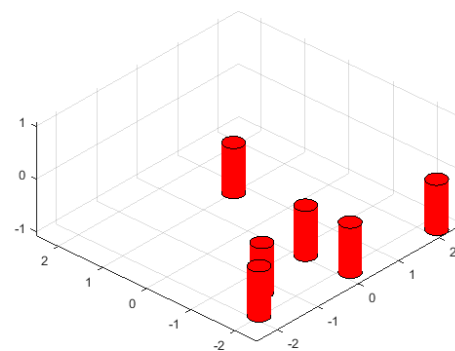


(β') Κλίμακα dB

Σχήμα 6.14: Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 8 LED και παρουσία 6 ανθρώπινων εμποδίων



(α') Δισδιάστατο επίπεδο

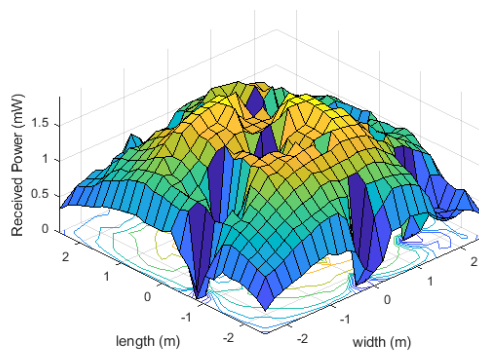


(β') Τρισδιάστατος χώρος

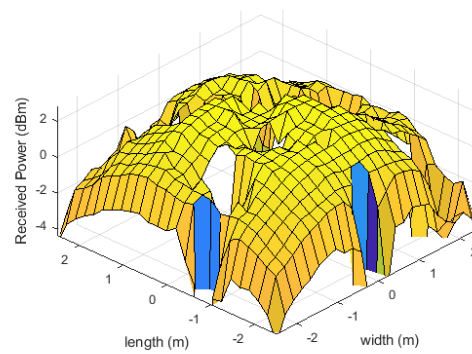
Σχήμα 6.15: Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο

6.4 Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή ένταση ομοιογενών εμποδίων

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η μέση λαμβανόμενη οπτικής ισχύς για ποίκιλη ένταση εμποδίων. Πιο συγκεκριμένα τα σχήματα 6.18(α'), 6.18(β') δείχνουν τη μέση λαμβανόμενη ισχύ για

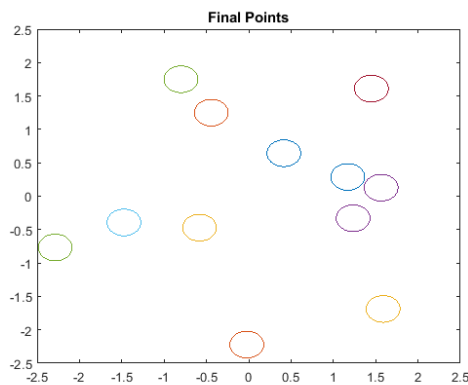


(α') Κλίμακα Watt

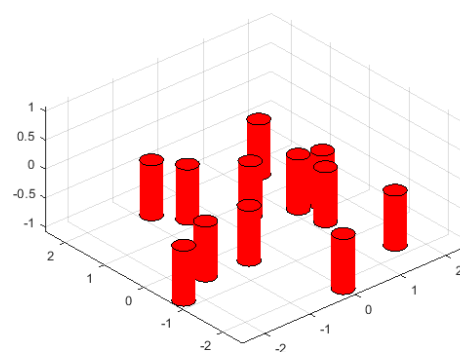


(β') Κλίμακα dB

Σχήμα 6.16: Προφίλ λαμβανόμενης οπτικής ισχύος με 8 LED και παρουσία 12 ανθρώπινων εμποδίων



(α') Δισδιάστατο επίπεδο

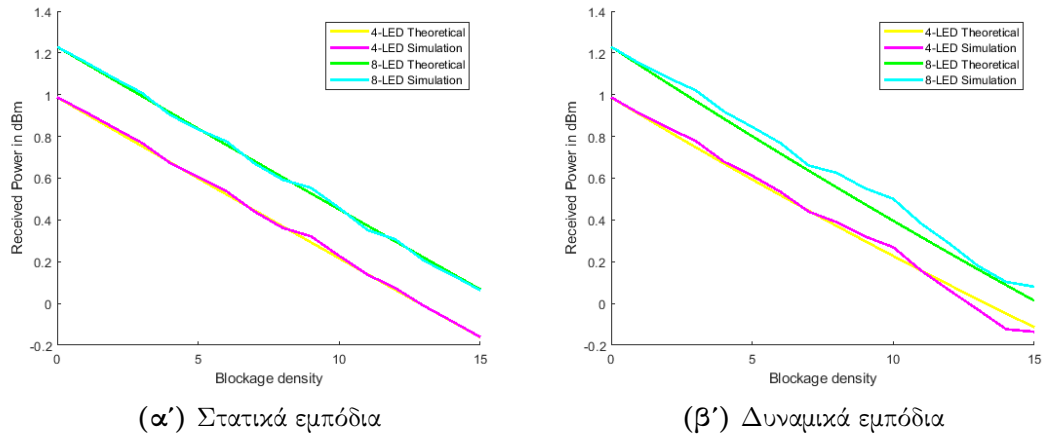


(β') Τρισδιάστατος χώρος

Σχήμα 6.17: Απεικόνιση των ανθρώπινων εμποδίων στο χώρο

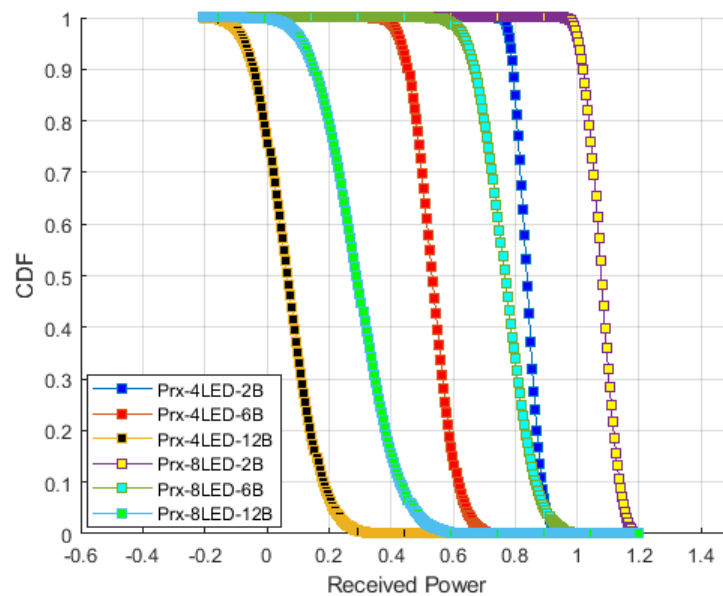
αυξανόμενη ένταση εμποδίων εντός του δωματίου με στατικά και δυναμικά εμπόδια αντίστοιχα. Έχουν ληφθεί υπόψη ανθρώπινα εμπόδια ίδιας ακτίνας $r_1 = 20\text{cm}$ και διαμόρφωση τεσσάρων αλλά και οχτώ LED. Τα θεωρητικά αποτελέσματα και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης συμφωνούν μεταξύ τους, επικυρώνοντας τους μαθηματικούς τύπους που διεξήγαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Να σημειωθεί ότι για να αξιοποιήσουμε το συνολικό περιορισμό ισχύος και για να υποστηρίξουμε δίκαιες συγκρίσεις μεταξύ των διαφορετικών διαμορφώσεων, χρησιμοποιήσαμε τη σταθερή ισχύ των 2 Watt για τη διαμόρφωση των 4 και των 8 LED. Έτσι, η ισχύς εκπομπής ανά LED είναι μεγαλύτερη στην διαμόρφωση των τεσσάρων LED, δηλαδή 0.5 Watt , ενώ στην περίπτωση των 8 LED είναι 0.25 Watt . Επιπλέον, η λαμβανόμενη ισχύς εξαρτάται από τη σχετική απόσταση μεταξύ των LED. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα LED τοποθετούνται σε ορθογώνια γεωμετρία και επομένως τα 4 LED χωρίζονται κατά μεγαλύτερη απόσταση σε σχέση με τη διαμόρφωση των 8 LED. Στην ορθογώνια διαμόρφωση των 8 LED που επιλέξαμε, εκτός του ότι η απόσταση των LED είναι μικρή, τα LED είναι τοποθετημένα προς το κέντρο του δωματίου αντί προς τις άκρες αυτού και έτσι η ισχύς είναι περισσότερο ομοιόμορφα κατανομημένη με γενικά υψηλότερες τιμές προς το κέντρο του δωματίου, με εξαίρεση τα σημεία κάτω από τα LED υψηλής ισχύος της διαμόρφωσης των 4 LED. Έτσι, όπως προκύπτει και από το σχήμα 6.18 η μέση λαμβανόμενη οπτική ισχύς είναι μεγαλύτερη

στη διαμόρφωση των 8 LED στην απουσία εμποδίων.



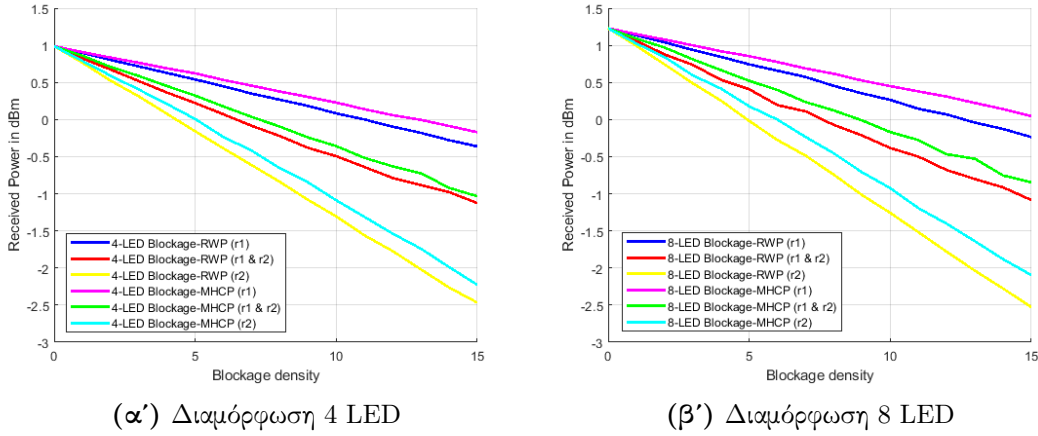
Σχήμα 6.18: Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή πυκνότητα στατικών και δυναμικών εμποδίων

Όσο αυξάνεται ο αριθμός των εμποδίων στο χωμάτιο τόσες περισσότερες ζεύξεις οπτικής επαφής μπλοκάρουν. Έτσι, παρόλο που στη διαμόρφωση 8 LED, κατά το μπλοκάρισμα μιας ζεύξης LED-δέκτη, η λαμβανόμενη ισχύς επηρεάζεται μόνο κατά το ήμισυ σε σχέση με τη διαμόρφωση 4 LED, τελικά περισσότερα σήματα οπτικής επαφής μπλοκάρουν και οι δύο διαμορφώσεις καταλήγουν να έχουν παρόμοια συμπεριφορά στην παρουσία εμποδίων. Αυτό παρατηρείται και από την αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (CDF) του σχήματος 6.19 η οποία απεικονίζει την πιθανότητα η μέση λαμβανόμενη ισχύς να είναι πάνω από μια ορισμένη τιμή. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των εμποδίων η απόσταση των CDF των 4 και 8 LED παραμένει σχεδόν ίδια.



Σχήμα 6.19: CDF μέσης λαμβανόμενης ισχύος για μεταβλητή ένταση ομοιογενών εμποδίων

6.5 Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητή ένταση ετερογενών εμποδίων



Σχήμα 6.20: Σύγκριση μέσης λαμβανόμενης ισχύος με ετερογενή πυκνότητα στατικών και δυναμικών εμποδίων με 4 και 8 LED

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η μέση λαμβανόμενη οπτική ισχύς για ποίκιλη ένταση εμποδίων και ποίκιλο μέγεθος εμποδίων. Έχουν εξεταστεί δύο μεγέθοι εμποδίων με ακτίνα r_1 και r_2 , με $r_1 < r_2$. Τα σχήματα 6.20(α') και 6.20(β') απεικονίζουν τη μέση λαμβανόμενη οπτική ισχύ για αυξανόμενη ένταση ετερογενών στατικών αλλά και δυναμικών εμποδίων μέσα στο δωμάτιο, με 4 και 8 LED αντίστοιχα. Παρατηρούμε παρόμοια συμπεριφορά στις δύο διαμορφώσεις LED. Ίδιος αριθμός εμποδίων έχει δημιουργηθεί σε κάθε περίπτωση, με ίση πιθανότητα. Για παράδειγμα, στην πραγματοποίηση ετερογενών εμποδίων, τόσο τα εμπόδια με ακτίνα r_1 όσο και τα εμπόδια με ακτίνα r_2 έχουν πραγματοποιηθεί με ίση πιθανότητα. Όπως είναι αναμενόμενο, η μέση λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται σε σχέση με την αυξανόμενη πυκνότητα των εμποδίων. Είναι φανερό από το σχήμα ότι τα ομοιογενή εμπόδια με ακτίνα r_1 αποδίδουν καλύτερα μεταξύ των εμποδίων με ακτίνα r_2 και των ετερογενών εμποδίων με ακτίνα r_1 & r_2 . Αυτό είναι άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι τα εμπόδια με ακτίνα r_1 καταλαμβάνουν λιγότερο χώρο με αποτέλεσμα η περιοχή σκίασής μεταξύ του LED και του δέκτη να είναι μικρότερη που σημαίνει λιγότερα μπλοκαρίσματα του σήματος οπτικής επαφής.

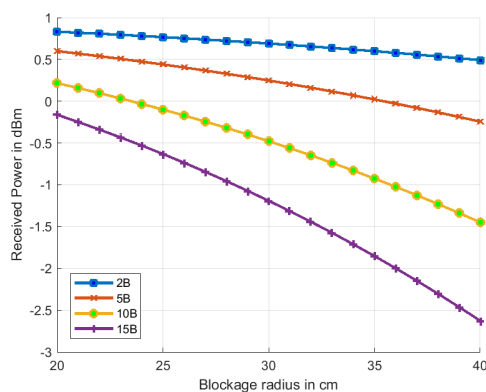
Επιπλέον παρατηρούμε ότι στην περίπτωση της ακτίνας r_1 , η μέση λαμβανόμενη οπτική ισχύς μειώνεται με βραδύτερο ρυθμό όσο αυξάνεται η ένταση των εμποδίων ενώ ο ρυθμός μείωσης της οπτικής ισχύς αυξάνεται όσο αυξάνονται τα εμπόδια ακτίνας r_2 . Αυτό συμβαίνει επειδή όπως αναφέρθηκε και πριν τα εμπόδια ακτίνας r_1 έχουν ως συνέπεια μικρότερη περιοχή σκίασης, και έτσι όσο αυξάνεται ο αριθμός των εμποδίων στο χώρο τόσο μεγαλύτερη θα είναι αυτή η διαφορά στην περιοχή σκίασης μεταξύ των δύο περιπτώσεων και τόσο δυσμενέστερη θα είναι η κατάσταση στην περίπτωση των μεγαλύτερων σε μέγεθος εμποδίων.

Τέλος, παρατηρείται ότι τα στατικά ακίνητα εμπόδια έχουν καλύτερη απόδοση από τα δυναμικά κινούμενα εμπόδια, ενώ όσο ο αριθμός των εμποδίων αυξάνεται τόσο αυξάνεται και αυτή η διαφορά στην απόδοση. Αυτό συμβαίνει επειδή όπως παρατηρείται από τα σχήματα 6.3, 6.5, και στην περίπτωση των 4 αλλά και στην περίπτωση των 8 LED η λαμβανόμενη οπτική ισχύς είναι υψηλότερη στο κέντρο του δωματίου παρά στις άκρες αυτού. Έτσι, περιοχές σκίασης στο κέντρο του δωματίου θα

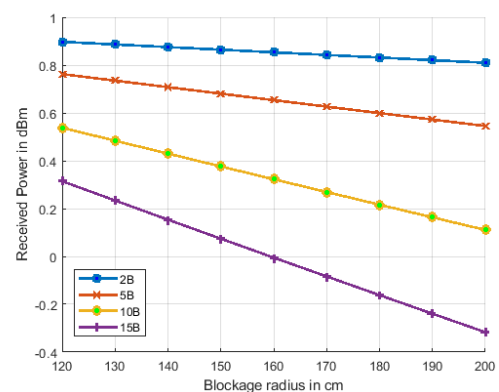
μειώνουν περισσότερο τη μέση οπτική ισχύ σε σχέση με περιοχές σκίασης στα άκρα του δωματίου. Ως εκ τούτου η διαφορά αυτή στην απόδοση οφείλεται στο γεγονός ότι τα δυναμικά εμπόδια έχουν την τάση να βρίσκονται περισσότερο προς το κέντρο του δωματίου δημιουργώντας περισσότερες περιοχές σκίασης σε αυτό.

6.6 Μέση λαμβανόμενη ισχύς με διαφορετική ακτίνα και ύψος εμποδίων

Σε αυτή την ενότητα, έχουμε σχεδιάσει τη μέση λαμβανόμενη ισχύ για διαφορετικό ύψος και πλάτος ανθρώπινων εμποδίων όπως φαίνεται στο σχήμα 6.21. Να σημειωθεί ότι επιλέχθηκαν στατικά ανθρώπινα εμπόδια και διαμόρφωση 4 LED. Για το πλάτος των ανθρώπινων εμποδίων, η ακτίνα έχει μεταβληθεί από 20cm έως 40cm έτσι ώστε να αντικατοπτρίζει το τυπικό μέγεθος της μέσης ενός ανθρώπου, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.21(α'). Μπορεί να παρατηρηθεί ότι η μέση λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται καθώς αυξάνεται το πλάτος των ανθρώπινων εμποδίων για διαφορετικές πυκνότητες εμποδίων. Ωστόσο, για μεγαλύτερο αριθμό εμποδίων η μείωση είναι μεγαλύτερη όπως ήταν αναμενόμενο με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην ενότητα 6.5. Ομοίως, το ύψος των εμποδίων έχει μεταβληθεί από 120cm έως 200cm για να αντανακλά το ανθρώπινο ύψος, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.21(β'). Μπορεί να παρατηρηθεί ότι η λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται καθώς το ύψος των ανθρώπινων εμποδίων αυξάνεται, λόγω της μεγαλύτερης σκιάς που προκαλούν. Ωστόσο, η μείωση αυτή είναι αρκετά μικρότερη σε σχέση με τη μείωση που παρατηρείται σε αύξηση του πλάτους των εμποδίων. Αυτό μπορεί να φανεί και αναλυτικά από τον τύπο 4.1 καθώς μια αύξηση στο ύψος θα έχει ως συνέπεια αύξηση της περιοχής σκίασης κατά $\frac{2d_T}{h_T} \cdot r_B dh_B$ ενώ μια αύξηση στο πλάτος θα έχει αύξηση της περιοχής σκίασης κατά $\frac{2d_T}{h_T} \cdot h_B dr_B$. Έτσι, επειδή $h_B \gg r_B$, μια στοιχειώδη αύξηση στο πλάτος του εμποδίου θα προκαλεί αρκετά μεγαλύτερη αύξηση της περιοχής σκίασης σε σχέση με μια στοιχειώδη αύξηση στο ύψος του εμποδίου.



(α') Μέση λαμβανόμενη ισχύς συναρτήσει μεταβαλλόμενης ακτίνας εμποδίων



(β') Μέση λαμβανόμενη ισχύς συναρτήσει μεταβαλλόμενου ύψους εμποδίων

Σχήμα 6.21: Μέση λαμβανόμενη ισχύς με μεταβλητό πλάτος και ύψος εμποδίων

Κεφάλαιο 7

Συμπεράσματα

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία, αναλύθηκε η απόδοση ενός συστήματος VLC εσωτερικού χώρου με ανθρώπινα εμπόδια. Για την πραγματοποίηση των στατικών και των δυναμικών εμποδίων στο εσωτερικό του δωματίου χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο MHCP και RWP, αντίστοιχα. Υπολογίστηκε επίσης το προφίλ της έντασης των εμποδίων για ομοιογενή και ετερογενή πυκνότητα εμποδίων καθώς και η αναλυτική έκφραση του ληφθέντος SNR για ανθρώπινα εμπόδια διαφορετικού μεγέθους μέσα στο δωμάτιο. Τα αναλυτικά αποτελέσματα είναι σε στενή συμφωνία με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, γεγονός που επικυρώνει το αναλυτικό πλαίσιο που προτείνεται στην εργασία. Το προφίλ της λαμβανόμενης ισχύος δείχνει την επίδραση της σκίασης ως προς τη μείωση της λαμβανόμενης ισχύς στις θέσεις των εμποδίων. Η πιθανότητα ολικού μπλοκαρίσματος του σήματος οπτικής επαφής έχει επίσης απεικονιστεί. Περαιτέρω, η λαμβανόμενη οπτική ισχύς με αυξανόμενο αριθμό ανθρώπινων εμποδίων ποικίλων μεγεθών με διαμόρφωση 4 και 8 LED έχει σχεδιαστεί. Τέλος, έχει αναλυθεί η επίδραση του ανθρώπινου ύψους και του ανθρώπινου πλάτους στη μέση λαμβανόμενη ισχύ. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι η λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται καθώς αυξάνεται το πλάτος των ανθρώπινων εμποδίων για διαφορετικές πυκνότητες εμποδίων. Ωστόσο, για μικρότερο αριθμό ανθρώπινων εμποδίων, η μείωση είναι μεγαλύτερη σε σύγκριση με το μεγαλύτερο αριθμό ανθρώπινων εμποδίων. Ταυτόχρονα, για μεγαλύτερο μέγεθος ανθρώπινων εμποδίων, είτε ύψους είτε πλάτους, η λαμβανόμενη ισχύς μειώνεται περαιτέρω. Συνάγεται το συμπέρασμα ότι η διαμόρφωση 8-LED αποδίδει καλύτερα σε σύγκριση με τα 4-LED για την ίδια συνολική οπτική ισχύ των LED εκπομπής.

Βιβλιογραφία

- [1] A. Khreishah, S. Shao, A. Gharaibeh, M. Ayyash, H. Elgala, and N. Ansari, “A hybrid rf-vlc system for energy efficient wireless access,” *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, vol. 2, no. 4, pp. 932–944, Dec. 2018.
- [2] L. U. Khan, “Visible light communication: Applications, architecture, standardization and research challenges,” *Digital Communications and Networks*, vol. 3, no. 2, pp. 78–88, 2017.
- [3] A. Singh, G. Ghatak, A. Srivastava, V. A. Bohara, and A. K. Jagadeesan, “Performance analysis of indoor communication system using off-the-shelf leds with human blockages,” *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 2, pp. 187–198, 2021.
- [4] H. Tabassum and E. Hossain, “Coverage and rate analysis for co-existing rf/vlc downlink cellular networks,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 17, no. 4, pp. 2588–2601, 2018.
- [5] B. G. Guzman, A. L. Serrano, and V. P. Gil Jimenez, “Cooperative optical wireless transmission for improving performance in indoor scenarios for visible light communications,” *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 61, no. 4, pp. 393–401, 2015.
- [6] Y. U. Lee and M. Kavehrad, “Two hybrid positioning system design techniques with lighting leds and ad-hoc wireless network,” *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 58, no. 4, pp. 1176–1184, 2012.
- [7] M. Gapeyenko, A. Samuylov, M. Gerasimenko, D. Moltchanov, S. Singh, E. Aryafar, S.-p. Yeh, N. Himayat, S. Andreev, and Y. Koucheryavy, “Analysis of human-body blockage in urban millimeter-wave cellular communications,” in *2016 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2016, pp. 1–7.
- [8] M. A. Dastgheib, H. Beyranvand, and J. A. Salehi, “Optimal visible light communication access point placement under stationary distribution of users’ mobility,” in *2018 9th International Symposium on Telecommunications (IST)*, 2018, pp. 96–101.
- [9] C. Bettstetter, H. Hartenstein, and X. Pérez-Costa, “Stochastic properties of the random waypoint mobility model,” *Wireless Networks*, vol. 10, no. 5, pp. 555–567, 2004.
- [10] L. Feng, R. Q. Hu, J. Wang, and Y. Qian, “Deployment issues and performance study in a relay-assisted indoor visible light communication system,” *IEEE Systems Journal*, vol. 13, no. 1, pp. 562–570, 2019.

- [11] P. Fulop, S. Szabo, and T. Szalka, “Accuracy of random walk and markovian mobility models in location prediction methods,” in *2007 15th International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks*, 2007, pp. 1–5.
- [12] X. Hong, M. Gerla, G. Pei, and C.-C. Chiang, “A group mobility model for ad hoc wireless networks,” in *Proceedings of the 2nd ACM International Workshop on Modeling, Analysis and Simulation of Wireless and Mobile Systems*, ser. MSWiM '99. Association for Computing Machinery, 1999, p. 53–60.
- [13] I. Rhee, M. Shin, S. Hong, K. Lee, S. J. Kim, and S. Chong, “On the levy-walk nature of human mobility,” *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 19, no. 3, pp. 630–643, 2011.
- [14] F. Ashtiani, J. Salehi, and M. Aref, “Mobility modeling and analytical solution for spatial traffic distribution in wireless multimedia networks,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 21, no. 10, pp. 1699–1709, 2003.
- [15] G. H. Mohimani, F. Ashtiani, A. Javanmard, and M. Hamdi, “Mobility modeling, spatial traffic distribution, and probability of connectivity for sparse and dense vehicular ad hoc networks,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 4, pp. 1998–2007, 2009.
- [16] T. Camp, J. Boleng, and V. Davies, “A survey of mobility models for ad hoc network research,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 2, no. 5, pp. 483–502, 2002. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/wcm.72>
- [17] Y. Qiu, H.-H. Chen, and W.-X. Meng, “Channel modeling for visible light communications—a survey,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 16, no. 14, pp. 2016–2034, 2016. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/wcm.2665>
- [18] S. R. Z. Ghassemlooy, W. Popoola, *Optical Wireless Communications: System and Channel Modelling with MATLAB® (2nd ed.)*. CRC Press, 2018.
- [19] S. Chiu, D. Stoyan, W. Kendall, and J. Mecke, *Stochastic Geometry and Its Applications*. Wiley, 09 2013.
- [20] M. Månsson and M. Rudemo, “Random patterns of nonoverlapping convex grains,” *Advances in Applied Probability*, vol. 34, no. 4, p. 718–738, 2002.
- [21] C. Bettstetter and C. Wagner, “The spatial node distribution of the random waypoint mobility model,” in *Mobile Ad-Hoc Netzwerke, 1. Deutscher Workshop über Mobile Ad-Hoc Netzwerke WMAN 2002*, M. Weber and F. Kargl, Eds. Bonn: Gesellschaft für Informatik e.V., 2002, pp. 41–58.
- [22] I. Neokosmidis, T. Kamalakis, J. W. Walewski, B. Inan, and T. Sphicopoulos, “Impact of nonlinear led transfer function on discrete multitone modulation: Analytical approach,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 22, pp. 4970–4978, 2009.