1

Воспользуемся методом Якоби для решения уравнения $Ax = b$, который сходится, если A имеет диагональное преобладание. $A = D + L + U$, где L — нижняя треугольная часть, U — верхняя треугольная часть, D — диагональ.

$(D + L + U)x = b \Rightarrow Dx = -(L + U)x + b \Rightarrow x = D^{-1}(b - (L + U)x)$.

Положим $x_{k+1} = D^{-1}(b - (L + U)x_k)$. Переписывая в виде $x_{k+1} = Bx_k + q$, получаем:

$$B = -D^{-1}(L{+}U),\, q = D^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{b_1}{A_{11}} \\ \dots \\ \frac{b_n}{A_{nn}} \end{pmatrix},\, Bx_k = -D^{-1}(L{+}U)x_k = -\begin{pmatrix} \frac{1}{A_{11}} \sum\limits_{j \neq 1} A_{1j}(x_k)_j \\ \dots \\ \frac{1}{A_{nn}} \sum\limits_{j \neq n} A_{nj}(x_k)_j \end{pmatrix}.$$

2

$x_{k+1} = Bx_k$

Если $||B|| < 1$, $x_k \xrightarrow[k \to \infty]{} \mathbf{0}$, так как $||x_k|| \leq ||B||^k \cdot ||x_0|| \xrightarrow[k \to \infty]{} 0$ (все компоненты предела одинаковы, пример — $B = \frac{1}{2}Id$).

Если $||B|| > 1$, x_k расходится.

Если $||B|| = 1$, x_k может сходиться или расходиться. Например, при $B = I$, $x_k \xrightarrow[k \to \infty]{} x_0$.

3

Умножение матрицы на вектор можно распараллеливать по строкам матрицы. Для каждой строки матрицы, в свою очередь, можно параллельно сделать поэлементное умножение, а затем параллельно сложить получившиеся числа методом разделяй и властвуй.