



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**Институт**

**ИВТИ**

**Кафедра**

**УИТ**

**ЗАДАНИЕ**  
**НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ**  
**(БАКАЛАВРСКУЮ РАБОТУ)**

**Направление**

**27.03.04 Управление в технических системах**

(код и наименование)

**Образовательная  
программа**

**Управление и информатика в технических  
системах**

**Форма обучения**

**очная**

(очная/очно-заочная/заочная)

**Тема:**

**Разработка программного средства для решения задачи  
декомпозиции математических моделей линейных  
разнотемповых динамических систем**

**Студент**

**А-02-21**

группа

подпись

**Ермакова П.А.**

фамилия и инициалы

**Руководитель  
ВКР**

**ст. преподаватель**

**Сидорова Е.Ю.**

уч. степень

должность

подпись

фамилия и инициалы

**Консультант**

уч. степень

должность

подпись

фамилия и инициалы

**Внешний  
консультант**

уч. степень

должность

подпись

фамилия и инициалы

организация

**Заведующий  
кафедрой**

**Д.Т.Н.**

**доцент**

**Бобряков А.В.**

уч. степень

звание

подпись

фамилия и инициалы

**Место выполнения работы**

**ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»**

## **Оглавление**

Глава 1. Теоретическая справка.....	4
1.1. Введение.....	4
1.2. Пример декомпозиции системы 4 порядка.....	4
1.3. Моделирование в SimInTech.....	10
Глава 2. ПО для исследования декомпозиции многотемповых линейных систем.....	12
2.1. Введение.....	12
2.2. Программное обеспечение.....	13
2.3. Листинг программы.....	15

## Глава 1. Теоретическая справка

### 1.1. Введение

Когда в системе присутствуют переменные, меняющиеся с разной скоростью, их называют разнотемповыми или многотемповыми системами. Эти системы образуют отдельный класс в классификации динамических систем и широко применяются на практике. Их отличительная черта – возможность описания моделями различных порядков на разных временных интервалах наблюдения.

Декомпозиция модели предполагает замену исходной системы (1.1) на систему дифференциально-алгебраических уравнений.

Упрощенная модель определяется подсистемой дифференциальных уравнений (1.2) полученной из исходной модели путем исключения переменных и учета их алгебраических связей. Решение системы (1.2) может отличаться от решения исходной модели (1.1), что означает, что модель (1) завышенного порядка может быть неадекватной. Поэтому при декомпозиции указывают допустимую погрешность решения системы (1.2) по сравнению с исходной моделью (1.1), чтобы определить временной интервал применимости упрощенной модели (1.2).

$$\dot{\vec{x}} = \vec{\phi}(\vec{x}, t) \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} \vec{\tilde{x}}' = \vec{\tilde{\phi}}(\vec{\tilde{x}}) \\ \vec{\Phi}(\vec{\tilde{x}}, t) = 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Временной интервал справедливости упрощенной модели (1.2) определяется как:

$$\Gamma_v = \frac{-1}{\alpha_v} \ln(\delta^0)$$

Где  $\delta^0$  - допустимое значение погрешности,  $\alpha_v$  - собственное значение системы (1.1).

### 1.2. Пример декомпозиции системы 4 порядка.

Имеется система дифференциальных уравнений:

$$\dot{\vec{x}} = A \vec{x} \quad (1)$$

Также имеются собственные числа:

$$\vec{\lambda} = (-10, -5, -1, -0.5)$$

Найдем решение в виде:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix} (\vec{\alpha}_1 \vec{\alpha}_2 \vec{\alpha}_3 \vec{\alpha}_4) * \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} \\ e^{\lambda_2} \\ e^{\lambda_3} \\ e^{\lambda_4} \end{pmatrix} = C_1 * \vec{\alpha}^1 * e^{\lambda_1} + C_2 * \vec{\alpha}^2 * e^{\lambda_2} + C_3 * \vec{\alpha}^3 * e^{\lambda_3} + C_4 * \vec{\alpha}^4 * e^{\lambda_4} (*)$$

Для получения матрицы А воспользуемся формулой:

$$A = T^{-1} * B * T \quad (v)$$

Получим случайную матрицу Т:

$$T = \begin{pmatrix} -2 & -10 & -5 & 14 \\ 12 & -6 & 10 & -2 \\ -6 & 11 & 3 & -11 \\ 14 & 2 & -7 & -11 \end{pmatrix}$$

Проверим матрицу на вырожденность:

$$\begin{aligned} \det T &\neq 0 \\ \det T &= -3968 \end{aligned}$$

⇒ Матрица невырожденная, значит дальнейшие расчеты имеют место быть.

Запишем диагональную матрицу В, состоящую из собственных чисел:

$$B = \begin{pmatrix} -10.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5000 \end{pmatrix}$$

Составим матрицу А по правилу (v):

$$A = \begin{pmatrix} -3.0504 & -44.6371 & -14.7046 & 56.9748 \\ -1.4677 & -89.0323 & -25.8790 & 110.2661 \\ -3.4798 & -10.1452 & -6.7681 & 15.2601 \\ -1.2984 & -66.4516 & -19.4315 & 82.3508 \end{pmatrix}$$

Система (1) имеет вид:

$$\vec{\dot{x}} = \begin{pmatrix} -3.0504 - 44.6371 - 14.7046 & 56.9748 \\ -1.4677 - 89.0323 - 25.8790 & 110.2661 \\ -3.4798 - 10.1452 & -6.7681 & 15.2601 \\ -1.2984 - 66.4516 - 19.4315 & 82.3508 \end{pmatrix} \vec{x}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3.0504 x_1 - 44.6371 x_2 - 14.7046 x_3 + 56.9748 x_4 \\ \dot{x}_2 &= -1.4677 x_1 - 89.0323 x_2 - 25.8790 x_3 + 110.2661 x_4 \\ \dot{x}_3 &= -3.4798 x_1 - 10.1452 x_2 - 6.7681 x_3 + 15.2601 x_4 \\ \dot{x}_4 &= -1.2984 x_1 - 66.4516 x_2 - 19.4315 x_3 + 82.3508 x_4 \end{aligned} \quad (2)$$

Рассчитаем собственные вектора и числа:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0.379009 & 0.318930 & -0.393187 & 0.263195 \\ 0.734644 & 0.755812 & -0.705996 & 0.701854 \\ 0.096839 & -0.042371 & -0.068777 & 0.229452 \\ 0.554322 & 0.570295 & -0.585016 & 0.620871 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} -10.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5000 \end{pmatrix}$$

Проверим, что собственные вектора и числа рассчитаны правильно:

$$A \vec{\alpha}_i = \lambda_i \vec{\alpha}_i,$$

где  $\vec{\alpha}_i$  - вектор-столбец матрицы  $\alpha$

Для  $A \vec{\alpha}_1 = \lambda_1 \vec{\alpha}_1$ :

$$\begin{pmatrix} -3.7901 \\ -7.3464 \\ -0.9684 \\ -5.5432 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.7901 \\ -7.3464 \\ -0.9684 \\ -5.5432 \end{pmatrix}$$

Для  $A \vec{\alpha}_2 = \lambda_2 \vec{\alpha}_2$ :

$$\begin{pmatrix} -1.5946 \\ -3.7791 \\ 0.2119 \\ -2.8515 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.5946 \\ -3.7791 \\ 0.2119 \\ -2.8515 \end{pmatrix}$$

Для  $A \vec{\alpha}_3 = \lambda_3 \vec{\alpha}_3$ :

$$\begin{pmatrix} 0.393187 \\ 0.705996 \\ 0.068777 \\ 0.585016 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.393187 \\ 0.705996 \\ 0.068777 \\ 0.585016 \end{pmatrix}$$

Для  $A\vec{\alpha}_4 = \lambda_4 \vec{\alpha}_4$ :

$$\begin{pmatrix} -0.1316 \\ -0.3509 \\ -0.1147 \\ -0.3104 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.1316 \\ -0.3509 \\ -0.1147 \\ -0.3104 \end{pmatrix}$$

Зададим вектор начальных условий:

$$\vec{x}_0^T = (2.0000 - 1.5000 \ 1.0000 - 2.5000)$$

Найдем коэффициенты  $C_i$ . Из уравнения (\*) можно сказать, что:

$$C = \alpha^{-1} \vec{x}_0$$

Тогда:

$$C = \begin{pmatrix} 35.0181 \\ -21.1266 \\ 2.4331 \\ -13.5930 \end{pmatrix}$$

Запишем уравнения (\*):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix} (\vec{\alpha}_1 \vec{\alpha}_2 \vec{\alpha}_3 \vec{\alpha}_4) * \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} \\ e^{\lambda_2} \\ e^{\lambda_3} \\ e^{\lambda_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.2722 & -6.7379 & -0.9567 & -3.5776 \\ 25.7258 & -15.9677 & -1.7177 & -9.5403 \\ 3.3911 & 0.8952 & -0.1673 & -3.1190 \\ 19.4113 & -12.0484 & -1.4234 & -8.4395 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} \\ e^{\lambda_2} \\ e^{\lambda_3} \\ e^{\lambda_4} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 13.2722 e^{\lambda_1 t} - 6.7379 e^{\lambda_2 t} - 0.9567 e^{\lambda_3 t} - 3.5776 e^{\lambda_4 t} \\ 25.7258 e^{\lambda_1 t} - 15.9677 e^{\lambda_2 t} - 1.7177 e^{\lambda_3 t} - 9.5403 e^{\lambda_4 t} \\ 3.3911 e^{\lambda_1 t} + 0.8952 e^{\lambda_2 t} - 0.1673 e^{\lambda_3 t} - 3.1190 e^{\lambda_4 t} \\ 19.4113 e^{\lambda_1 t} - 12.0484 e^{\lambda_2 t} - 1.4234 e^{\lambda_3 t} - 8.4395 e^{\lambda_4 t} \end{pmatrix}$$

Пусть имеется матрица H:

$$H = (\vec{\alpha}_1 \vec{\alpha}_2 \vec{\alpha}_3 \vec{\alpha}_4) \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.2722 & -6.7379 & -0.9567 & -3.5776 \\ 25.7258 & -15.9677 & -1.7177 & -9.5403 \\ 3.3911 & 0.8952 & -0.1673 & -3.1190 \\ 19.4113 & -12.0484 & -1.4234 & -8.4395 \end{pmatrix}$$

Тогда :

$$\begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \\ e^{\lambda_3 t} \\ e^{\lambda_4 t} \end{pmatrix} = H^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} (**)$$

Найдем  $H^{-1}$ :

$$H^{-1} = \begin{pmatrix} 0.068966 & 0.344828 & 0.172414 & -0.482759 \\ 0.250000 & -0.125000 & 0.208333 & -0.041667 \\ -3.000000 & 5.500000 & 1.500000 & -5.500000 \\ 0.307692 & 0.043956 & -0.153846 & -0.241758 \end{pmatrix}$$

Запишем уравнение (\*\*):

$$\begin{pmatrix} e^{-10t} \\ e^{-5t} \\ e^{-t} \\ e^{-0.5t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.068966 & 0.344828 & 0.172414 & -0.482759 \\ 0.250000 & -0.125000 & 0.208333 & -0.041667 \\ -3.000000 & 5.500000 & 1.500000 & -5.500000 \\ 0.307692 & 0.043956 & -0.153846 & -0.241758 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0.068966 x_1 + 0.344828 x_2 + 0.172414 x_3 - 0.482759 x_4 \\ 0.250000 x_1 - 0.125000 x_2 + 0.208333 x_3 - 0.041667 x_4 \\ -3.000000 x_1 + 5.500000 x_2 + 1.500000 x_3 - 5.500000 x_4 \\ 0.307692 x_1 + 0.043956 x_2 - 0.153846 x_3 - 0.241758 x_4 \end{pmatrix} (***)$$

Пусть:

$$\begin{pmatrix} e^{-10t} \\ e^{-5t} \\ e^{-t} \\ e^{-0.5t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix}$$

Тогда уравнение (\*\*\*) примет вид :

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.068966 x_1 & 0.344828 x_2 & 0.172414 x_3 & -0.482759 x_4 \\ 0.250000 x_1 & -0.125000 x_2 & 0.208333 x_3 & -0.041667 x_4 \\ -3.000000 x_1 & 5.500000 x_2 & 1.500000 x_3 & -5.500000 x_4 \\ 0.307692 x_1 & 0.043956 x_2 & -0.153846 x_3 & -0.241758 x_4 \end{pmatrix}$$

Запишем это уравнение в следующем виде:

$$\begin{aligned}
e_1 &= 0.068966 x_1 + 0.344828 x_2 + 0.172414 x_3 - 0.482759 x_4 \\
e_2 &= 0.250000 x_1 - 0.125000 x_2 + 0.208333 x_3 - 0.041667 x_4 \\
e_3 &= -3.000000 x_1 + 5.500000 x_2 + 1.500000 x_3 - 5.500000 x_4 \\
e_4 &= 0.307692 x_1 + 0.043956 x_2 - 0.153846 x_3 - 0.241758 x_4
\end{aligned} \tag{3}$$

Введем голономную связь  $e_1=0$ , тогда система (3) примет вид:

$$\begin{aligned}
0 &= 0.068966 x_1 + 0.344828 x_2 + 0.172414 x_3 - 0.482759 x_4 \\
e_2 &= 0.250000 x_1 - 0.125000 x_2 + 0.208333 x_3 - 0.041667 x_4 \\
e_3 &= -3.000000 x_1 + 5.500000 x_2 + 1.500000 x_3 - 5.500000 x_4 \\
e_4 &= 0.307692 x_1 + 0.043956 x_2 - 0.153846 x_3 - 0.241758 x_4
\end{aligned} \tag{4}$$

Выразим  $x_1$  из (4):

$$\begin{aligned}
x_1 &= -\frac{0.344828}{0.068966} x_2 - \frac{0.172414}{0.068966} x_3 + \frac{0.482759}{0.068966} x_4 \\
&\quad - 4.999971000203 \cdot x_2 - 2.4999855001015 \cdot x_3 + 6.9999565003045 \cdot x_4
\end{aligned}$$

После подстановки в исходную систему (2), получаем:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= -1.4677 * (-4.999971000203 \cdot x_2 - 2.4999855001015 \cdot x_3 + 6.9999565003045 \cdot x_4) - \\
&\quad - 89.0323 x_2 - 25.8790 x_3 + 110.2661 x_4 = \\
&= -81.6938425630021 \cdot x_2 - 22.209771281501 \cdot x_3 + 99.9922638445031 \cdot x_4
\end{aligned}$$

Для остальных  $\dot{x}_i$  аналогичным образом подставляем  $x_1$ . В результате получаем следующую систему пониженного порядка:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= -81.6938425630021 \cdot x_2 - 22.209771281501 \cdot x_3 + 99.9922638445031 \cdot x_4 \\
\dot{x}_3 &= 7.2536990865064 \cdot x_2 + 1.9313495432532 \cdot x_3 - 9.09834862975959 \cdot x_4 \\
\dot{x}_4 &= -59.9596376533364 \cdot x_2 - 16.1855188266682 \cdot x_3 + 73.2620564800046 \cdot x_4
\end{aligned} \tag{5}$$

Рассчитаем  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_4$ . Пусть  $\delta^0=0.05$ , тогда:

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &= \frac{1}{-10} * \ln(0.1) = 0.299573 \\
\Gamma_4 &= \frac{1}{-0.5} * \ln(0.05) = 5.99146
\end{aligned}$$

Для упрощенной системы общий интервал справедливости  $t \in [\Gamma_1; \Gamma_n]$



### 1.3. Моделирование в SimInTech

Проведем моделирование систем по схеме, изображенной на Рисунок 1. Рассмотрим графики, полученные после моделирования. На Рисунок 2 изображен график исходной системы и системы с пониженным порядком. Если рассмотреть график представленный на Рисунок 3, то можно увидеть что между вырожденными переменными и переменными исходной модели максимальная ошибка около 5%.

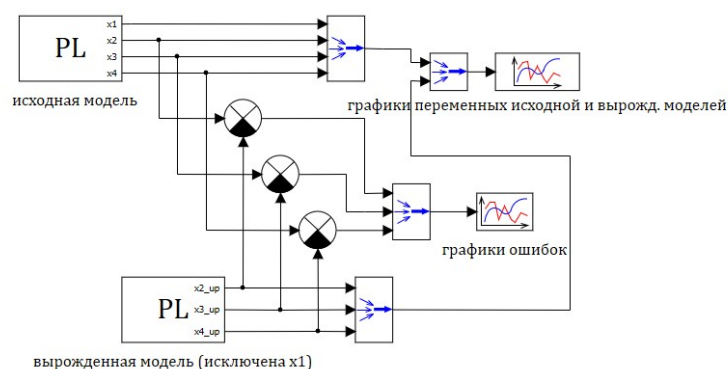


Рисунок 1.Схема моделирования SimInTech

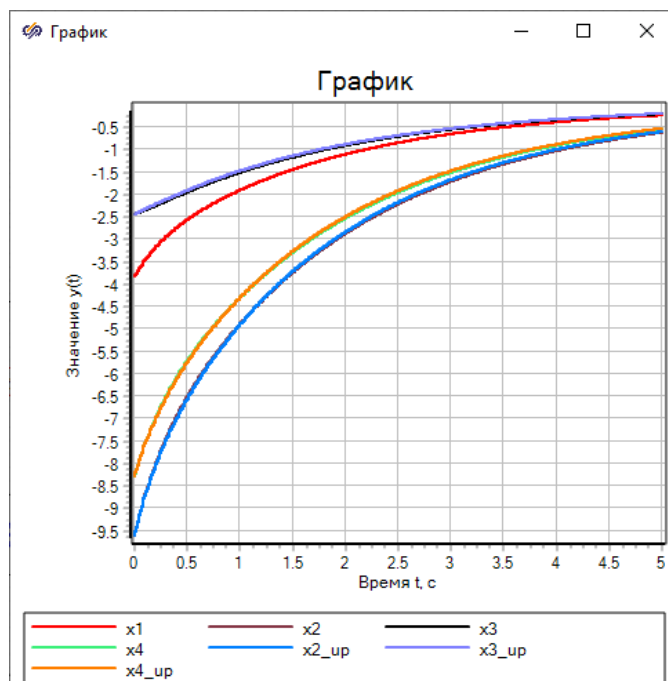


Рисунок 2.График исходной системы и системы с пониженным порядком

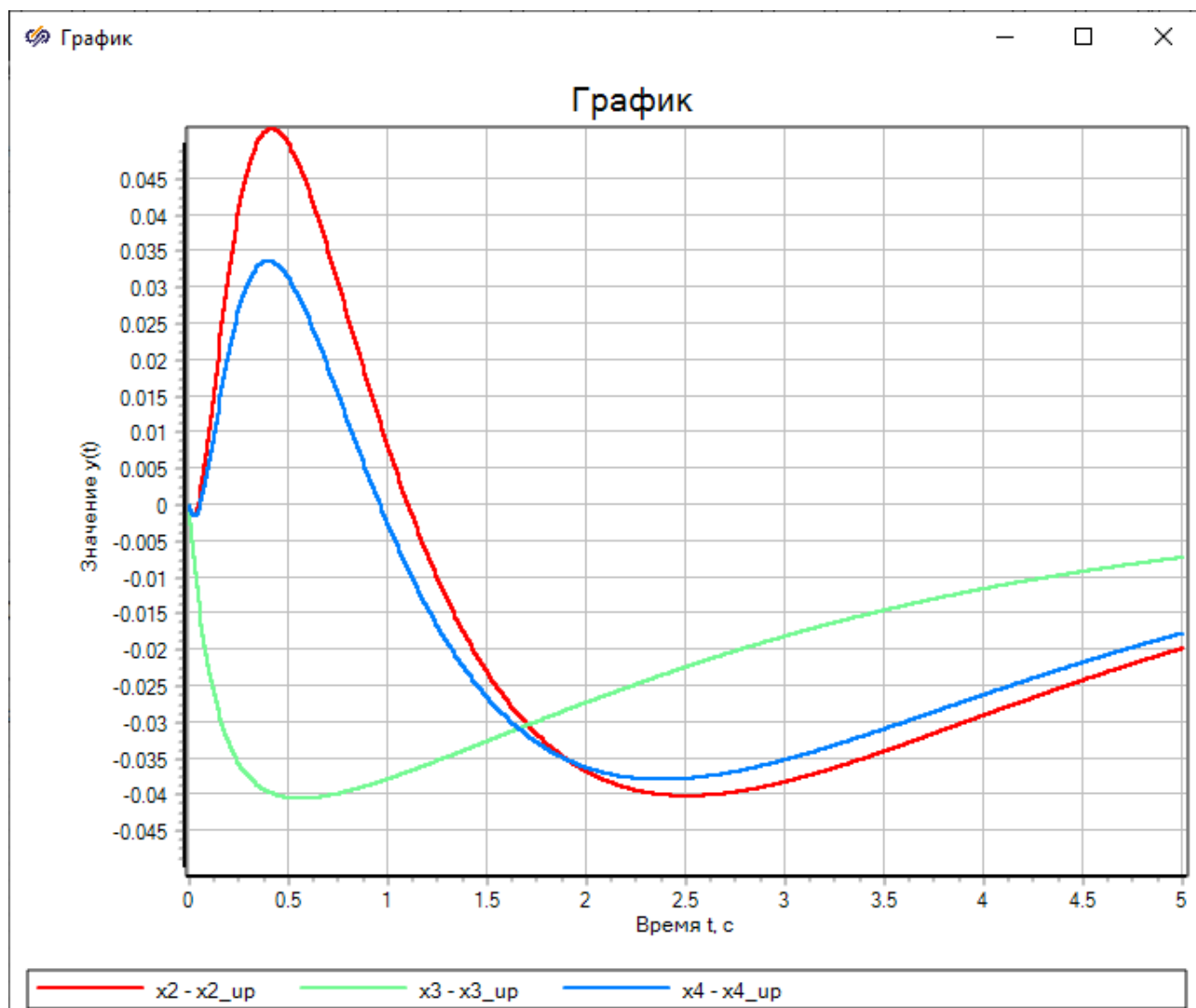


Рисунок 3.График ошибок

## Глава 2. ПО для исследования декомпозиции многотемповых линейных систем.

### 2.1. Введение

Разработка программного обеспечения для исследования декомпозиции многотемповых линейных систем будет проводиться на базе языка программирования Python 3. Выбор Python 3 для разработки программного обеспечения имеет множество достоинств. Рассмотрим несколько из них:

1. **Читаемость кода:** Python 3 имеет простую и читаемую синтаксическую структуру, что делает код легким для понимания и поддержки.

2. **Стандартные библиотеки:** Python 3 поставляется с обширным набором стандартных библиотек, которые охватывают множество задач, таких как работа с файлами, сетевое программирование, обработка текстов и многого другого.

3. **Обширное сообщество:** Python имеет огромное сообщество разработчиков, которые активно делятся своими наработками и помогают друг другу решать проблемы.

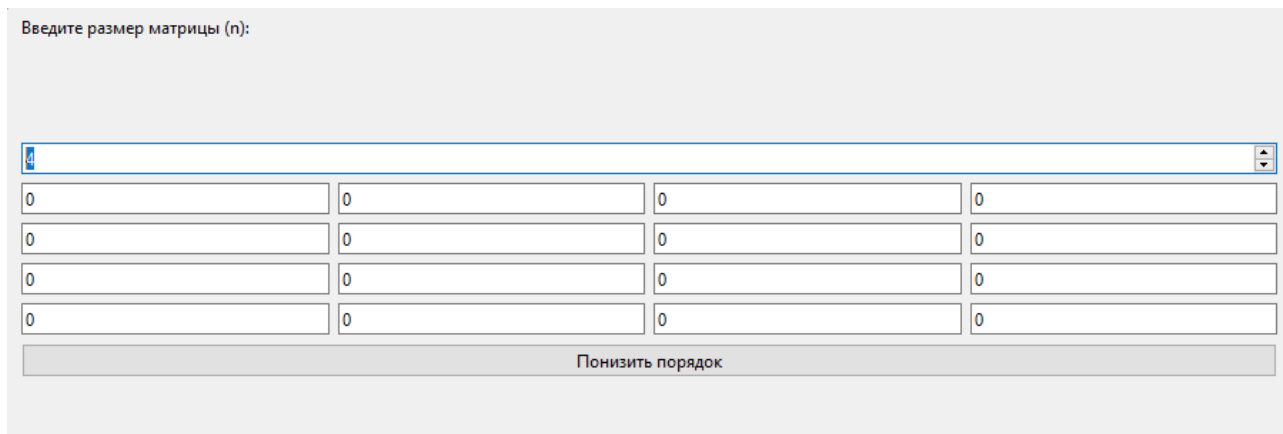
4. **Кроссплатформенность:** Программы, написанные на Python 3, могут работать на различных операционных системах без необходимости вносить изменения в код.

5. **Активное развитие:** Python 3 продолжает активно развиваться и совершенствоваться, получая новые функции и улучшения производительности. Это гарантирует, что язык остается актуальным и конкурентоспособным.

Таким образом, Python 3 сочетает в себе удобство использования, широкие возможности, поддержку сообщества и постоянное развитие, что делает его идеальным выбором для разработки программного обеспечения, включая исследования в области декомпозиции многотемповых линейных систем.

## 2.2. Программное обеспечение

Рассмотрим интерфейс полученной программы. На Рисунок 4, Рисунок 5 представлены окна для ввода размерности матрицы, самой матрицы, а так же для ввода начальных условий и ошибки.



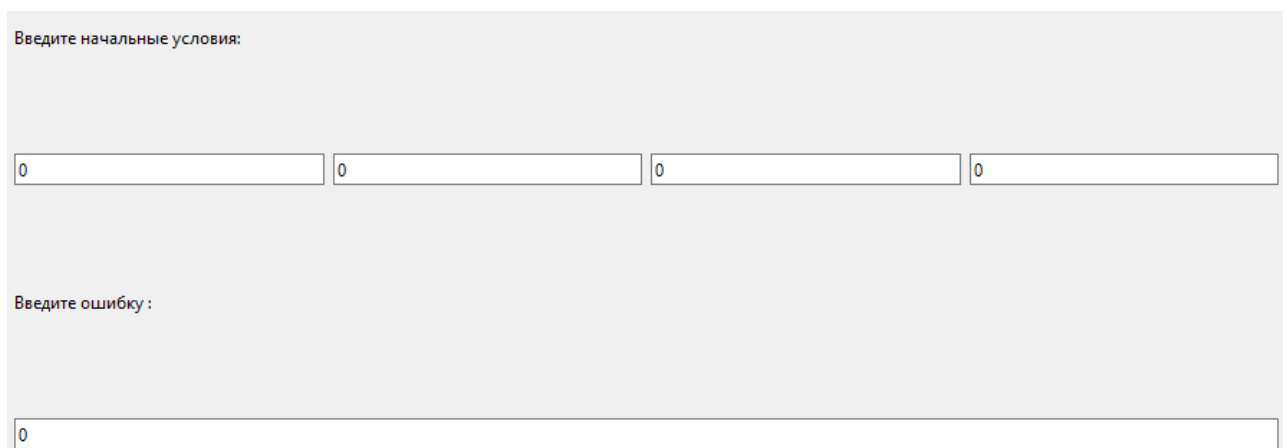
Введите размер матрицы (n):

4

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Понизить порядок

Рисунок 4. Ввод матрицы



Введите начальные условия:

0	0	0	0
---	---	---	---

Введите ошибку :

0

Рисунок 5. Ввод начальных условий и ошибки

Проверим работоспособность программы, введем матрицу системы (2), полученной ранее и сравним полученные результаты. Также введем начальные условия и ошибку, которую использовали ранее (см. Рисунок 6, Рисунок 7). После нажатия на кнопку «Понизить порядок» выводятся матрица пониженной модели, а также границы справедливости модели. Можно увидеть, что границы справедливости совпадают с ранее рассчитанными. Также справа от ввода данных появляются графики переходных процессов и ошибки между системами. Они представлены на Рисунок 9, Рисунок 10. Если сравнить их с Рисунок 2, Рисунок 3, то можно сказать, что программа работает правильно. На Рисунок 11 представлен полный вид программы.

Введите размер матрицы (n):

4

-3.0504	-44.6371	-14.7046	56.9748
-1.4677	-89.0323	-25.8790	110.2661
-3.4798	-10.1452	-6.7681	15.2601
-1.2984	-66.4516	-19.4315	82.3508

Понизить порядок

Рисунок 6. Ввод матрицы системы

Введите начальные условия:

2.0000	-1.5000	1.0000	-2.5000
--------	---------	--------	---------

Введите ошибку :

0.05

Рисунок 7. Ввод начальных условий и ошибки

Матрица пониженной модели:  
 $\begin{bmatrix} -81.69254378 & -22.20943401 & 99.99067742 \\ 7.25677839 & 1.9321492 & -9.10210991 \\ -59.95848869 & -16.18522046 & 73.26065305 \end{bmatrix}$

Границы справедливости: 0.299565484518662 - 5.991029712008946

Рисунок 8. матрица пониженной модели и границы справедливости.

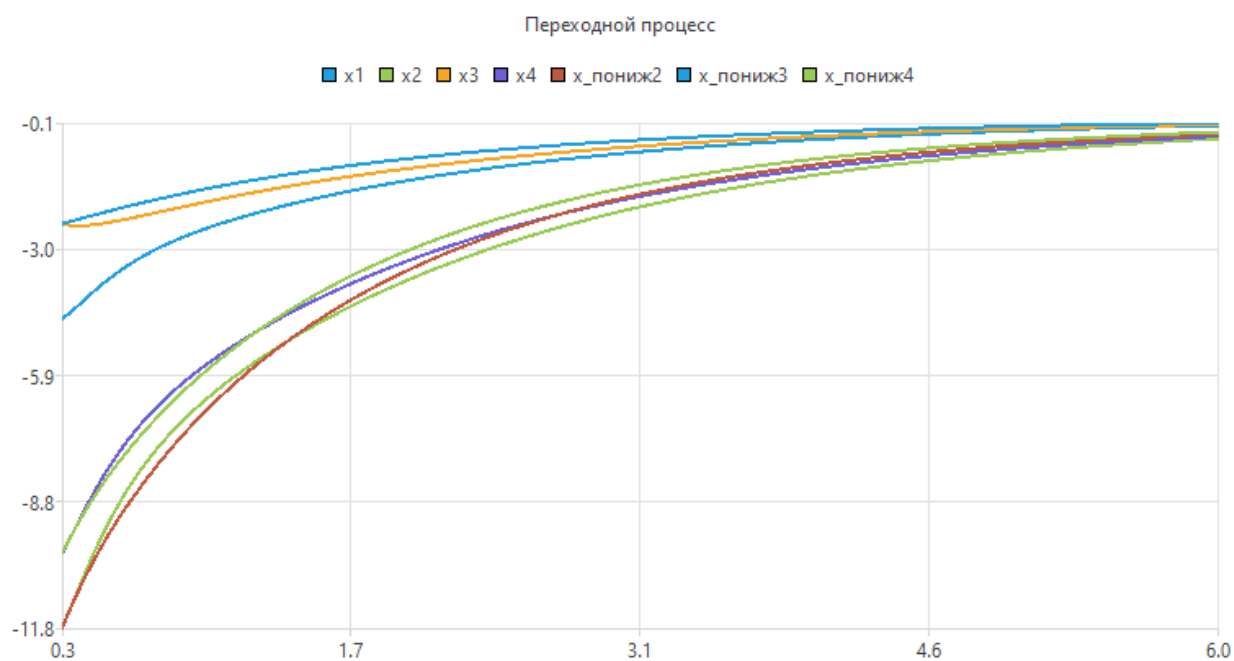


Рисунок 9. Выведенный график

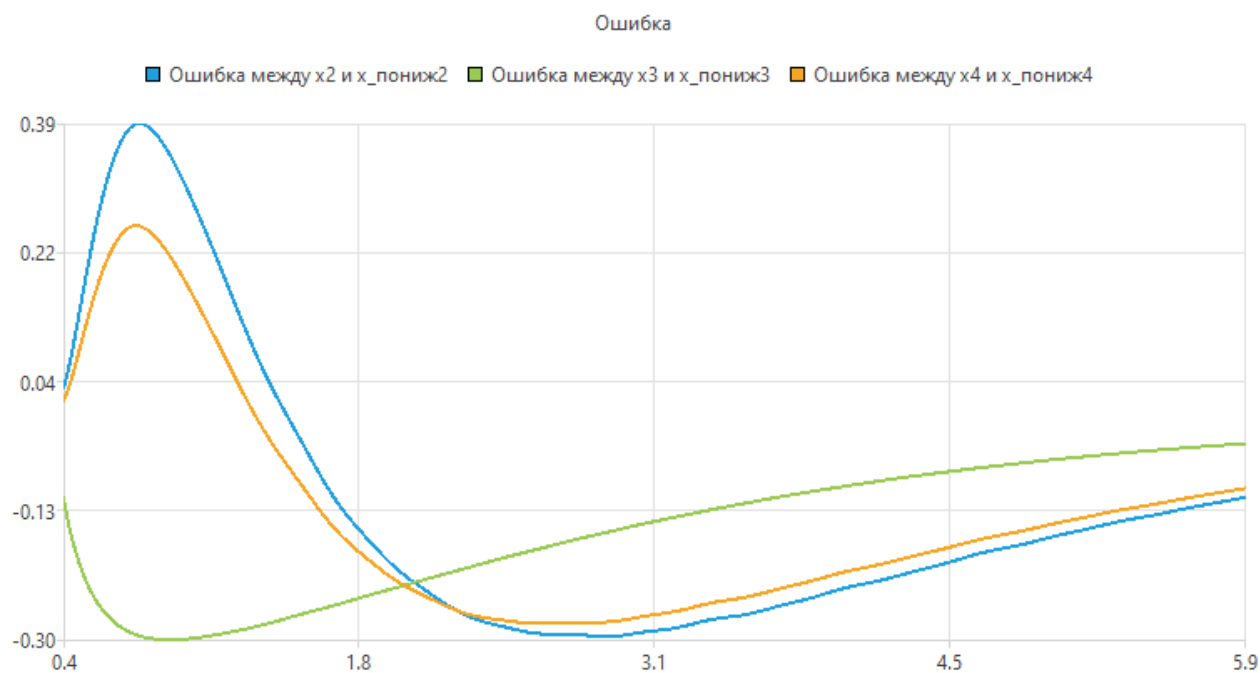


Рисунок 10. Выведенный график ошибки

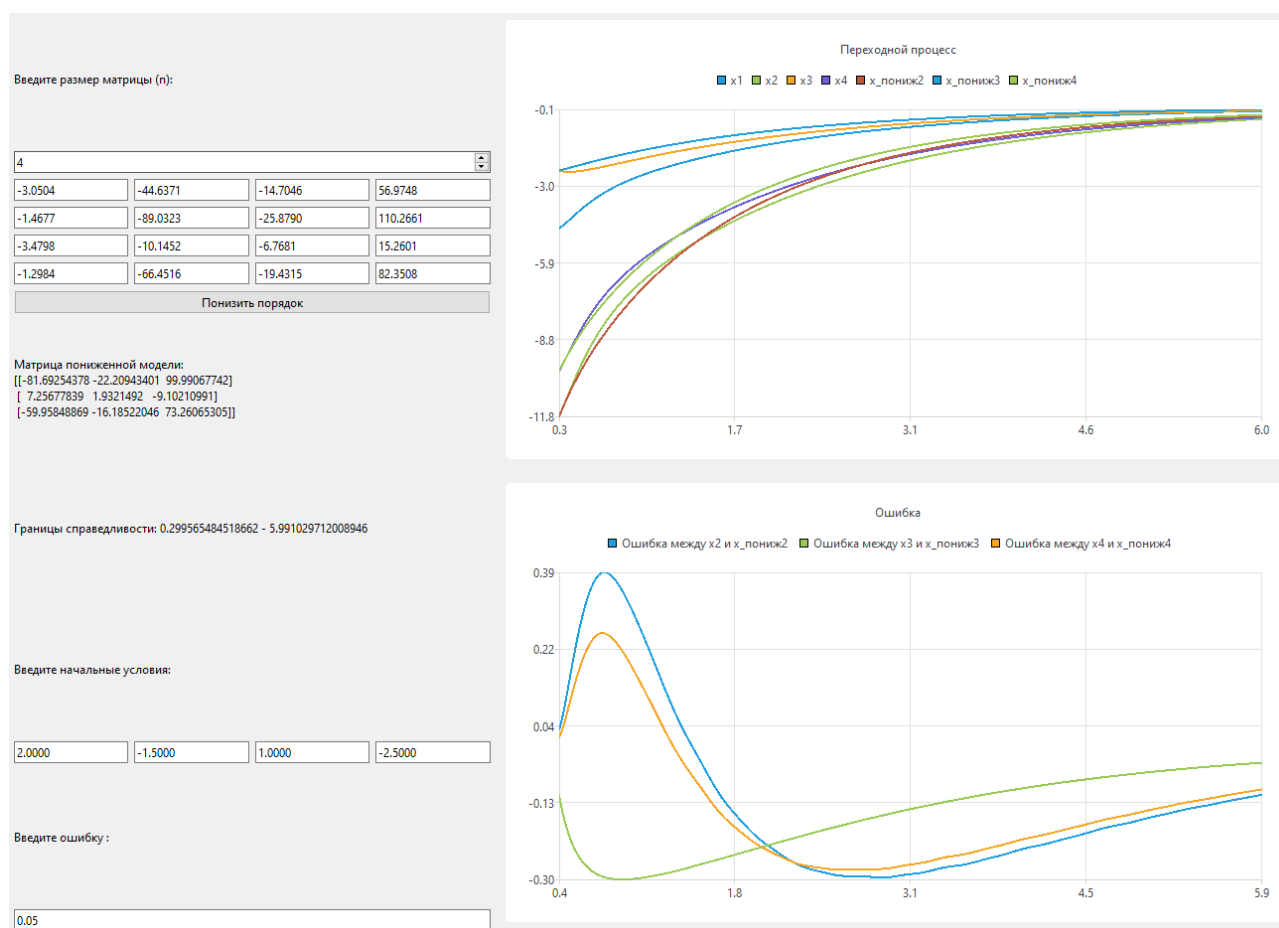


Рисунок 11. Полный вид программы

## 2.3. Листинг программы

```
import sys
import numpy as np
from PyQt6.QtWidgets import QApplication, QWidget, QVBoxLayout, QGridLayout,
QLabel, QLineEdit, QPushButton, QMainWindow, QSpinBox, QHBoxLayout
from PyQt6.QtGui import QPalette, QColor
from PyQt6.QtCharts import QChart, QChartView, QLineSeries
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import solve_ivp
import math as m

class Matrix:
    def __init__(self, n, values, initial_conditions, err):
        self.size = n
        self.err = err
        self.values = values
        self.determinant = None
        self.eigenvalues = np.zeros(n)
        self.eigenvectors = np.zeros((n, n))
        self.initial_conditions = initial_conditions
        self.coefficients = np.zeros(n)
        self.inverse_eig = None
        self.inverse = None
        self.index_max_eigval = None
        self.matr_with_x = []
        self.matr_resn = np.zeros((n-1, n-1))
        self.gran = []

    def calc_gran(self):
        for i in range(self.size):
            gran_value = (1 / self.eigenvalues[i]) * m.log(self.err)
            print(gran_value)
            self.gran.append(gran_value)

    def is_determinant_negative(self):
        self.determinant = np.linalg.det(self.values)
        return self.determinant < 0

    def calculate_eigenvalues_and_eigenvectors(self):
        self.eigenvalues, self.eigenvectors = np.linalg.eig(self.values)

    def calculate_inverse(self):
        self.inverse_eig = np.linalg.inv(self.eigenvectors)

    def calculate_coefficients(self):
```



```

self.calculate_inverse()
if self.inverse_eig is not None:
    self.coefficients = self.inverse_eig @ self.initial_conditions.T

def calculate_inverse_from_eigenvectors(self):
    diagonal_matrix = np.diag(self.coefficients.flatten())
    self.inverse = np.linalg.inv(self.eigenvectors @ diagonal_matrix)

def find_index_of_max_eigenvector(self):
    self.index_max_eigval = np.argmax(abs(self.eigenvalues))

def expr_max_exp(self):
    self.find_index_of_max_eigenvector()
    x_res = sp.symbols(f'x{self.index_max_eigval + 1}')
    xi = sp.solve(sum(self.inverse[self.index_max_eigval][i] * sp.symbols(f'x{i + 1}') for i in range(self.size)), x_res)[0]
    for i in range(self.size):
        temp_expr = sum(self.values[i][j] * sp.symbols(f'x{j + 1}') for j in range(self.size))
        self.matr_with_x.append(temp_expr)
    substitutedequations = [eq.subs(x_res, xi) for eq in self.matr_with_x]
    simplifiedequations = [sp.simplify(eq) for eq in substitutedequations]
    print("\nПолученные выражения:")
    for i, eq in enumerate(simplifiedequations[1:]):
        coefficients = [float(eq.coeff(sp.symbols(f'x{j+1}')) for j in range(1, self.size)]
        if i < self.matr_res.shape[0]:
            self.matr_res[i, :len(coefficients)] = coefficients

def construct_equations_matrix(self):
    equations_matrix = []
    for i in range(self.size):
        equation = sum(self.coefficients[j] * self.eigenvectors[j, i] * sp.exp(self.eigenvalues[j]) for j in range(self.size))
        equations_matrix.append(equation)
    return equations_matrix

def calc(self):
    self.calculate_eigenvalues_and_eigenvectors()
    self.calculate_coefficients()
    self.calculate_inverse_from_eigenvectors()
    self.expr_max_exp()
    self.calc_gran()
    equations_matrix = self.construct_equations_matrix()

def system_of_equations(t, y, values):
    x = y

```

```

dx_dt = values @ x
return dx_dt

def plot_transient_response2(temp_sol, temp_sol2, size_matr_1, size_matr_2,
chart_view):
    chart = QChart()
    for i in range(size_matr_1):
        series = QLineSeries()
        for j in range(len(temp_sol.t)):
            series.append(temp_sol.t[j], temp_sol.y[i][j])
        series.setName(f'x{i+1}')
        chart.addSeries(series)
    for i in range(size_matr_2):
        series = QLineSeries()
        for j in range(len(temp_sol2.t)):
            series.append(temp_sol2.t[j], temp_sol2.y[i][j])
        series.setName(f'x_пониж{i+2}')
        chart.addSeries(series)
    chart.createDefaultAxes()
    chart.setTitle('Переходной процесс')
    chart_view.setChart(chart)
    chart_view.setRubberBand(QChartView.RubberBand.RectangleRubberBand)

def moving_average(data, window_size):
    return np.convolve(data, np.ones(window_size)/window_size, mode='valid')

def plot_error_response(solution1_new, solution2_new, size_matr_2, chart_view,
window_size=10):
    errors = solution1_new.y[1:size_matr_2+1, :] - solution2_new.y
    chart = QChart()
    for i in range(size_matr_2):
        smoothed_errors = moving_average(errors[i], window_size)
        smoothed_t = moving_average(solution1_new.t, window_size)
        series = QLineSeries()
        for j in range(len(smoothed_t)):
            series.append(smoothed_t[j], smoothed_errors[j])
        series.setName(f'Ошибка между x{i+2} и x_пониж{i+2} ')
        chart.addSeries(series)
    chart.createDefaultAxes()
    chart.setTitle('Ошибка')
    chart_view.setChart(chart)
    chart_view.setRubberBand(QChartView.RubberBand.RectangleRubberBand)

# Приложение для матриц

class MatrixApp(QMainWindow):
    def __init__(self):
        super().__init__()

```

```

self.setWindowTitle("Matrix Exponent App")
self.setGeometry(100, 100, 1200, 600)
self.flag = True
self.flag2 = True
self.central_widget = QWidget()
self.setCentralWidget(self.central_widget)

self.layout = QHBoxLayout()

self.input_layout = QVBoxLayout()
self.grid_layout = QGridLayout()

self.size_input = QSpinBox()
self.size_input.setRange(2, 10)
self.size_input.setValue(3)

self.input_layout.addWidget(QLabel("Введите размер матрицы (n):"))
self.input_layout.addWidget(self.size_input)
self.entries = []
self.initial_conditions_entries = []
self.error_entries = []
self.values_matrix = np.zeros((int(self.size_input.text()),
int(self.size_input.text())))
self.values_matrix_initial_cond = np.zeros((1, int(self.size_input.text())))
self.error_value = None

self.size_input.valueChanged.connect(self.create_matrix_inputs)
self.plot_button = QPushButton("Понизить порядок")
self.chart_view1 = QChartView()
self.chart_view2 = QChartView()

self.chart_layout = QVBoxLayout()
self.plot_button.clicked.connect(self.plot_exponents)

self.input_layout.addLayout(self.grid_layout)
self.input_layout.addWidget(self.plot_button)

self.chart_layout.addWidget(self.chart_view1)
self.chart_layout.addWidget(self.chart_view2)

self.layout.addLayout(self.input_layout)
self.layout.addLayout(self.chart_layout)

# Добавление QLabel для пониженной матрицы и границ
self.reduced_matrix_label = QLabel()
self.bounds_label = QLabel()
self.input_layout.addWidget(self.reduced_matrix_label)

```

```

self.input_layout.addWidget(self.bounds_label)

self.central_widget.setLayout(self.layout)

def create_matrix_inputs(self):
    for i in reversed(range(len(self.entries))):
        for j in range(len(self.entries[i])):
            self.grid_layout.itemAtPosition(i, j).widget().deleteLater()
            self.entries.pop()

    for i in range(self.size_input.value()):
        row_entries = []
        for j in range(self.size_input.value()):
            entry = QLineEdit()
            entry.setPlaceholderText(f"Элемент ({i+1},{j+1})")
            entry.setText("0")
            row_entries.append(entry)
            self.grid_layout.addWidget(entry, i, j)
        self.entries.append(row_entries)

    self.create_initial_conditions_inputs()
    self.create_error_input()

def create_initial_conditions_inputs(self):
    if (self.flag):
        self.initial_conditions_label = QLabel("Введите начальные условия:")
        self.input_layout.addWidget(self.initial_conditions_label)
        self.flag = False
    else:
        self.initial_conditions_label.deleteLater()
        self.initial_conditions_label = QLabel("Введите начальные условия:")
        self.input_layout.addWidget(self.initial_conditions_label)
    for entry in self.initial_conditions_entries:
        entry.deleteLater()
    self.initial_conditions_entries.clear()

    n = self.size_input.value()
    self.initial_conditions_grid = QGridLayout()
    for j in range(n):
        entry = QLineEdit()
        entry.setPlaceholderText(f"Начальное условие {j+1}")
        entry.setText("0")
        self.initial_conditions_entries.append(entry)
        self.initial_conditions_grid.addWidget(entry, 0, j)
    self.input_layout.addLayout(self.initial_conditions_grid)

def read_matrix_data(self):

```

```

n = self.size_input.value()
self.values_matrix = np.zeros((n, n))
self.values_matrix_initial_cond = np.array([np.zeros(n)])
self.error_value = 0.0

for i in range(n):
    for j in range(n):
        try:
            self.values_matrix[i][j] = float(self.entries[i][j].text())
        except ValueError:
            self.values_matrix[i][j] = 0.0

initial_conditions = []
for j in range(n):
    try:
        initial_conditions.append(float(self.initial_conditions_entries[j].text()))
    except ValueError:
        initial_conditions.append(0.0)
self.values_matrix_initial_cond = np.array([initial_conditions])

try:
    self.error_value = float(self.error_entry.text())
except ValueError:
    self.error_value = 0.0

def create_error_input(self):
    if (self.flag2):
        self.error_label = QLabel("Введите ошибку :")
        self.input_layout.addWidget(self.error_label)
        self.flag2 = False
    else:
        self.error_label.deleteLater()
        self.error_label = QLabel("Введите ошибку :")
        self.input_layout.addWidget(self.error_label)
    if self.error_entries:
        self.error_entries[0].deleteLater()
    self.error_entries.clear()
    self.error_entry = QLineEdit()
    self.error_entry.setPlaceholderText("Значение ошибки")
    self.error_entry.setText("0")
    self.error_entries.append(self.error_entry)
    self.input_layout.addWidget(self.error_entry)

def plot_exponents(self):
    self.read_matrix_data()
    matrix_1 = Matrix(int(self.size_input.text()), self.values_matrix,
self.values_matrix_initial_cond, self.error_value)

```

```

matrix_1.calc()
new_values = matrix_1.matr_res
matrix_2 = Matrix(int(self.size_input.text())-1, new_values,
self.values_matrix_initial_cond[:, 1:], self.error_value)
matrix_2.calc()
print(matrix_1.values)
t_span = (0, 10)
t_eval = np.linspace(t_span[0], t_span[1], 400)
solution1 = solve_ivp(system_of_equations, t_span,
matrix_1.initial_conditions.flatten(), t_eval=t_eval, args=(matrix_1.values,))
solution2 = solve_ivp(system_of_equations, t_span,
matrix_2.initial_conditions.flatten(), t_eval=t_eval, args=(matrix_2.values,))

initial_conditions_new = None
print("Solution 1:")
min_gran = min(matrix_1.gran)
print(min_gran)
for i, t in enumerate(solution1.t):
    if abs(t - min_gran) <= 0.02:
        initial_conditions_new = np.array([solution1.y[:, i]])
        print(f"t = {t:.2f}, y = {solution1.y[:, i]}")
        break

a_new = Matrix(int(self.size_input.text()), self.values_matrix,
initial_conditions_new, self.error_value)
a_new.calc()

new_values1 = a_new.matr_res
b_new = Matrix(int(self.size_input.text())-1, new_values1,
initial_conditions_new[:, 1:], self.error_value)
b_new.calc()
t_span = (min(matrix_1.gran), max(matrix_1.gran))
t_eval = np.linspace(t_span[0], t_span[1], 400)
solution1_new = solve_ivp(system_of_equations, t_span,
a_new.initial_conditions.flatten(), t_eval=t_eval, args=(a_new.values,))
solution2_new = solve_ivp(system_of_equations, t_span,
b_new.initial_conditions.flatten(), t_eval=t_eval, args=(b_new.values,))

plot_transient_response2(solution1_new, solution2_new,
int(self.size_input.text()), int(self.size_input.text())-1, self.chart_view1)
plot_error_response(solution1_new, solution2_new,
int(self.size_input.text())-1, self.chart_view2)

self.reduced_matrix_label.setText(f"Матрица пониженной модели:\n{new_values}")
self.bounds_label.setText(f"Границы справедливости: {min_gran} -
{max(matrix_1.gran)}")

```

```
if __name__ == "__main__":  
    app = QApplication(sys.argv)  
    window = MatrixApp()  
    window.show()  
    sys.exit(app.exec())
```