

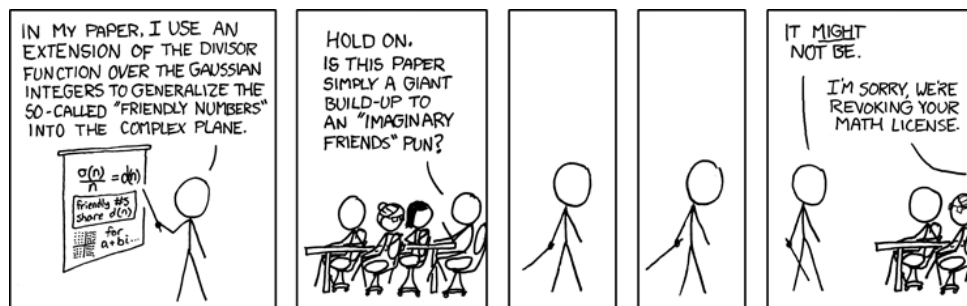
Mathe Grundlagen – Die lockere Zusammenfassung

Eklavya Goyal

October 19, 2024

Einleitung: Warum Mathe?

Stell dir vor, du versuchst die Zeit zu berechnen, die dein Kaffee braucht, um abzukühlen – ok, vielleicht nicht das spannendste Beispiel, aber hey, das ist Physik! Mit Mathe (insbesondere Analysis) wird die Sache plötzlich überschaubar und lösbar. Klingt kompliziert? Keine Sorge, wir bringen Licht ins Dunkel!



(Bildquelle: XKCD, weil XKCD immer passt)

Logik: Sag mir, was wahr ist!

In der Logik dreht sich alles um Aussagen, die entweder *wahr* oder *falsch* sind. Klingt einfach, oder? Denk nochmal drüber nach...

Wichtige logische Operationen:

- **Negation** (\neg): "Nicht wahr" – einfach das Gegenteil.
- **Konjunktion** (\wedge): "Und" – wahr, wenn beide Teile wahr sind.
- **Disjunktion** (\vee): "Oder" – wahr, wenn mindestens einer wahr ist (inklusive oder wie in "Milch **oder** Zucker?").
- **Implikation** (\Rightarrow): "Wenn... dann" – nur falsch, wenn die Bedingung wahr, aber das Resultat falsch ist.

Kurz gesagt: Logik ist der Versuch, die Welt zu ordnen... oder wenigstens ein bisschen weniger chaotisch zu machen.

Mengen: Alles gehört irgendwohin

Eine Menge ist einfach eine Sammlung von Dingen. Zum Beispiel, die Menge der Studierenden, die für Klausuren immer erst einen Tag vorher anfangen zu lernen (ja, wir sehen euch...). Wichtige Operationen:

- **Vereinigung** ($A \cup B$): Stell dir zwei Gruppen vor: A ist die Menge der Leute, die *Pizza* lieben, und B ist die Menge der Leute, die *Kaffee* lieben. Die Vereinigung $A \cup B$ ist die Menge der Leute, die entweder Pizza, Kaffee, oder **beides** lieben. Wahrscheinlich die coolsten Leute auf dem Campus!
- **Schnitt** ($A \cap B$): Jetzt schau dir die Schnittmenge an. A ist die Menge der Leute, die *Netflix schauen*, und B ist die Menge der Leute, die *bis 3 Uhr morgens wach bleiben*. Der Schnitt $A \cap B$ ist die Gruppe, die Netflix bis 3 Uhr morgens schaut. Ein wahrer Ausdruck der modernen Studentenzeitanplanung.
- **Differenz** ($A \setminus B$): Betrachten wir A als die Menge der Leute, die sagen, sie gehen ins Fitnessstudio, und B als die Menge der Leute, die tatsächlich gehen. Die Differenz $A \setminus B$ sind diejenigen, die viel reden, aber den Fitnessstudioausweis wohl eher verstauben lassen.
- **Kartesisches Produkt** ($A \times B$): A ist die Menge der verschiedenen Arten von Kuchen (Schoko, Käse, Apfel), und B ist die Menge der verschiedenen Kaffeesorten (Latte, Espresso, Cappuccino). Das Kartesische Produkt $A \times B$ sind alle möglichen Kuchen-Kaffee-Kombinationen, die man im Café bestellen kann. Der Traum jedes Sonntagnachmittags.



(Noch ein XKCD, weil Mengentheorie ist hart)

Funktionen: Was macht was?

Eine Funktion ist im Grunde eine Zuordnung. Du gibst etwas hinein, und die Funktion gibt dir etwas zurück. Zum Beispiel, wenn du 'Kaffee' in die Funktion `wach()` steckst, bekommst du 'wach'.

Wichtige Begriffe:

- **Injektiv**: Jede Person bekommt höchstens ein Stück Pizza, manche bekommen aber auch gar nichts.

- **Surjektiv:** Jeder bekommt mindestens *ein* Stück Pizza (kein Mangel, alle sind satt).
- **Bijektiv:** Perfekte Welt – jeder bekommt genau ein Stück Pizza, und es bleibt nichts übrig.

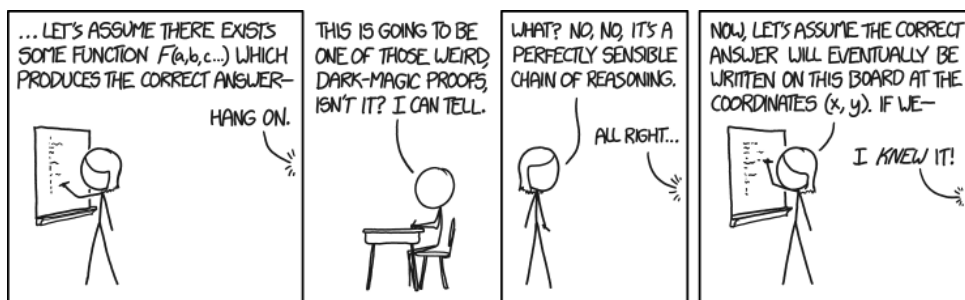
Lineare Funktionen: Einfachste Form der Funktionen, die wie gerade Linien aussehen. Das Leben könnte so einfach sein, wenn alles linear wäre!

Beweistechniken: Beweis es mir!

Es gibt viele Wege, eine mathematische Wahrheit zu beweisen, aber die beiden beliebtesten sind:

- **Direkter Beweis:** Geh einfach logisch von Punkt A nach Punkt B.
- **Beweis durch Widerspruch:** Angenommen, du hast unrecht – und zeige, warum das unmöglich ist (quasi der "Told you so!"-Beweis).

Beweis mit vollständiger Induktion? Wie Dominosteine, die umfallen – du beweist den ersten und zeigst, dass der Rest folgt.



(Wichtige Beweise brauchen oft Kaffee... und Geduld!)

Schlusswort: Alles verbunden!

Von Logik bis zu Funktionen und Beweisen: Mathe hilft uns, die Welt zu verstehen und Chaos zu organisieren. Alles baut auf diesen Grundlagen auf. Egal ob in der Physik, Informatik oder im Alltag – Mathe ist überall!