Welche der folgenden Gleichungen ist eine lineare Differentialgleichung?

- A) $\ddot{x} + \dot{x} + x = e^{x}$
- ▶ B) $\ddot{x} + \dot{x} + x^2 = 0$
- ightharpoonup C) $\dot{x} + \sin(x) = x$
- ightharpoonup D) $\dot{x} \cdot x = x^2$

Antwort: A) $\ddot{x} + \dot{x} + x = e^x$

Die allgemeine Lösung der ersten Ordnung der linearen Differentialgleichung $\dot{x} + \alpha x = \beta$ lautet:

$$ightharpoonup$$
 A) $x = Ce^{\alpha x} + \int \beta \, dx$

▶ B)
$$x = e^{-\int \alpha \, dx} \left(\int \beta e^{\int \alpha \, dx} \, dx + C \right)$$

$$ightharpoonup$$
 C) $x = Ce^{\int \alpha \, dx}$

$$\blacktriangleright$$
 D) $x = \int \alpha \, dx + C$

Antwort: B)
$$x = e^{-\int \alpha \, dx} \left(\int \beta e^{\int \alpha \, dx} \, dx + C \right)$$

Eine lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung hat die Form:

- $A) \ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = 0$
- $\blacktriangleright B) \ddot{x} + \alpha \dot{x} = \beta$
- ightharpoonup C) $\dot{x} + \alpha x = \beta$

Antwort: A) $\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = 0$

Wenn die charakteristische Gleichung einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung $r^2 - 4r + 4 = 0$ lautet, wie lautet die allgemeine Lösung der Gleichung?

$$ightharpoonup$$
 A) $x = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$

$$ightharpoonup$$
 B) $x = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$

$$ightharpoonup$$
 C) $x = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x}$

$$D) x = C_1 e^{2x} + C_2 x^2 e^{2x}$$

Antwort: B)
$$x = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x}$$
 (Wurzeln sind $\mathbf{r} = \mathbf{2}, \mathbf{2}$)

Der Integrationsfaktor für die Differentialgleichung $\dot{x} + \frac{\alpha}{x}x = \beta x^2$ ist:

- ightharpoonup A) $e^{\int \frac{\alpha}{x} dx}$
- ightharpoonup B) $e^{\int x^2 dx}$
- ightharpoonup C) $e^{\int x \, dx}$
- $\blacktriangleright D) e^{\int \frac{1}{x^2} dx}$

Antwort: A) $e^{\int \frac{\alpha}{x} dx} = e^{\alpha \ln |x|} = x^{\alpha}$