

Primjena mjera centralnosti u mreži 9/11

Elizabeta Konjušak

Odjel za matematiku

27. ožujka 2019.

- Uvod
- Osnovni pojmovi teorije grafova
- Teroristička mreža
- Analiza mreže 9/11
- Zaključak
- Literatura

Definicija terorizma

Terorizam: čin koji, s obzirom na svoju prirodu i kontekst, može ozbiljno naštetiti državi ili međunarodnoj organizaciji, a koji je počinjen s namjerom ozbiljnog zastrašivanja stanovništva, ili nezakonitog iznuđivanja (prisiljavanja) vlade ili međunarodne organizacije da nešto čine ili da se suzdrži od nekog čina, ili ozbiljnog destabiliziranja ili uništavanja temeljne političke, ustavne ili gospodarske strukture zemlje ili međunarodne organizacije.

- napad na trgovački centar u SAD-u, bombardiranje vlaka u Madridu, bombardiranje na otoku Bali...
- možemo li ovakve kretnje opisati matematičkim modelom ?

Problemi modeliranja ovakvih skupina:

- nepotpunost informacija; neke stvari nikada neće biti otkrivene
- nejasne granice; ne znamo je li baš svaka osoba s kojom se komuniciralo uključena u napad ili je samo slučajni poznanik
- dinamičnost sustava; ovakve mreže nisu statične, vrhovi i bridovi se stalno dodaju i uklanjaju, ovisno o tome je li pojedinac postao terorist ili se povukao iz cjeline, također onesposobljivanje nekih od navedenih mijenja strukturu cijele mreže

- rad je baziran na jednostavnim, povezanim, netežinskim grafovima

Definicija grafa

Graf G je uređena trojka $G = (V(G), E(G), \psi(G))$ koja se sastoji od nepraznog skupa $V(G)$, čiji su elementi vrhovi od G , skupa $E(G)$ disjunktog s $V(G)$, čiji su elementi bridovi od G i funkcije incidencije $\psi(G)$ koja svakom bridu od G pridružuje neuređeni par (ne nužno različitih) vrhova od G .

Stupanj vrha

Stupanj ili valencija vrha v grafa G je broj $d_G(v)$ bridova grafa G koji su incidentni s vrhom v .

Šetnja

Šetnja u grafu G je netrivijalan konačan niz $W = v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 \dots e_k v_k$ čiji su članovi naizmjenično vrhovi v_i i bridovi e_i tako da su krajevi od e_i vrhovi v_{i-1} i v_i , za svaki $i = 1, 2, \dots, k$.

Udaljenost dva vrha

Udaljenost $d_G(u, v)$ dvaju vrhova $u, v \in V(G)$ je duljina najkraćeg (u, v) -puta u grafu G . Ako ne postoji takav put u G , onda stavljamo $d_G(u, v) = \infty$.

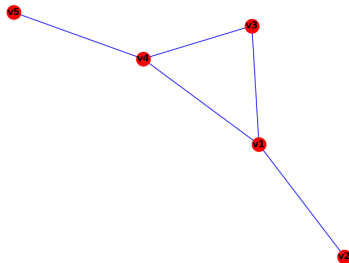
- dva su vrha, u i v , povezana ako postoji (u, v) -put u grafu G

Povezan graf

Graf G je povezan ako je $d_G(u, v) < \infty$ za svaki $u, v \in V(G)$. U suprotnom kažemo da je graf G nepovezan.

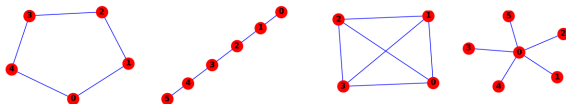
Osnovni pojmovi teorije grafova

- jednostavan, netežinski, povezan graf
- stupnjevi za svaki vrh v_i su sljedeći: $d_G(v_1) = 3$, $d_G(v_2) = 1$, $d_G(v_3) = 2$, $d_G(v_4) = 3$, $d_G(v_5) = 1$.



Slika: primjer grafa.

Specijalni sučajevi jednostavnih grafova:



Slika: ciklus, put, potpun graf, zvijezda

- terorističke organizacije su složene i kompleksne te ih je teško analizirati
- novi terorizam ima značajke poput: decentralizacija vodstva, djelovanjem globalan, novi načini komunikacije, modernija oružja, ambiciozniji ciljevi (uništavanje cjelokupnog socijalnog sustava napadnute države narušavanje međunarodnih odnosa)
- teško se pronalaze sličnosti skupina, budući da su različite ciljevima i međusobnom organizacijom

Gruba podjela terorističkih skupina:

- **konvencionalno-hijerarhijska struktura** je struktura s najvećom učinkovitosti, najdetaljnijim dogovorima i najlakšom komunikacijom između pojedinaca. Nedostatak je što se onesposobljavanjem vođe ili nekoliko njih (vodstveni tim) može doći do raspada cijele mreže.
- **ćelijska struktura** se sastoji od nekoliko manjih timova (3-10 osoba), koji se unutar veće organizacije nazivaju "ćelija". Svaka ćelija ima vođu koji razgovara sa vrhovnim vođom. Nedostatak je komunikacija među ćelijama.

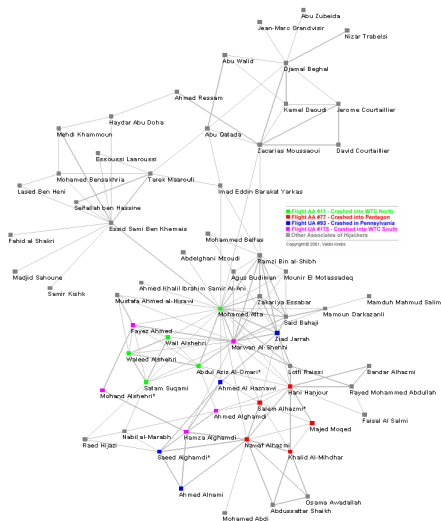
Gruba podjela terorističkih skupina:

- **Mrežna struktura** sastoji se od brojnih ćelija povezanih na različite načine. Oblici mogu biti lančani, zvjezdasti, svekanalni te kombinacije navedenog. Takve strukture prolaze iz decentralizacije vodstva i time onemogućuju narušavanje mreže identifikacijom 2-3 osobe.
- **Otpor bez vodstva** je najsigurnija i najneučinkovitija struktura. Ovakve strukture zapravo nemaju definiranu strukturu i protuterorističke organizacije imaju problem u pronalaženju poveznica unutar same organizacije. Iz istoga razloga nestrukturiranosti, ovakve organizacije nemaju veliku učinkovitost.

Odvijanje napada:

- 11.9.2001.
- islamski aktivisti, organizacije al-Qaeda
- 4 putnička zrakoplova
- trgovački centar, Pentagon, Bijela kuća

Mreža 9/11



Slika: mreža napada 9/11

Na mreži 9/11 ćemo pokušati doći do glavnog vrha pomoću mjera centralnosti:

- stupanj vrha
- svojstvena centralnost
- Katzova centralnost
- međupoloženost
- koeficijent grupiranja

- stupanj vrha je jednak broju bridova s kojima je taj vrh incidentan
- računamo ga pomoću matrice susjedstva koju množimo sa vektorom jedinica, tj. $d_i = (A \cdot \mathbf{1})_i$, gdje je $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)^T$

vrh (ime terorista)	stupanj vrha
Mohamed Atta	22
Marwan Al-Shehhi	18
Hani Hanjour	13
Essid S. B. Khemais	11
Nawaf Alhazmi	11
Ramzi Bin Al-Shibh	10
Ziad Jarrah	10
Abdoul A. Al-Omari*	9
Djamal Beghal	8
Zacarias Moussaoui	8

Tablica: Stupanj pojedinog vrha mreže 9/11

- važnost vrha je uvjetovana važnosti njegovih susjeda, tj. vrh je važan onoliko koliko su mu važni/utjecajni susjedi
- centralnost x_i vrha i proporcionalna je sumi centralnosti njegovih susjeda, gdje je λ_1 najveća svojstvena vrijednost, te dobivamo

$$x_i = \lambda_1^{-1} \sum_j A_{ij} x_j$$

Svojstvena centralnost

vrh (ime terorista)	svojstvena centralnost
Mohamed Atta	0.411
Marwan Al-Shehhi	0.398
Ziad Jarrah	0.259
Hani Hanjour	0.248
Abdoul A. Al-Omari*	0.237
Ramzi Bin Al-Shibh	0.223
Said Bahaji	0.202
Fayez Ahmed	0.201

Tablica: Svojstvena centralnost pojedinog vrha mreže 9/11

- nadovezuje se na svojstvenu centralnost
- svakom vrhu u mreži dodajemo pozitivnu konstantu β (broj godina, visina,...)

-

$$x_i = \alpha \sum_j A_{ij} x_j + \beta_i$$

- $\alpha < 1/\lambda_1$, λ_1 najveća svojstvena vrijednost

vrh (ime terorista)	Katzova centralnost
Mohamed Atta	0.38
Marwan Al-Shehhi	0.356
Hani Hanjour	0.242
Ziad Jarrah	0.238
Abdoul A. Al-Omari*	0.22
Ramzi Bin Al-Shibh	0.212
Fayez Ahmed	0.189
Said Bahaji	0.187

Tablica: Katzova centralnost

- temelji se na proučavanju najbržeg načina protoka informacija
- zanima nas koji ćemo vrh najviše "upotrijebiti" prilikom prenošenja poruka
- tražimo najkraći put između dva vrha
-

$$BC(i) = \sum_{s,t} \frac{n_{st}^i}{g_{st}}.$$

- omjer najkraćih putova od s do t koji prolaze kroz traženi vrh i , n_{st}^i , i ukupnog broja najkraćih putova od s do t , g_{st} .

vrh (ime terorista)	međupoloženost
Mohamed Atta	1077.689
Essid S. B. Khemais	460.973
Zacarias Moussaoui	425.283
Nawaf Alhazmi	296.198
Hani Hanjour	229.736
Djamal Beghal	192.433
Marwan Al-Shehhi	162.35
Ramzi Bin Al-Shibh	89.555

Tablica: Međupoloženost vrhova mreže 9/11

- $C_i = \frac{\text{broj trokuta koji sadrže vrh } v_i}{\text{broj trojki vrhova kojima je } v_i \text{ u središtu}}$
- $C_i = \frac{2N_i}{d(i)(d(i)-1)}$, gdje je N_i broj susjeda vrha i koji su spojeni bridom
- vrijednost 0 - osoba sadržana samo u podgrafu zvijezde (vrh stupnja 1)
- vrijednost 1 - osoba dio potpunog podgrafa

vrh (ime terorista)	C_i
Khalid Al-Mihdhar	0.6
Abdoul A. Al-Omari*	0.556
Satam Suqami	0.536
Mohamed Bensakhria	0.5
Mamoun Darkanzanli	0.5
Rayed M. Abdullah	0.5
Ziad Jarrah	0.489

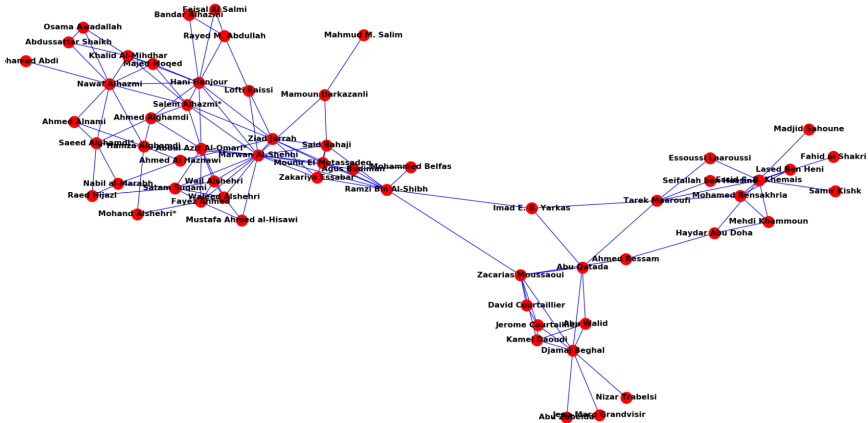
Tablica: Koeficijenti grupiranja vrhova mreže 9/11.



Slika: mreža napada 9/11

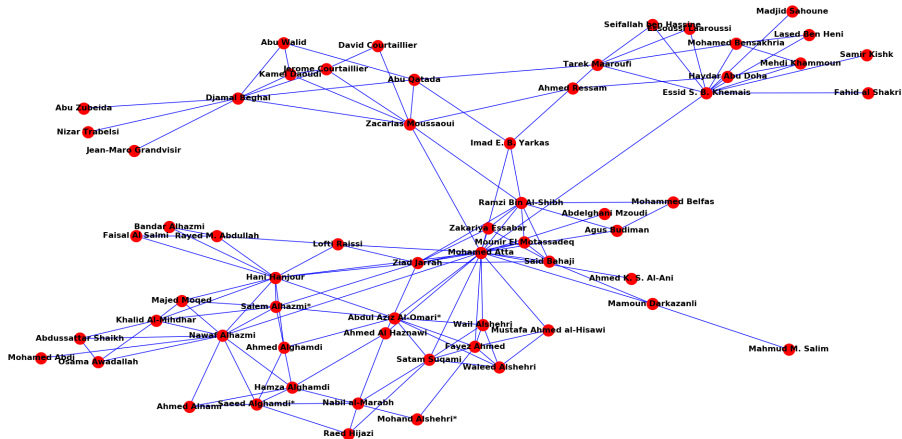
- graf je 1-povezan
- želimo "kvalitetan" raspad
- vrhovi spomenuti u mjerama centralnosti

Uklanjanje vrhova



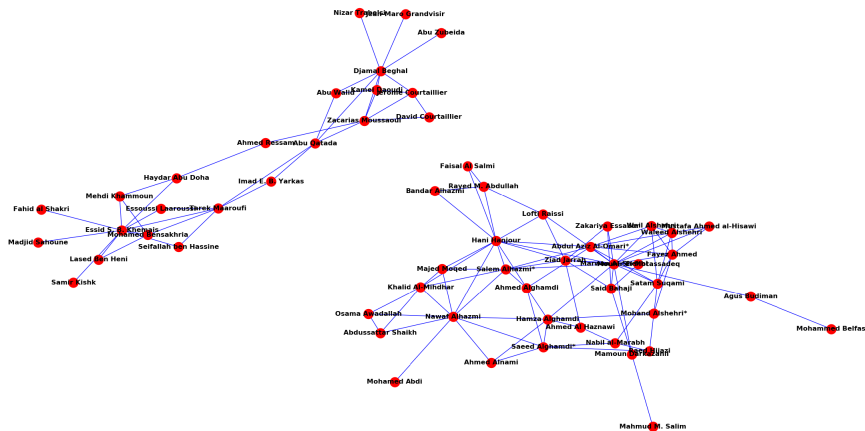
Slika: Mreža 9/11 bez Mohameda Atte

Uklanjanje vrhova









Slika: Mreža 9/11 bez Marwana







Uklanjanje vrhova



Slika: Mreža 9/11 bez Atte i Ramzija

- analiziranje ovakvih društvenih skupina je jako kompleksno
- težak dolazak do informacija i problem u razlučivanju bitnih
- pomaže nam teorija grafova
- pomoću mjera centralnosti možemo identificirati vrhove
- za barem dvije osobe, vodeće u nekoj od mjera centralnosti, dobivamo dobre rezultate

-  Yu.V. Borovskikh, V.S. Korolyuk, *Eigenspaces of Graphs*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
-  D. Cvetković, P. Rowlinson, S. Simić, *Random permanents*, VSP BV, Utrecht, The Netherlands, 1994.
-  A. Hagberg, Da. Schult, P. Swart *NetworkX Reference*, Release 2.2. URL: https://networkx.github.io/documentation/stable/_downloads/networkx_reference.pdf
-  Valdis E. Krebs, *Uncloaking Terrorist Networks*, First Monday, Volume 7 Number 4 - 1 April 2002.
-  R.Lindelauf, *Design and analysis of covert networks, affiliations and projects*
-  L. Moore, D. Smith *The SIR Model for Spread of Disease* , Journal of Online Mathematics and its Applications, 2001.

-  F. Udwadia, G. Leitmann, L. Lambertini, *A Dynamical Model of Terrorism*, Discrete Dynamics in Nature and Society, Vol. 2006, Hindawi Publishing Corporation, New York, 2006.
-  I.Pastor Perisa, *Organizacijski oblici suvremenih terorističkih organizacija*, diplomski rad, Filozofski fakultet, Zagreb, 2002.
-  D. Veljan, *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, Zagreb, 2001.
-  K. Vučić, *Međunarodna povijest terorizma*, časopis za interdisciplinarna istraživanja rata i mira, 8(2014), 197-201
-  Definicija terorizma, *URL*:
<https://hrvatski-vojn timer.hr/godina-2005-menu/item/3242-okvirna-odluka-vijeca-europske-unije-o-borbi-protiv-terorizma.html>
-  Modelling Terrorist Networks, CD Dissertation(Whole Unit), 2011.
URL: https://www.math.ucla.edu/mason/research/dom_final.pdf