

ALJABAR LINEAR

A. PENGERTIAN DAN NOTASI MATRIKS

1. PENGERTIAN

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom yang ditulis diantara tanda kurung () atau [] atau || ||

Susunan horizontal disebut dengan baris sedangkan susunan vertikal disebut dengan kolom

Bentuk Umum Matriks :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

\downarrow

Kolom

\downarrow

Kolom

\downarrow

Kolom

\rightarrow

baris 1

\rightarrow

baris 2

\rightarrow

baris m

a_{mn} adalah elemen atau unsur matriks yang terletak pada baris ke-m dan kolom ke-n

Nama matriks ditulis dengan menggunakan huruf besar A, B, P, Q, dsb. Sedangkan unsur/elemen-elemen suatu matriks dengan huruf kecil sesuai nama matriks dengan indeks sesuai letak elemennya, seperti a_{11} , a_{12} , ...

Contoh 1: Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & -3 & 8 \\ 2 & -5 & 9 & 12 & -4 \\ 3 & 0 & 7 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. banyak baris

b. banyak kolom

c. elemen-elemen baris ke-1

d. elemen-elemen kolom ke-3

e. $a_{3,4}$

f. $a_{1,3}$

- Jawab :
- a. banyak baris : **3** buah

b. banyak kolom : **5** buah

c. elemen-elemen baris ke-1 : **1, 4, 6, -3, 8**

d. elemen-elemen kolom ke-3 : **6, 9, 7**

e. $a_{3,4}$ = elemen baris ke-3 kolom ke-4 = **5**

f. $a_{1,3}$ = elemen baris ke-1 kolom ke-3 = **6**

2. ORDO MATRIKS

Yaitu banyaknya baris dan kolom yang menyatakan suatu matriks.

$A_{m \times n}$ artinya matriks A berordo m x n yaitu banyaknya baris m buah dan banyaknya kolom n buah.

Contoh : Diketahui $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -6 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

Tentukan ordo matriks P dan Q

Jawab : Ordo matriks P = 2×4 atau $P_{2 \times 4}$; Ordo matriks Q = 3×2 atau $Q_{3 \times 2}$

3. JENIS-JENIS MATRIKS

1. Matriks Nol

Yaitu matriks yang setiap elemennya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Matriks Baris

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris

Contoh : $A = [3 \quad -2 \quad 4]$, $B = [-1 \quad 0 \quad 2 \quad 3]$

3. Matriks Kolom

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

Contoh : $P = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

4. Matriks Bujur sangkar/Matriks Persegi

Yaitu suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Ordo matriks $n \times n$ sering disingkat dengan n saja.

Contoh : $K = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & -3 & 2 \\ 0 & 9 & 4 & 9 \\ -6 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

5. Matriks Diagonal

Yaitu matriks persegi yang semua elemennya nol, kecuali elemen-elemen diagonal utamanya.

Contoh : $E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

6. Matriks Satuan /Matriks Identitas (I)

Yaitu matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya satu, dan elemen lainnya nol.

Contoh : $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Matriks Skalar

Yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya sama, tetapi bukan nol dan semua elemen lainnya nol.

$$\text{Contoh : } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

8. Matriks Segitiga Atas

Yaitu matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya nol.

$$\text{Contoh : } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

9. Matriks Segitiga Bawah

Yaitu matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya nol.

$$\text{Contoh : } K = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 4 & 0 \\ 8 & 2 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

10. Matriks Koefisien

Yaitu matriks yang semua elemennya merupakan koefisien-koefisien dari suatu sistem persamaan linear.

$$\text{Contoh1: Matriks koefisien dari sistem persamaan linear } \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ -4x + 5y = -3 \end{array} \quad \text{adalah : } \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Contoh 2: Matriks koefisien dari sistem persamaan linear } \begin{array}{l} 3x + 2y - z = 7 \\ 4x + 2z = 8 \\ x - 5y + 4z = -6 \end{array} \quad \text{adalah } \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

4. KESAMAAN DUA MATRIKS

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

$$\text{Contoh 1: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

Jika $A = B$ maka: $a=p$, $b=q$, $c=r$ dan $d=s$

$$\text{Contoh 2: Tentukan } x \text{ dan } y \text{ dari } \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 2y & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Jawab : } \begin{array}{l} x = 1 \\ 2y = 8 \Rightarrow y = 4 \end{array}$$

5. TRANSPOSE MATRIKS

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris.

Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T atau A' .

$$\text{Contoh 3: Jika } P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 9 \end{bmatrix} \text{ maka tentukan } P^T$$

$$\text{Jawab : } P^T = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

B. OPERASI MATRIKS

1. PENJUMLAHAN MATRIKS

Dua matriks dapat dijumlahkan jika ordonya sama. Yang dijumlahkan yaitu elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{bmatrix}$$

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan :

a). $A + B$ b). $B + A$ c). $B + C$ d). $A + (B + C)$ e) $A+B$ f). $(A + B) + C$

$$\text{Jawab : a. } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{b. } B + A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } B + C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{d. } A + (B + C) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{e. } (A + B) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{f. } (A + B) + C = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

1. $A + B = B + A$ (bersifat komutatif)
2. $A + (B + C) = (A + B) + C$ (bersifat asosiatif)
3. $A + O = O + A = A$ (O matriks identitas dari penjumlahan)
4. $A + (-A) = (-A) + A = O$ (-A matriks invers penjumlahan)

2. PENGURANGAN MATRIKS

Dua matriks dapat dikurangkan jika ordonya sama. Yang dikurangkan elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{bmatrix}$$

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

- a. $A - B$ b. $B - A$ c. $(A-B)-C$ d. $A-(B-C)$

Jawab :

a. $A - B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix} \dots$

b. $B - A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

Sifat-sifat Pengurangan matriks :

1. $A - B \neq B - A$ (tidak komutatif)
2. $A - (B - C) = (A - B) - C$ (asosiatif)

3. PERKALIAN MATRIKS

3.1 PERKALIAN MATRIKS DENGAN BILANGAN REAL (SKALAR)

Hasil perkalian skalar k dengan sebuah matriks A yang berordo m x n adalah sebuah matriks yang berordo m x n dengan elemen-elemennya adalah hasil kali skalar k dengan setiap elemen matriks A.

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a. $2(A + B)$ b. $2A + 2B$ c. $2(3A)$ d. $6A$

- Jawab : a. $2(A + B) = \dots$
- b. $2A + 2B = \dots$
- c. $2(3A) = \dots$
- d. $6A = \dots$

3.2 PERKALIAN MATRIKS DENGAN MATRIKS

Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan).
Ordo hasil perkalian matriks $A_{m \times n}$ dengan $B_{n \times p}$, misalnya matriks C yang akan berordo m x p (seperti permainan domino).

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$$

Cara mengalikan matriks A dan B yaitu dengan menjumlahkan setiap perkalian elemen pada baris matriks A dengan elemen kolom matriks B dan hasilnya diletakkan sesuai dengan baris dan kolom pada matriks C (matriks hasil perkalian).

Misal : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix}$ maka :

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+ bq & ar+ bs & at+ bu \\ cp+ dq & cr+ ds & ct+ du \end{bmatrix}$$

Contoh : Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

- | | | | | | |
|----------|-------------|------------|-------|----------|----------|
| a. AB | b. BA | c. BC | d. AC | e. (AB)C | f. A(BC) |
| g. B + C | h. A(B + C) | i. AB + AC | j. AI | k. IA | |

Jawab : a. $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-4 & 0+10 \\ 0-6 & 0+15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix}$

b. $BA = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 & 8+0 \\ -2+0 & -4+15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 11 \end{bmatrix}$

c. $BC = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12+0 & -8+0 \\ -6+5 & 4+20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ -1 & 24 \end{bmatrix}$

d. $AC = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -2+8 \\ 0+3 & 0+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$

e. $(AB)C = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+10 & 0+40 \\ -18+15 & 12+60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 40 \\ -3 & 72 \end{bmatrix}$

f. $A(BC) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ -1 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12-2 & -8+48 \\ 0-3 & 0+72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 40 \\ -3 & 72 \end{bmatrix}$

g. $B + C = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3 & 0+(-2) \\ -2+1 & 5+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$

f. $A(B + C) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-4 & -2+18 \\ 0-3 & 0+27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ -3 & 27 \end{bmatrix}$

g. $AB + AC = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ -6 & 15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15+14 & 18+16 \\ 5+28 & 6+32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 34 \\ 33 & 38 \end{bmatrix}$

g. $AI = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 0+2 \\ 0+0 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \dots$

h. $IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 2+0 \\ 0+0 & 0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \dots$

Sifat-sifat perkalian matriks :

1. Umumnya tidak komutatif ($AB \neq BA$)
2. Asosiatif : $(AB)C = A(BC)$
3. Distributif kiri : $A(B + C) = AB + AC$
Distributif kanan : $(B + C)A = BA + CA$
4. Identitas : $IA = AI = A$
5. $k(AB) = (kA)B$

C. INVERS MATRIKS

1. INVERS MATRIKS ORDO 2 x 2

Jika $AB = BA = I$, dimana I matriks satuan yaitu $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka A dan B dikatakan saling invers.

Invers matriks A dinotasikan A^{-1} .

Misal $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka :

$$AB = I \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} ap + br = 1 \\ cp + dr = 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow p = \frac{d}{ad - bc} \text{ dan } r = \frac{-c}{ad - bc} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} aq + bs = 0 \\ cq + ds = 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow q = \frac{-b}{ad - bc} \text{ dan } s = \frac{a}{ad - bc} \end{array} \right.$$

Karena $B = A^{-1} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$ad - bc$ disebut Determinan (D) atau $|A|$ atau $\det(A)$.

Jadi $D = |A| = \det(A) = ad - bc$.

Jika $D = 0$, maka matriks A tidak mempunyai invers dan matriks A disebut matriks Singular. Jika $ad - bc \neq 0$ maka matriks A disebut matriks Non Singular.

Contoh 1: Tentukan determinan $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

Jawab : $|A| = \dots$

Contoh 2: Tentukan matriks X jika $X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

Jawab : $XA = B \Rightarrow X = BA^{-1} = \dots$

Jika ada persamaan matriks berbentuk :

$AX = B \text{ maka } X = A^{-1}B$ $XA = B \text{ maka } X = BA^{-1}$

**SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN KEMUDIAN JAWABANNYA DIKIRIMKAN SEBELUM
BATAS WAKTU YANG SUDAH DITENTUKAN**

NOMOR I

1. Tentukan a, b, c dan d dari :

$$a. \begin{bmatrix} 5 & 2a-6 \\ 3b & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2b \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$b. \begin{bmatrix} \frac{10}{b} & 2c \\ a-2 & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -6 \\ c & 8 \end{bmatrix}$$

$$c. \begin{bmatrix} -3 & a \\ b+1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{b} & d-3 \\ a-2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} a+c & 3b+4d \\ -b+3d & 2a-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Tentukan transposenya dari :

$$a. A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b. B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

NOMOR II

1. Tentukan matriks X jika:

$$a. 2X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$b. 2X + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c. 2X - \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$d. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}X - \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. Tentukan a, b, c dan d dari :

$$a. 2 \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & d \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 & b \\ c & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$b. 4 \begin{bmatrix} a+1 & c \\ b & 3a \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4b & 8d+2 \\ 2c+4 & 6 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} b-2 & c \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

NOMOR III

1. Diketahui $X = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Jika $X^2 = X.X$ dan $X^3 = X.X.X$ maka tentukan :

a. X^2 b. X^3

2. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ maka tentukan : a. $(BA)^T$ b. $(AB)^T$

NOMOR IV

1. Tentukan inversnya ! (jika ada)

a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ b. $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

c. $C = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$ d. $D = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}$

2. Tentukan matriks X jika :

$$a. X \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 14 & 15 \end{bmatrix}$$

$$b. \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$c. \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 28 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$d. X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 14 & 5 \\ 10 & -2 \end{bmatrix}$$