A. PENGERTIAN DAN NOTASI MATRIKS (DR. Jemakmun,M.SI)

1. PENGERTIAN

Matriks adalah susunan bilangan berbentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom yang ditulis diantara tanda kurung ( ) atau [ ] atau || ||
Susunan horizontal disebut dengan baris sedangkan susunan vertikal disebut dengan kolom
Bentuk Umum Matriks :

$$\begin{array}{cl} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \longrightarrow \text{baris } \mathbf{1} \\ \longrightarrow \text{baris } \mathbf{2} \\ \\ \longrightarrow \text{baris } \mathbf{m} \end{array} \\ \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Kolom} & \text{Kolom} & & \text{Kolom} \end{array} & \end{array}$$

a $_{mn}$ adalah elemen atau unsur matriks yang terletak pada baris ke-m dankolom ke-n

Nama matriks ditulis dengan menggunakan huruf besar A,B, P, Q, dsb . Sedangkan Unsur/elemen-elemen suatu matriks dengan huruf kecil sesuai nama matriks dengan indeks sesuai letak elemennya, seperti a_{11}, a_{12}, ...

Contoh 1: Diketahui matriks A = $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & -3 & 8 \\ 2 & -5 & 9 & 12 & -4 \\ 3 & 0 & 7 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

Tentukan :

a. banyak baris
b. banyak kolom
c. elemen-elemen baris ke-1
d. elemen-elemen kolom ke-3
e. $a_{3.4}$
f. $a_{1.3}$

Jawab :
a. banyak baris : **3** buah
b. banyak kolom :**5** buah
c. elemen-elemen baris ke-1 : **1, 4, 6, -3, 8**
d. elemen-elemen kolom ke-3 : **6, 9, 7**
e. $a_{3.4}$ = elemen baris ke-3 kolom ke-4 = **5**
f. $a_{1.3}$ = elemen baris ke-1 kolom ke-3 = **6**

2. ORDO MATRIKS

Yaitu banyaknya baris dan kolom yang menyatakan suatu matriks.
A_{mxn} artinya matriks A berordo m x n yaitu banyaknya baris m buah dan banyaknya kolom n buah.

Contoh : Diketahui $P = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -6 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$

Tentukan ordo matriks P dan Q

Jawab : Ordo matriks P = 2 x 4 atau $P_{2\,x3}$; Ordo matriks Q = 3 x 2 atau $Q_{2\,x3}$

3. JENIS-JENIS MATRIKS

1. Matriks Nol

Yaitu matriks yang setiap elemennya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Matriks Baris

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu baris

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. Matriks Kolom

Yaitu matriks yang hanya mempunyai satu kolom.

Contoh : $P = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}$ $Q = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$

4. Matriks Bujur sangkar/Matriks Persegi

Yaitu suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama.

Ordo matriks n x n sering disingkat dengan n saja.

Contoh : $K = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$, $L = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & -3 & 2 \\ 0 & 9 & 4 & 9 \\ -6 & 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

5. Matriks Diagonal

Yaitu matriks persegi yang semua elemennya nol, kecuali elemen-elemen diagonal utamanya.

Contoh : $E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

6. Matriks Satuan /MatriksIdentitas (I)

Yaitu matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya satu, dan elemen lainnya nol.

Contoh : $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. Matriks Skalar

Yaitu matriks persegi yang semua elemen pada diagonal utamanya sama, tetapi bukan nol dan semua elemen lainnya nol.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

8. Matriks Segitiga Atas

Yaitu matriks yang semua elemen di bawah diagonal utamanya nol.

Contoh : $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & -3\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}5 & 7 & 9 & 4\\ 0 & -1 & 1 & 6\\ 0 & 0 & 4 & 8\\ 0 & 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$

9. **Matriks Segitiga Bawah**
   Yaitu matriks yang semua elemen di atas diagonal utamanya nol.

   Contoh : $K=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 4 & 4 & 0\\ 1 & -3 & 2\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}5 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 9 & 3 & 4 & 0\\ 8 & 2 & 6 & 7\end{bmatrix}$

10. **Matriks Koefisien**
    Yaitu matriks yang semua elemennya merupakan koefisien-keofisien dari suatu sistem persamaan linear.

    Contoh1: Matriks koefisien dari sistem persamaan liniear 2x + 3y =7 adalah : $\begin{bmatrix}2 & 3\\ -4 & 5\end{bmatrix}$
    -4x + 5y =-3

    Contoh 2: Matriks koefisien dari sistem persamaan liniear 3x +2y-z = 7
    4x +2z = 8 adalah $\begin{bmatrix}3 & 2 & -1\\ 4 & 0 & 2\\ 1 & -5 & 4\end{bmatrix}$
    x -5y+4z =-6

4. KESAMAAN DUA MATRIKS

Dua matriks dikatakan sama jika ordo dan elemen-elemen yang seletak sama.

Contoh 1: $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}p & q\\ r & s\end{bmatrix}$

Jika A= B maka: a=p, b=q, c=r dan d=s

Contoh 2: Tentukan x dan y dari $\begin{bmatrix}3 & 1\\ 8 & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & x\\ 2y & -5\end{bmatrix}$

Jawab : x = 1
2y = 8 $\Rightarrow$ y =4

5. TRANSPOSE MATRIKS

Transpose (putaran) matriks A yaitu matriks yang diperoleh dari matriks A dengan menukarkan elemen-elemen pada baris menjadi kolom dan sebaliknya elemen-elemen pada kolom menjadi baris.
Transpose matriks A dinyatakan dengan A^T atau A'.

Contoh 3: Jika $P=\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 7 & 3 & 9\end{bmatrix}$ maka tentukan P^T

Jawab : P^T = $\begin{bmatrix}1 & 7\\ 2 & 3\\ 4 & 9\end{bmatrix}$

B. OPERASI MATRIKS

1. PENJUMLAHAN MATRIKS

Dua matriks dapat dijumlahkan jika ordonya sama. Yang dijumlahkan yaitu elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{bmatrix}$$

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan :

a). A + B b). B + A c). B + C d). A + (B + C) e) A+B f). (A + B) + C

Jawab : a. **A + B** = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

b. **B + A** = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

c. B + C = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

d. **A + (B + C)** = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} == \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

e. (A + B) = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

f. **(A + B)+C** = $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

1. A + B = B + A (bersifat komutatif)
2. A + (B + C) = (A + B) + C (bersifat asosiatif)
3. A + O = O + A = A (O matriks identitas dari penjumlahan)
4. A + (-A) = (-A) + A = O (-A matriks invers penjumlahan)

2. PENGURANGAN MATRIKS

Dua matriks dapat dikurangkan jika ordonya sama. Yang dikurangkan elemen-elemen yang seletak.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{bmatrix}$$

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$, maka tentukan :

a. A – B b. B – A c. (A-B)-C d. A-(B-C)

Jawab :

a. A – B = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix} \ldots$

b. B – A = $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

<u>Sifat-sifat Pengurangan matriks</u> :

1. A – B $\neq$ B – A (tidak komutatif)
2. A – (B – C) = (A – B) – C (asosiatif)

3. PERKALIAN MATRIKS

3.1 PERKALIAN MATRIKS DENGAN BILANGAN REAL (SKALAR)

Hasil perkalian skalar k dengan sebuah matriks A yang berordo m x n adalah sebuah matriks yang berordo m x n dengan elemen-elemennya adalah hasil kali skalar k dengan setiap elemen matriks A.

Contoh : Jika $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ maka tentukan :

a. 2(A + B) b. 2A + 2B c. 2(3A) d. 6A

Jawab : a. 2(A + B) = …

b. 2A + 2B = …

c. 2(3A) = …

d. 6A = …

3.2 PERKALIAN MATRIKS DENGAN MATRIKS

Dua matriks A dan B dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks A (matriks kiri) sama dengan jumlah baris matriks B (matriks kanan).
Ordo hasil perkalian matriks A_{mxn} dengan B_{nxp}, misalnya matriks C yang akan berordo mxp (seperti permainan domino).

$$\boxed{A_{m\,x\,n} \,.\, B_{n\,x\,p} = C_{m\,x\,p}}$$

Cara mengalikan matriks A dan B yaitu dengan menjumlahkan setiap perkalian elemen pada baris matriks A dengan elemen kolom matriks B dan hasilnya diletakkan sesuai dengan baris dan kolom pada matriks C (matriks hasil perkalian).

Misal : $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix}$ maka :

AB = $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & r & t \\ q & s & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+bq & ar+bs & at+bu \\ cp+dq & cr+ds & ct+du \end{bmatrix}$

Contoh : Diketahui $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Tentukan :

a. AB b. BA c. BC d. AC e. (AB)C f. A(BC)
g. B + C h. A(B + C) i. AB + AC j. AI k. IA

Jawab : a. AB = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 0\\-2 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4-4 & 0+10\\0-6 & 0+15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 10\\-6 & 15\end{bmatrix}$

b. BA = $\begin{bmatrix}4 & 0\\-2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4+0 & 8+0\\-2+0 & -4+15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 8\\-2 & 11\end{bmatrix}$

c. BC = $\begin{bmatrix}4 & 0\\-2 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12+0 & -8+0\\-6+5 & 4+20\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -8\\-1 & 24\end{bmatrix}$

d. AC = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+2 & -2+8\\0+3 & 0+12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\3 & 12\end{bmatrix}$

e. (AB)C = $\begin{bmatrix}0 & 10\\-6 & 15\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0+10 & 0+40\\-18+15 & 12+60\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & 40\\-3 & 72\end{bmatrix}$

f. A(BC) = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}12 & -8\\-1 & 24\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12-2 & -8+48\\0-3 & 0+72\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & 40\\-3 & 72\end{bmatrix}$

g. B + C = $\begin{bmatrix}4 & 0\\-2 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4+3 & 0+(-2)\\-2+1 & 5+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -2\\-1 & 9\end{bmatrix}$

f. A(B + C) = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7 & -2\\-1 & 9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7-4 & -2+18\\0-3 & 0+27\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 16\\-3 & 27\end{bmatrix}$

g. AB + AC = $\begin{bmatrix}0 & 10\\-6 & 15\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 6\\3 & 12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}15+14 & 18+16\\5+28 & 6+32\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}29 & 34\\33 & 38\end{bmatrix}$

g. AI = $\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+0 & 0+2\\0+0 & 0+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\ldots$

h. IA = $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+0 & 2+0\\0+0 & 0+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\end{bmatrix}\ldots$

<u>Sifat-sifat perkalian matriks</u> :

1. Umumnya tidak komutatif (AB $\neq$ BA)
2. Asosiatif : (AB)C = A(BC)
3. Distributif kiri : A(B + C) = AB + AC
   Distributif kanan : (B + C)A = BA + CA
4. Identitas : IA = AI = A
5. k(AB) = (kA)B

C. DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS

DETERMINAN DAN INVERS MATRIKS ORDO 2 x 2

Jika AB = BA = I , dimana I matriks satuan yaitu $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka A dan B dikatakan saling invers.

Invers matriks A dinotasikan A^{-1}.

Misal $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka :

AB = I $\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\left.\begin{array}{l} ap + br = 1 \\ cp + dr = 0 \end{array}\right| \Rightarrow p = \frac{d}{ad-bc} \text{ dan } r = \frac{-c}{ad-bc}$$

$$\left.\begin{array}{l} aq + bs = 0 \\ cq + ds = 1 \end{array}\right| \Rightarrow q = \frac{-b}{ad-bc} \text{ dan } s = \frac{a}{ad-bc}$$

Karena $B = A^{-1}$ = $\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ maka $\boxed{A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}$

ad – bc disebut Determinan (D) atau $|A|$ atau det(A).

Jadi $D = |A| = \det(A) = ad - bc$.

Jika D = 0, maka matriks A tidak mempunyai invers dan matriks A disebut matriks Singular. Jika ad – bc $\neq 0$ maka matriks A disebut matriks Non Singular.

Contoh 1: Tentukan determinan $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

Jawab : $|A| = ...$

Contoh 2: Tentukan matriks X jika $X\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

Jawab : XA = B $\Rightarrow$ X = BA^{-1} = ...

Jika ada persamaan matriks berbentuk :

AX = B maka X = $A^{-1}B$
XA = B maka X = BA^{-1}

SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN KEMUDIAN JAWABANNNYA DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTU YANG SUDAH DITENTUKAN

NOMOR I

1. Tentukan a, b, c dan d dari :

   a. $\begin{bmatrix} 5 & 2a-6 \\ 3b & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2b \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

   b. $\begin{bmatrix} \frac{10}{b} & 2c \\ a-2 & bd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -6 \\ c & 8 \end{bmatrix}$

   c. $\begin{bmatrix} -3 & a \\ b+1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c}{b} & d-3 \\ a-2 & 5 \end{bmatrix}$

   d. $\begin{bmatrix} a+c & 3b+4d \\ -b+3d & 2a-c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

2. Tentukan transposenya dari :

   a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

   b. $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

NOMOR II

1. Tentukan matriks X jika:

   a. $2X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$

   b. $2X + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

   c. $2X - \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

   d. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}X - \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

2. Tentukan a, b, c dan d dari :

   a. $2\begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & d \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -1 & b \\ c & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

   b. $4\begin{bmatrix} a+1 & c \\ b & 3a \end{bmatrix} - \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4b & 8d+2 \\ 2c+4 & 6 \end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix} b-2 & c \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

NOMOR III

1. Diketahui $X = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Jika $X^2 = X.X$ dan $X^3 = X.X.X$ maka tentukan :

   a. X^2 b. X^3

2. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ maka tentukan : a. $(BA)^T$ b. $(AB)^T$

NOMOR IV

1. Tentukan inversnya ! (jika ada)

   a. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ b. $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$ c. $C = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$ d. $D = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 8 & -5 \end{bmatrix}$

2. Tentukan matriks X jika :

   a. $X\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 14 & 15 \end{bmatrix}$

   b. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}X = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

   c. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}X = \begin{bmatrix} 28 \\ -14 \end{bmatrix}$

   d. $X\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 14 & 5 \\ 10 & -2 \end{bmatrix}$