DEFINISI PROBABILITAS

Sejauh ini teori peluang yang kita bicarakan hanya sebatas pada suatu peristiwa tertentu atau tentang kemungkinan terjadinya perstiwa dengan nilai peluang tertentu. Padahal masih ada nilai-nilai peluang dari peristiwa lainnya yang bisa ditentukan. Nilai-nilai peluang tambahan yang demikian bisa membentuk suatu distribusi yang disebut sebagai distribusi peluang.

Ketidakpastian meliputi seluruh aspek kehidupan manusia. Probabilitas merupakan suatu alat yang sangat penting karena probabilitas banyak digunakan untuk menaksir derajat ketidakpastian. Probabilitas adalah suatu ukuran kuantitatif dari suatu ketidakpastian merupkan suatu angka yang membawa kekuatan keyakinan atas suatu kejadian dari suatu peristiwa yang tidak pasti. Percobaan adalah pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinakan timbulnya paling sedikit 2 peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi. Semua peristiwa tersebut berada dalam ketidakpastian (uncertainty), dengan demikian probabilitas / peluang merupakan derajat kepastian untuk terjadinya suatu peristiwa diukur dengan angka pecahan nol sampai satu, dimana peristiwa tersebut terjadi secara acak atau random. Dengan konsep probabilitas tersebut, maka akan diusahakan untuk menarik kesimpulan tentang karakteristik dari populasi dengan menggunakan data sampel. Proses penarikan kesimpulan populasi atas dasar data sampel disebut induktif.

Teori peluang merupakan teori dasar statistika, suatu disiplin ilmu yang mempelajari pengumpulan, pengaturan, perhitungan, pengambaran dan penganalisisan data serta penarikan kesimpulan yang valid berdasarkan penganalisaan yang dilakukan dan pembuatan keputusan rasional. Teori peluang digunakan dibidang lain, selain matematika. Ahli fisika menggunakan peluang untuk mempelajari macam-macam gas dan hokum panas dalam teori atom. Ahli biologi mengaplikasikan teori peluang dalam ilmu genetika dan teori seleksi alam. Dalam dunia bisnis, teori peluang digunakan untuk pengambilan keputusan.

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering dihadapkan dengan beberapa pilihan yang harus kita tentukan memilih yang mana. Biasanya kita dihadapkan dengan kemungkinan-kemungkinan suatu kejadian yang mungkin terjadi dan kita harus pinta-pintar mengambil sikap jika menemukan keadaan seperti ini, misalnya saja pada saat kita langit terlihat mendung. Dalam keadaan ini kita dihadapkan antara 2 permasalahan, yaitu kemungkinan terjadinya hujan serta kemungkinan langit hanya mendung saja dan tidak akan turunnya hujan. Statistic yang membantu permasalahan dalam hal ini adalah probabilitas.

Probabilitas didefinisikan sebagai peluang atau kemungkinan suatu kejadian, suatu ukuran tentang kemungkinan atau derajat ketidakpastian suatu peristiwa yang akan terjadi dimasa mendatang. Rentangan probabilitas antara 0 sampai 1. Jika kita mengatakan probabilitas suatu kejadian adalah 0 maka peristiwa tersebut tidak mungkin terjadi, dan bila probabilitas sebuah kejadian adalah 1 maka peristiwa tersebut pasti terjadi. Serta jumlah antara peluang suatu kejadian yang terjadi dan peluang suatu kejadian yang mungkin tidak terjadi adalah satu, jika kejadian tersebut hanya memiliki 2 kemungkinan yang mungkin terjadi

1) Pendekatan Klasik

Pendekatan klasik didasarkan pada banyaknya kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi pada suatu kejadian. "jika ada a banyaknya kemungkinan yang dapat terjadi pada kejadian A dan b banyaknya kemungkinan tidak terjadi pada kejadian A serta masing-masing kejadian mempunyai kesempatan yang sama dan saling asing". Probabilitas akan terjadi:

$$P(A) = \frac{a}{a+b}$$

2) Pendekatan Frekuensi Relatif

Nilai probabilitas ditentukan atas dasar proporsi dari kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu observasi atau percobaan. Tidak ada asumsi awal tentang kesamaan kesempatan karena penentuaan nilai-nilai probabilitas didasarkan pada hasil observasi dan pengumpulan data. Misalkan berdasarkan pengalaman

pengambilan data. Sebanyak n terdapat a kejadian yang bersifat A. dengan demikian probabilitas akan terjadi A untuk data adalah

$$P(A) = \frac{A}{N}$$

3) Pendekatan Subyektif

Pendekatan subjektifitas dalam penentuaan niai probabilitas adalah tepat atau cocok apabila hanya ada satu kemungkinan kejadian terjadi dalam satu kejadian. Dengan pendekatan ini, nilai probabilitas dari suatu kejadian ditentukan berdasarkan tingkat kepercayaan yang bersifat individual dengan berlandaskan pada semua petunjuk yang dimilikinya.

secara sederhana pengertian probabilitas dalam pendekatan klasik, pendekatan frekuensi relative dan pendekatan subjektif dirangkum pada tabel berikut ini :

Pendekatan Klasik	Hasil bagi dari banyaknya peristiwa yang				
	dimaksud dengan seluruh peristiwa yang				
	mungkin terjadi				
Pendekatan Frekuensi	Proporsi waktu terjadinya suatu peristiwa dalam				
Relatif	jangka panjang jika kondisi stabil				
Pendekatan Subjektif	Tingkat kepercayaan individu yang didasarkan				
	pada peristiwa masa lalu yang berupa terkaan				
	saja				

RUMUS PROBABILITAS PENDEKATAN KLASIK

$$P(A) = \frac{X}{n}$$

Dimana:

P(A) adalah probabilitas terjadinya kejadian A

X adalah peristiwa yang dimaksud

n adalah banyaknya peristiwa yang mungkin

CONTOH SOAL:

Dua buah dadu dilempar ke atas secara bersamaan. Tentukan probabilitas munculnya angka berjumlah 5 !

Penyelesaian:

Kemungkinan munculnya angka berjumlah 5 adalah $\{(1,4), (4,1), (2,3), (3,2)\}$ sehingga X=4

Kemungkinan keseluruhan kejadian adalah $\{(1,1), (1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), (2,1),(2,2), (2,3),(2,4), \dots (6,6)\}$, ada 36 kemungkinan kejadian. Sehingga probabilitas munculnya angka berjumlah 5 adalah :

$$P(A=5) = \frac{4}{36} = 0.11$$

RUMUS PENDEKATAN FREKUENSI RELATIF

$$P(X_i) = \lim_{n \to \infty} \frac{F_i}{n}$$

Dimana:

P(X_i) adalah probabilitas peristiwa i

F_i adalah frekuensi peristiwa i

n adalah banyaknya peristiwa bersangkutan

CONTOH SOAL:

Hasil ujian statistic pada 65 mahasiswa Teknik Informatika adalah sebagai berikut :

X	5,0	6,5	7,4	8,3	8,8	9,5
F	11	14	13	15	7	5

Tentukan probabilitas salah seorang mahasiswa yang nilai statistiknya 8,3!

 $F_i = 15$ (frekuensi X = 8,3)

n = 65 (jumlah mahasiswa)

$$P(X_i) = \lim_{n \to \infty} \frac{15}{65} = 0.231$$

PENDEKATAN SUBJEKTIF

Probabilitasi adalah suatu indeks atau nilai yang digunakan untuk menentukan tingkat terjadinya suatu kejadian yang bersifat random atau acak. Jika P=0 disebut probabilitas kemustahilan artinya peristiwa atau kejadian tersebut tidak akan terjadi. Jika P=1 maka probabilitas kepastian artinya kejadian atau peristiwa tersebut pasti terjadi. Jika 0<P<1 disebut probabilitas kemungkinan artinya kejadian atau peristiwa tersebut dapat terjadi atau tidak terjadi

CONTOH SOAL:

Seorang kepala sekolah akan memilih seorang siswa untuk menjadi siswa teladan. Terdapa empat calon siswa yang telah uji kompetensi. Keempat calon tersebut sama-sama pintar, disiplin dan linca. Probabilitas tertinggi / kemungkinan terpilih menjadi siswa teladan ditentukan secara subjektif oleh kepala sekolah.

MACAM-MACAM KEJADIAN

A. Kejadian terpisah (Mutually Exclusive)

$$P(AUB) = P(A) + P(B)$$

Contoh kejadian terpisah:

Ada 10 buah mangga, 8 jeruk dan 2 apel. Berapa probabilitas terambilnya buah mangga atau jeruk ?

$$P(Mangga\ U\ Jeruk) = \frac{10}{20} + \frac{8}{20} = 0.5 + 0.4 = 0.9$$

Jadi probabilitas terambilnya buah manga atau jeruk adalah 90%

B. Kejadian tidak terpisah (Inclusive)

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh kejadian tidak terpisah

Sebuah dadu dilempar maka berapa probabilitas munculnya dadu genap atau 6?

A = Dadu genap ada {2, 4, 6} sehingga ada 3 kemungkinan

B = Dadu 6 ada 1 kemungkinan.

$$P(AUB) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = 0.5$$

Sehingga probabilitas munculnya dadu genap atau 6 adalah 50%

C. Kejadian Saling Bebas

$$P(A \cap B) = P(A)xP(B)$$

Contoh kejadian saling bebas

Probabilitas Ani akan lulus mata kuliah statistik adalah 0,80 dan probabilitas Dodi akan lulus mata kuliah statitik adalah 0,95. Berapa probabilitas Ani lulus dan dodi tidak lulus ?

$$P(Ani\ Lulus\ \cap\ Dodi\ Tidak\ Lulus) = 0.80x0.05 = 0.04$$

Sehingga probabilitas Ani lulus dan dodi tidak lulus adalah 4%

D. Kejadian Tidak Bebas

$$P(B \cap A) = P(B)xP(A|B)$$

Contoh kejadian tidak bebas:

Ada 10 bola didalam keranjang yang terdiri dari bola warna merah 2, biru 3, kuning 5. Diambil 2 bola berturut-turut tanpa pengembalian. Berapa probabilitas terambil yang pertama merah dan yang kedua kuning ?

$$P(Merah \cap Kuning) = \frac{2}{10}X\frac{5}{9} = 0.11$$

TEKNIK PENGEMBALIAN

Ada dua teknik pengembalian yaitu dengan pengembalian dan tanpa pengembalian.

1. Dengan pemgembalian. Ada 10 bola dalam keranjang yang terdiri dari bola merah 5, putih 2, hijau 3. Dilakukan pengambilan 3 bola secara acak dengan

pengembalian. Berapa Probabilitas terambil 1 bola merah dan 2 bola hijau berturut-turut ?

$$P(M \cap H1 \cap H2) = \frac{5}{10}x\frac{3}{10}x\frac{3}{10} = \frac{45}{1000} = 0,045$$

2. Dengan tanpa pengembalian.

$$P(M \cap H1 \cap H2) = \frac{5}{10}x\frac{3}{9}x\frac{2}{8} = \frac{30}{720} = 0,042$$

EKSPEKTASI MATEMATIS / HARAPAN MATEMATIKA

Ekspektasi matematis atau harapan matematika adalah jumlah dari semua hasil perkalian antara nilai variable random dengan probabilitas yang bersesuaian dengan nilai tersebut.

$$E(X) = \sum X.P(X) = x_1.P(x_1) + x_2P(x_2) + \dots + x_nP(x_n)$$

Contoh:

Berapa nilai harapan ekspektasi matematis untuk bermain satu kali dalam sebuah permainan jika seorang akan menang Rp. 150.000,- dengan probabilitas 0,35 dan menang Rp. 100.000,- dengan probabilitas 0,45?

Penyelesaian:

Diketahui :
$$X_1 = Rp. 150.000,$$

 $X_2 = Rp. 100.000,$
 $P(X_1)=0,35$
 $P(X_1)=0,45$

Sehingga ekspektasi matematis diperoleh sebagai berikut :

$$E(X) = (150.000 * 0.35) + (100.000 * 0.45) = 52.500 + 45.000$$
$$= Rp. 97.500$$