

## Aplikasi Aljabar Boolean(Jemakmun)

### 1. Jaringan Pensaklaran (*Switching Network*)

Saklar adalah objek yang mempunyai dua buah keadaan: buka dan tutup.

Tiga bentuk gerbang paling sederhana:

1.  $a \text{ ————— } \diagup x \text{ ————— } b$

*Output b hanya ada jika dan hanya jika x dibuka  $\Rightarrow x$*

2.  $a \text{ ————— } \diagup x \text{ ————— } \diagup y \text{ ————— } b$

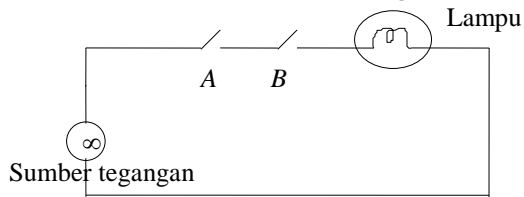
*Output b hanya ada jika dan hanya jika x dan y dibuka  $\Rightarrow xy$*

3. 
$$\begin{array}{c} a \text{ ————— } \diagup x \\ b \text{ ————— } \diagdown y \end{array} \quad \Bigg| \quad c$$

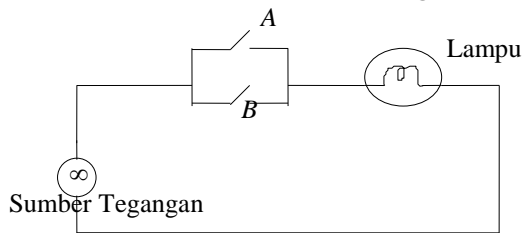
*Output c hanya ada jika dan hanya jika x atau y dibuka  $\Rightarrow x + y$*

Contoh rangkaian pensaklaran pada rangkaian listrik:

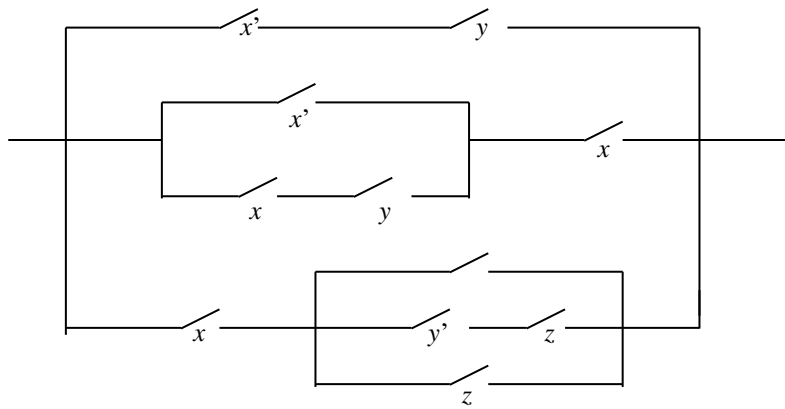
#### 1. Saklar dalam hubungan SERI: logika AND



#### 2. Saklar dalam hubungan PARALEL: logika OR



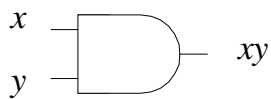
**Contoh.** Nyatakan rangkaian pensaklaran pada gambar di bawah ini dalam ekspresi Boolean.



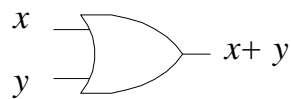
Jawab:  $x'y + (x' + xy)z + x(y + y'z + z)$

## 2. Rangkaian Digital Elektronik

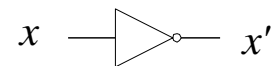
Gerbang AND



Gerbang OR

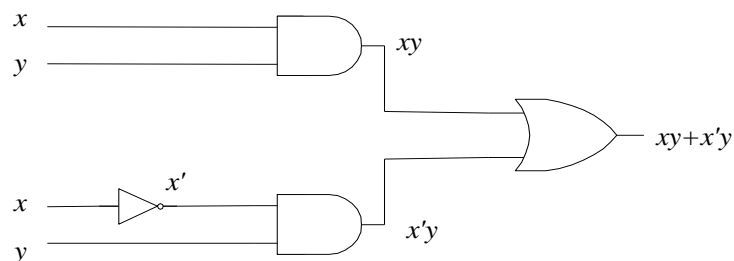


Gerbang NOT (*inverter*)

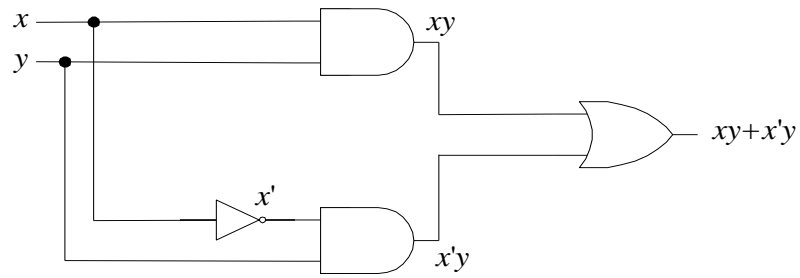


**Contoh.** Nyatakan fungsi  $f(x, y, z) = xy + x'y$  ke dalam rangkaian logika.

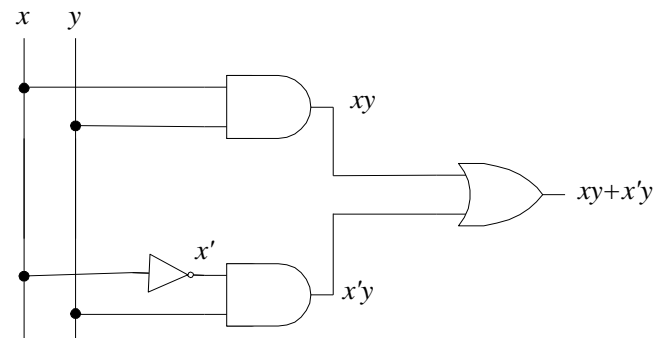
Jawab: (a) Cara pertama



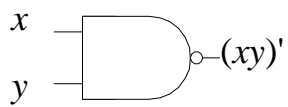
(b) Cara kedua



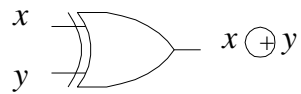
(b) Cara ketiga



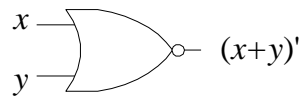
Gerbang turunan



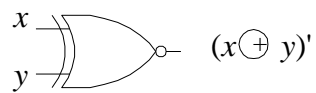
Gerbang NAND



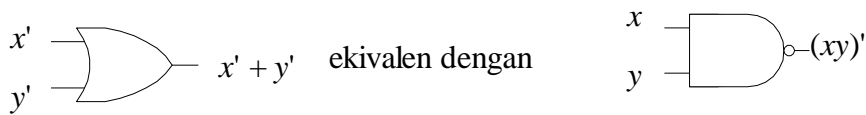
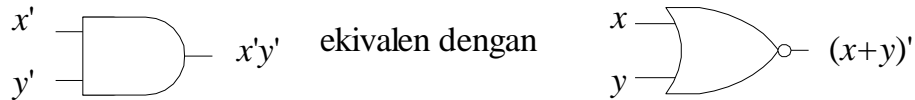
Gerbang XOR



Gerbang NOR



Gerbang XNOR



## Penyederhanaan Fungsi Boolean

**Contoh.**  $f(x, y) = x'y + xy' + y'$

disederhanakan menjadi

$$f(x, y) = x' + y'$$

Penyederhanaan fungsi Boolean dapat dilakukan dengan 3 cara:

1. Secara aljabar
2. Menggunakan Peta Karnaugh
3. Menggunakan metode Quine Mc Cluskey (metode Tabulasi)

### 1. Penyederhanaan Secara Aljabar

**Contoh:**

$$\begin{aligned}
 1. \quad f(x, y) &= x + x'y \\
 &= (x + x')(x + y) \\
 &= 1 \cdot (x + y) \\
 &= x + y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. f(x, y, z) &= x'y'z + x'yz + xy' \\
 &= x'z(y' + y) + xy' \\
 &= x'z + xz'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. f(x, y, z) &= xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x + x') \\
 &= xy + x'z + xyz + x'yz \\
 &= xy(1 + z) + x'z(1 + y) = xy + x'z
 \end{aligned}$$

## 2. Peta Karnaugh

a. Peta Karnaugh dengan dua peubah

		y	
		0	1
x	0	$x'y'$	$x'y$
	1	$xy'$	$xy$

b. Peta dengan tiga peubah

				yz			
				00	01	11	10
x	0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$		
	1	$xy'z'$	$xy'z$	$xyz$	$xyz'$		

**Contoh.** Diberikan tabel kebenaran, gambarkan Peta Karnaugh.

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

		yz			
		00	01	11	10
x	0	0	0	0	1
	1	0	0	1	1

b. Peta dengan empat peubah

				yz				
				00	01	11	10	
$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	wx 00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$	01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{15}$	$m_{14}$	11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$	10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

**Contoh.** Diberikan tabel kebenaran, gambarkan Peta Karnaugh.

w	x	y	z	$f(w, x, y, z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	1	0	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	1
	10	0	0	0	0

## Teknik Minimisasi Fungsi Boolean dengan Peta Karnaugh

1. *Pasangan*: dua buah 1 yang bertetangga

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	0	0

*Sebelum disederhanakan*:  $f(w, x, y, z) = wxyz + wxyz'$

*Hasil Penyederhanaan*:  $f(w, x, y, z) = wxy$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}
 f(w, x, y, z) &= wxyz + wxyz' \\
 &= wxy(z + z') \\
 &= wxy(1) \\
 &= wxy
 \end{aligned}$$

2. *Kuad*: empat buah 1 yang bertetangga

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

01	0	0	0	0
<b>11</b>	1	1	1	1
10	0	0	0	0

Sebelum disederhanakan:  $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz'$

Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = wx$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}
 f(w, x, y, z) &= wxy' + wxy \\
 &= wx(z' + z) \\
 &= wx(1) \\
 &= wx
 \end{aligned}$$

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	<b>11</b>	1	1	1	1
	10	0	0	0	0

Contoh lain:

		yz			
		<b>00</b>	<b>01</b>	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	<b>11</b>	1	1	0	0
	<b>10</b>	1	1	0	0

Sebelum disederhanakan:  $f(w, x, y, z) = wxy'z' + wxy'z + wx'y'z' + wx'y'z$

Hasil penyederhanaan:  $f(w, x, y, z) = wy'$



3. *Oktet*: delapan buah 1 yang bertetangga

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

*Sebelum disederhanakan:*  $f(a, b, c, d) = wxy'z' + wxy'z + wxyz + wxyz' + wx'y'z' + wx'y'z + wx'yz + wx'yz'$

*Hasil penyederhanaan:*  $f(w, x, y, z) = w$

Bukti secara aljabar:

$$\begin{aligned}
 f(w, x, y, z) &= wy' + wy \\
 &= w(y' + y) \\
 &= w
 \end{aligned}$$

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

**Contoh 5.11.** Sederhanakan fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'yz + xy'z' + xyz + xyz'$ .

Jawab:

Peta Karnaugh untuk fungsi tersebut adalah:

		yz			
		00	01	11	10
x	0			1	
	1	1		1	1

Hasil penyederhanaan:  $f(x, y, z) = yz + xz'$

**Contoh 5.12.** Andaikan suatu tabel kebenaran telah diterjemahkan ke dalam Peta Karnaugh. Sederhanakan fungsi Boolean yang bersesuaian sesederhana mungkin.

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	1	1	1
	01	0	0	0	1
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	1

Jawab: (lihat Peta Karnaugh)  $f(w, x, y, z) = wy' + yz' + w'x'z$

**Contoh 5.13.** Minimisasi fungsi Boolean yang bersesuaian dengan Peta Karnaugh di bawah ini.

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

Jawab: (lihat Peta Karnaugh)  $f(w, x, y, z) = w + xy'z$

Jika penyelesaian Contoh 5.13 adalah seperti di bawah ini:

		yz			
		00	01	11	10
wx	00	0	0	0	0
	01	0	1	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

maka fungsi Boolean hasil penyederhanaan adalah

$$f(w, x, y, z) = w + w'xy'z \quad (\text{jumlah literal} = 5)$$

yang ternyata masih belum sederhana dibandingkan  $f(w, x, y, z) = w + xy'z$  (jumlah literal = 4).

**SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN DAN JAWABAN HARUS  
DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTU YANG SUDAH DITENTUKAN**

**1. Carilah komplemen dari fungsi Boolean berikut;**

a.  $f(w, x, y, z) = x'z + w'xy' + wyz + w'xy$

b.  $f(x, y, z) = xy + x'y'z' + x'yz'$

**2. Gambarkan rangkaian pensaklaran yang menyatakan ekspresi Boolean:**

a.  $xy + xy'z + y(x' + z) + y'z'$

b.  $xy + x'y'z' + x'yz'$