



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

**MŠMT**  
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# Programování a algoritmizace

## Mocnina a faktoriál

Strategický projekt UTB ve Zlíně, reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/16\_015/0002204



Ing. et Ing. Erik Král, Ph.D.  
ÚPKS  
Fakulta aplikované informatiky

# Obsah

Mocnina a faktoriál rekurzivní varianta

Příklady

# Úvod

- V následujících snímcích probereme algoritmy výpočtu mocniny s přirozeným mocnitelem (exponentem).
- Na těchto příkladech si demonstrujeme použití rekurzivní metody.
- Jak si dále ukážeme, použití rekurzivní metody by pro tento algoritmus bylo méně efektivní než iterační varianta.

# Mocnina

- Následující algoritmus spočítá hodnotu výrazu  $x^y$
- Využijeme k tomu rekurzivního algoritmu, kdy rekurzivně voláme metodu tak dlouho dokud exponent není roven 0 a potom vrátíme hodnotu 1.

# Algoritmus a paměť

- Rekurzivní algoritmus alokuje pro každé volání metody novou paměť.
- V příkladech je **zjednodušeně** demonstrováno využití paměti z hlediska zásobníku (Stack) a haldy (Heap).
- Práce se zásobníkem je ve skutečnosti složitější a v příkladech jsou zobrazeny **pouze proměnné přímo související s algoritmem** a jsou vynechány uložené hodnoty registrů nebo návratové hodnoty. Také pořadí předávaných argumentů a parametrů metody může být jiné.
- Návratová hodnota metody se může předávat jak v registru, tak i jiným způsobem [3].

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

    Console.WriteLine(mocnina);
}
```

Paměť RAM

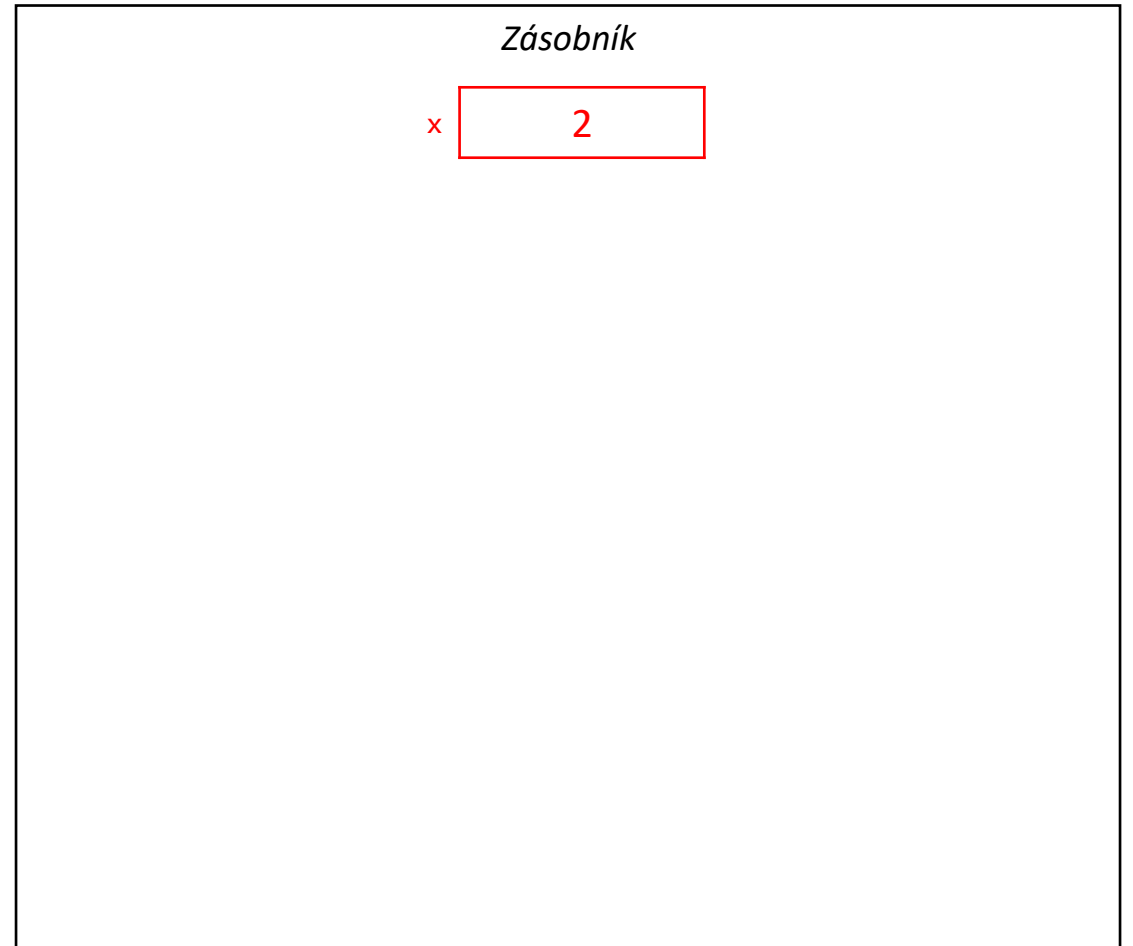
*Zásobník*

# Mocnina - rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;

}
```

Paměť RAM

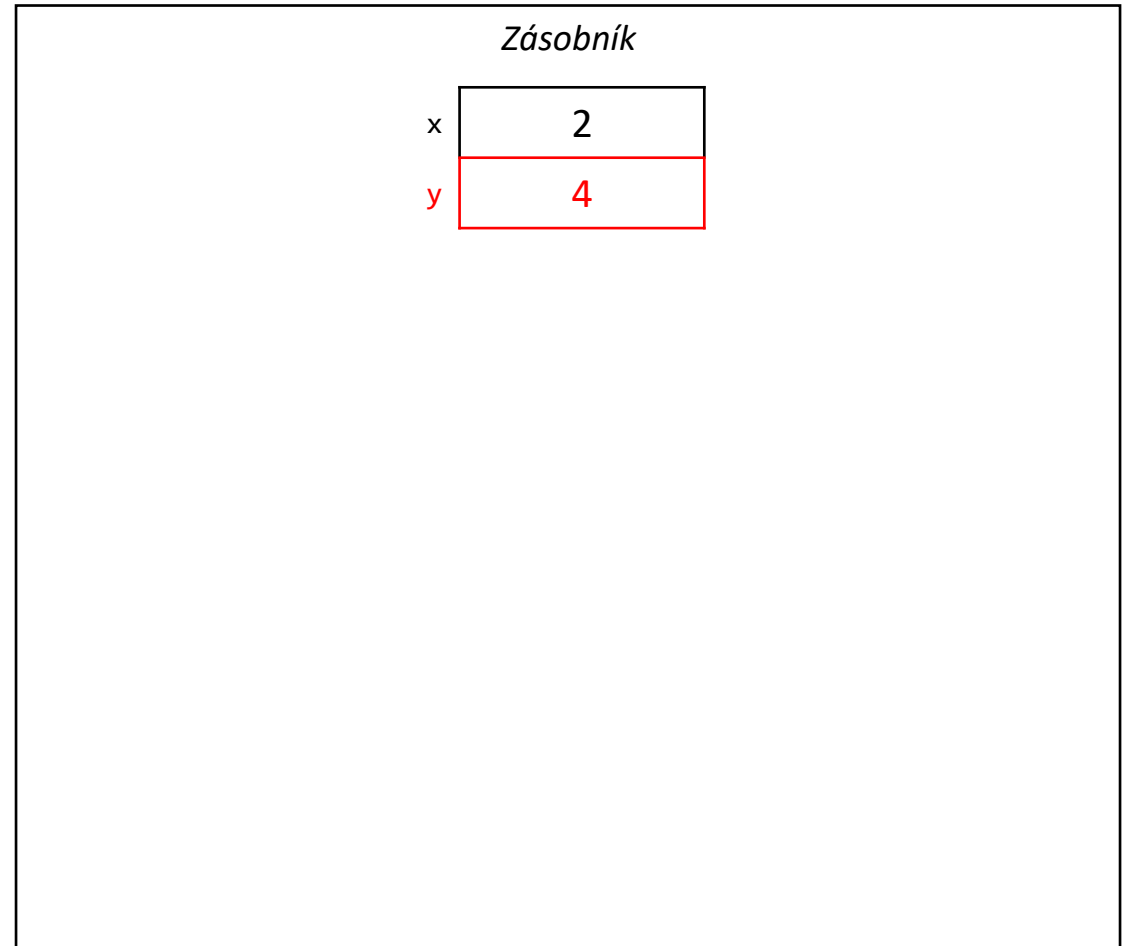


# Mocnina - rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

}
```

Paměť RAM





# Mocnina - rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

x	2
y	4

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{

}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

}
```

Paměť RAM

Zásobník	
x	2
y	4
1. volání x	2
y	4

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
x	2
y	4
1. volání x	2
y	4

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
x	2
y	4
1. volání x	2
y	4

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
	x
	y
1. volání	x
	y
2. volání	x
	y

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
	x 2
	y 4
1. volání	x 2
	y 4
2. volání	x 2
	y 3

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
	x 2
	y 4
1. volání	x 2
	y 4
2. volání	x 2
	y 3

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2



# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
	x	2
2. volání	y	3
	x	2
	y	2
3. volání	x	2
	y	2
	x	2
4. volání	y	1

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1
5. volání	x	2
	y	0

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1
5. volání	x	2
	y	0

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1
5. volání	x	2
	y	0
		return 1



# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return 2 * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

    Console.WriteLine(mocnina);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2
4. volání	x	2
	y	1
		return 2

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return x * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

    Console.WriteLine(mocnina);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3
3. volání	x	2
	y	2

return 4

# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return 2 * Mocnina(x, y - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

    Console.WriteLine(mocnina);
}
```

Paměť RAM

Zásobník		
	x	2
	y	4
1. volání	x	2
	y	4
2. volání	x	2
	y	3

return 8

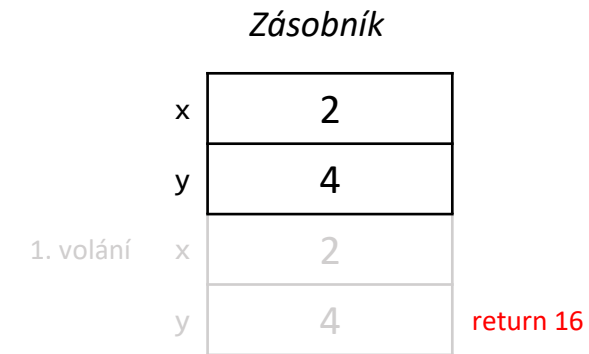
# Mocnina - rekurzivní

```
static int Mocnina(int x, int y)
{
    if (y == 0)
        return 1;
    else
        return 2 * Mocnina(x, y - 1);
}
```

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM



# Mocnina - rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
x	2
y	4
<i>mocnina</i>	<i>16</i>

# Mocnina - rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int x = 2;
    int y = 4;

    int mocnina = Mocnina(x, y);

    Console.WriteLine(mocnina);
}
```

Paměť RAM

Zásobník	
x	2
y	4
mocnina	16

# Faktoriál rekurzivní

- Následující algoritmus spočítá hodnotu výrazu  $n!$
- Nejprve si nadefinujeme proměnnou  $n$  a potom zavoláme metodu *Faktorial* s parametrem.
- Metoda *Faktorial* vrátí hodnotu  $1$  pokud bude mít parametr  $n$  hodnotu  $1$  a jinak vrátí hodnotu  $n$  krát výsledek rekurzivního volání *Faktorial* s argumentem  $n-1$ .

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ n(n-1), & n \neq 0 \end{cases}$$

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

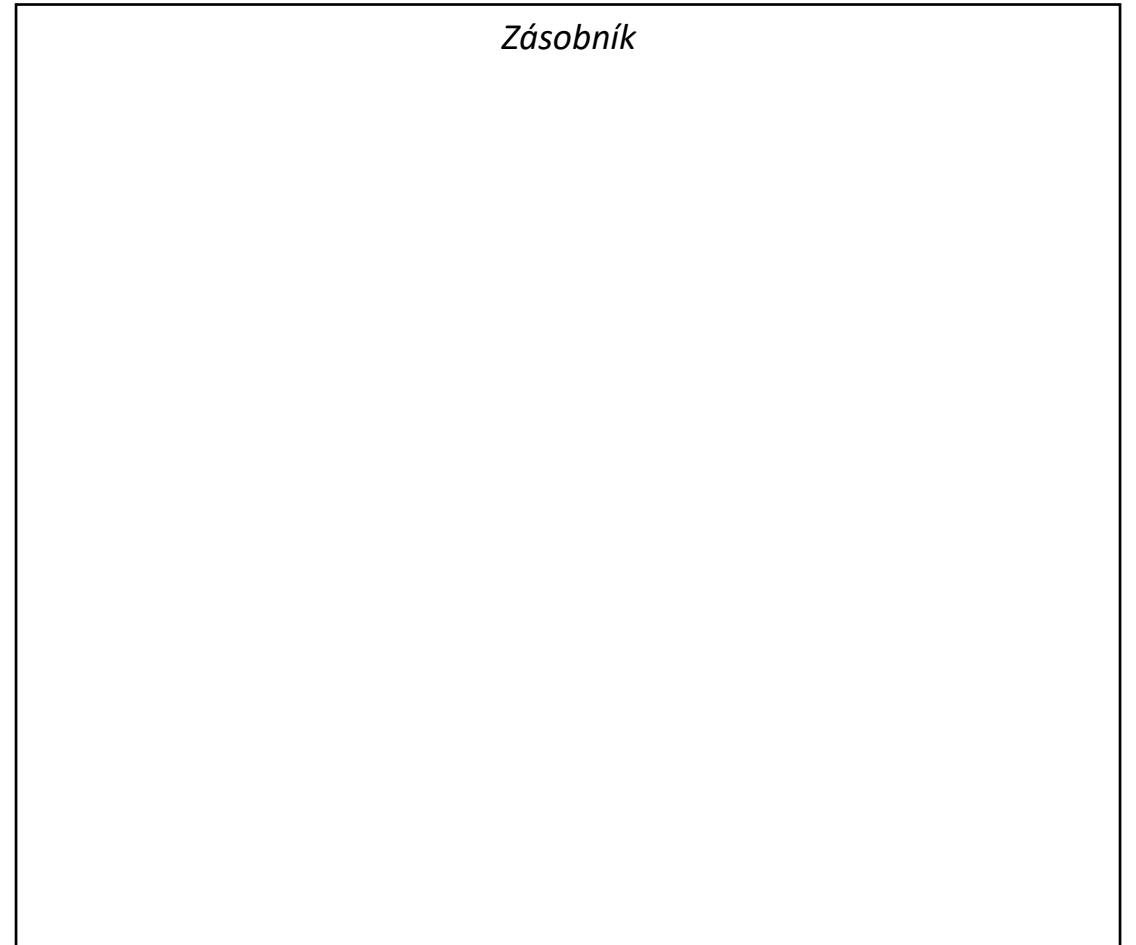
static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);

    Console.WriteLine(faktorial);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*



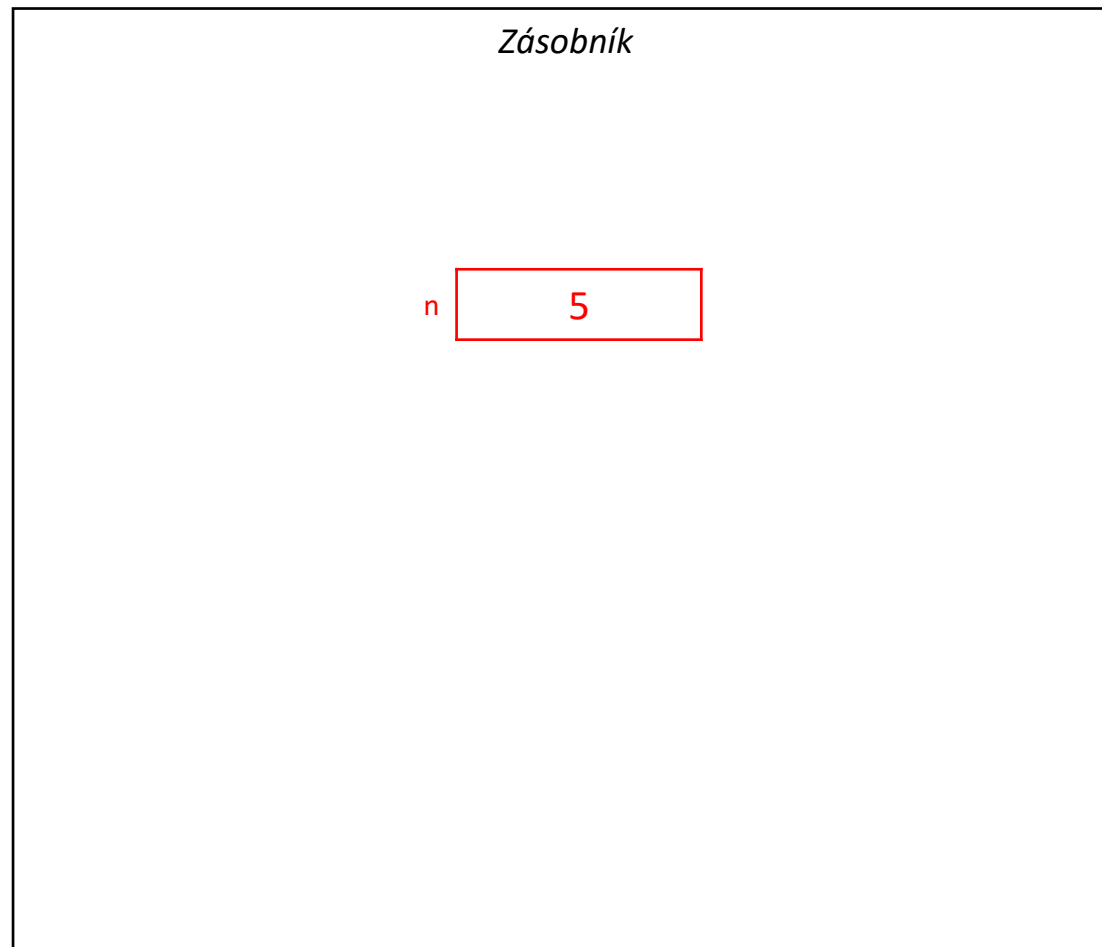


# Faktoriál rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

}
```

Paměť RAM

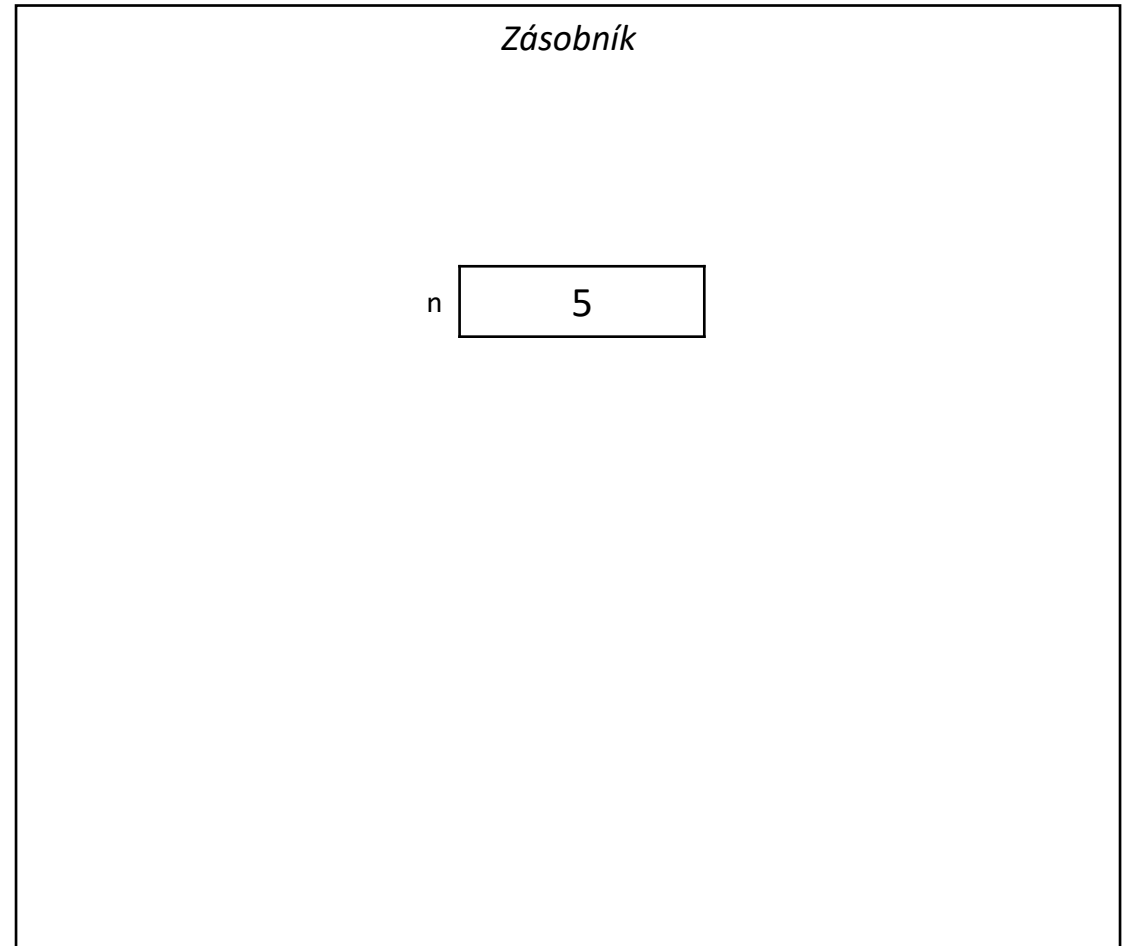


# Faktoriál rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{

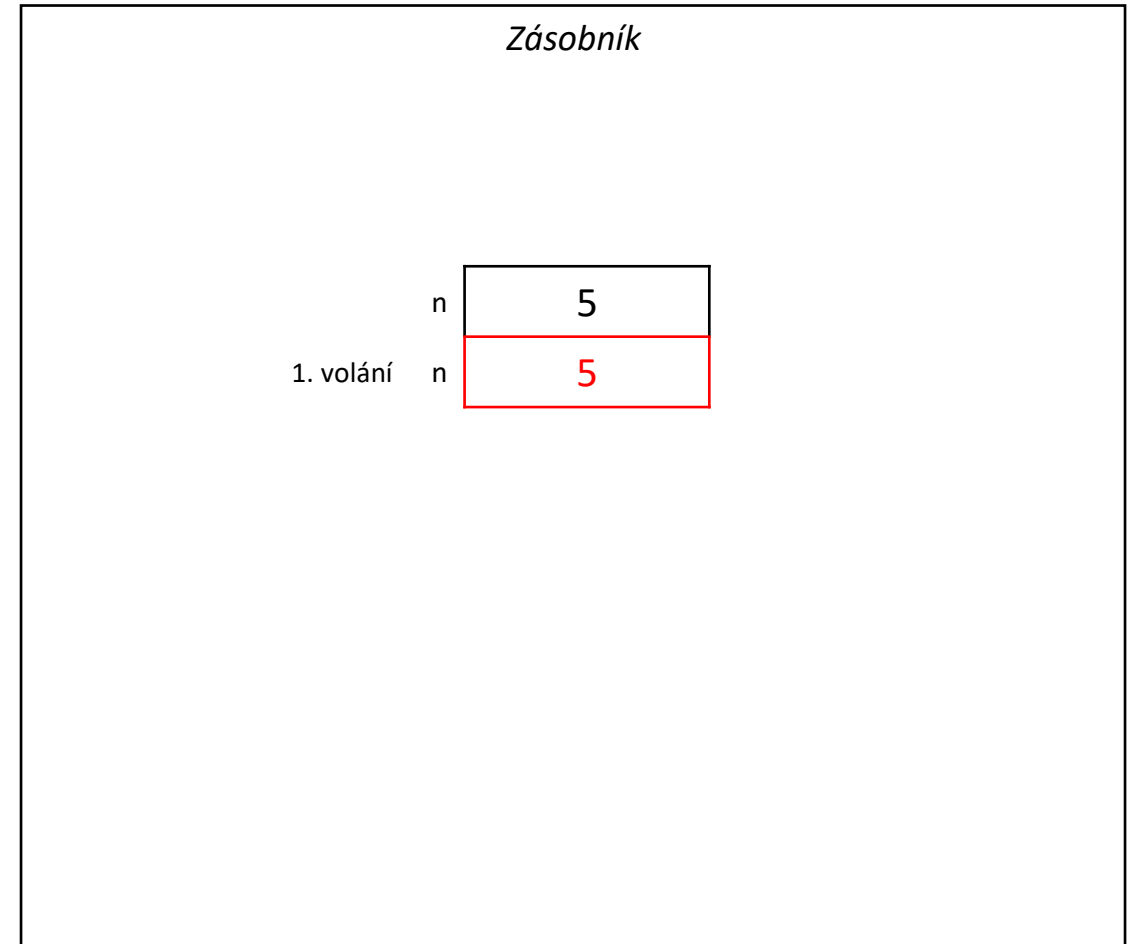
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);

}
```

Paměť RAM



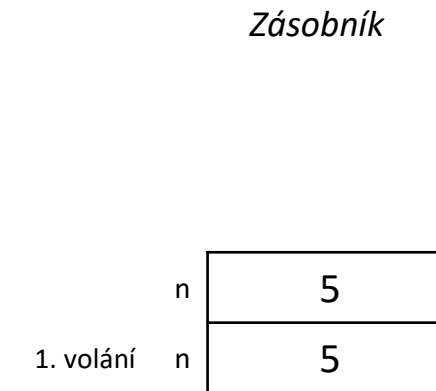
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



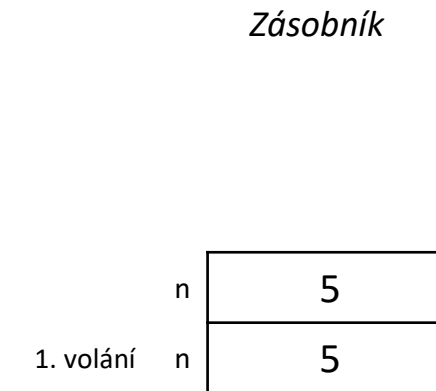
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

n	5
1. volání n	5
2. volání n	4

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    4
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4



# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3
4. volání	n	2

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3
4. volání	n	2

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3
4. volání	n	2

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3
4. volání	n	2
5. volání	n	1

# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

*Zásobník*

	n	5
1. volání	n	5
2. volání	n	4
3. volání	n	3
4. volání	n	2
5. volání	n	1



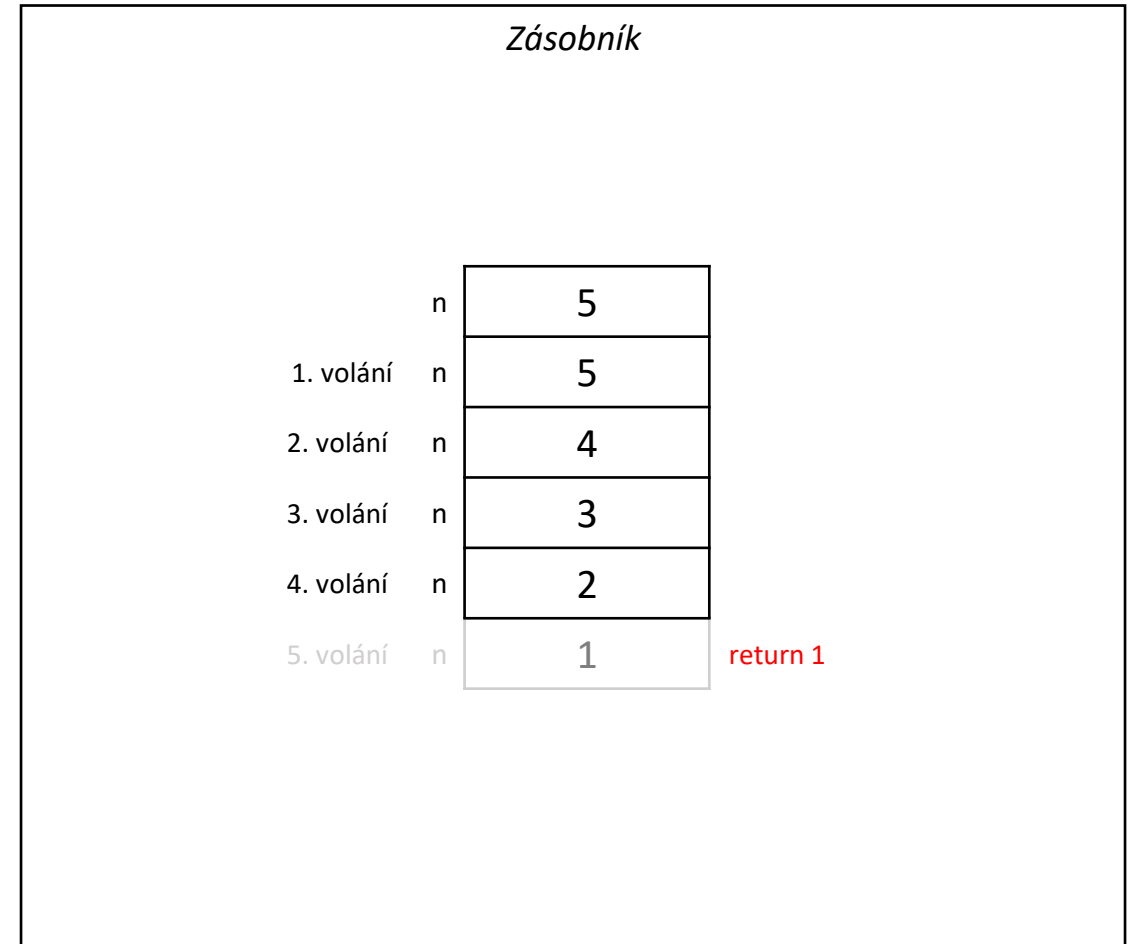
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



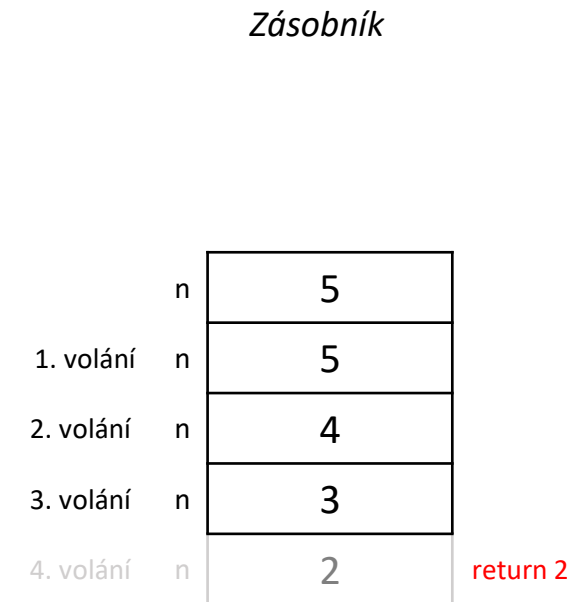
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



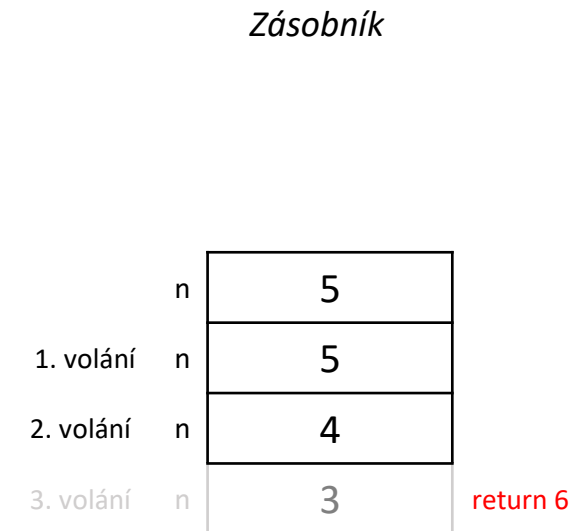
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



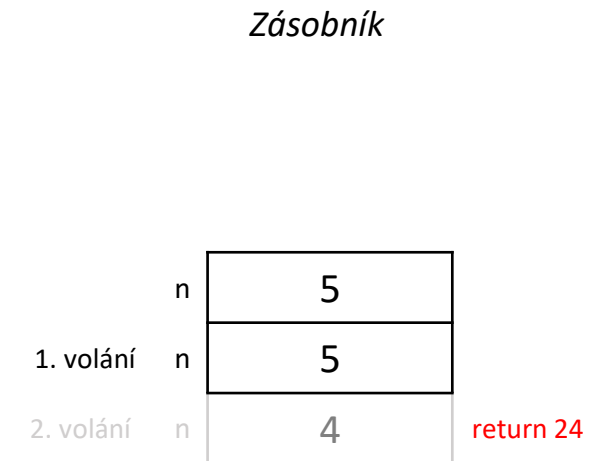
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return n * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



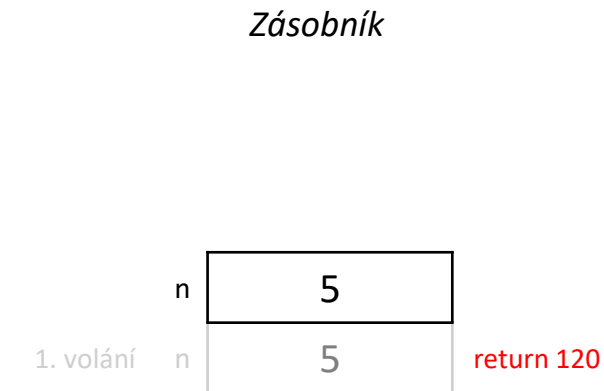
# Faktoriál rekurzivní

```
static int Faktorial(int n)
{
    if (n == 1)
        return 1;
    else
        return 5 * Faktorial(n - 1);
}

static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM

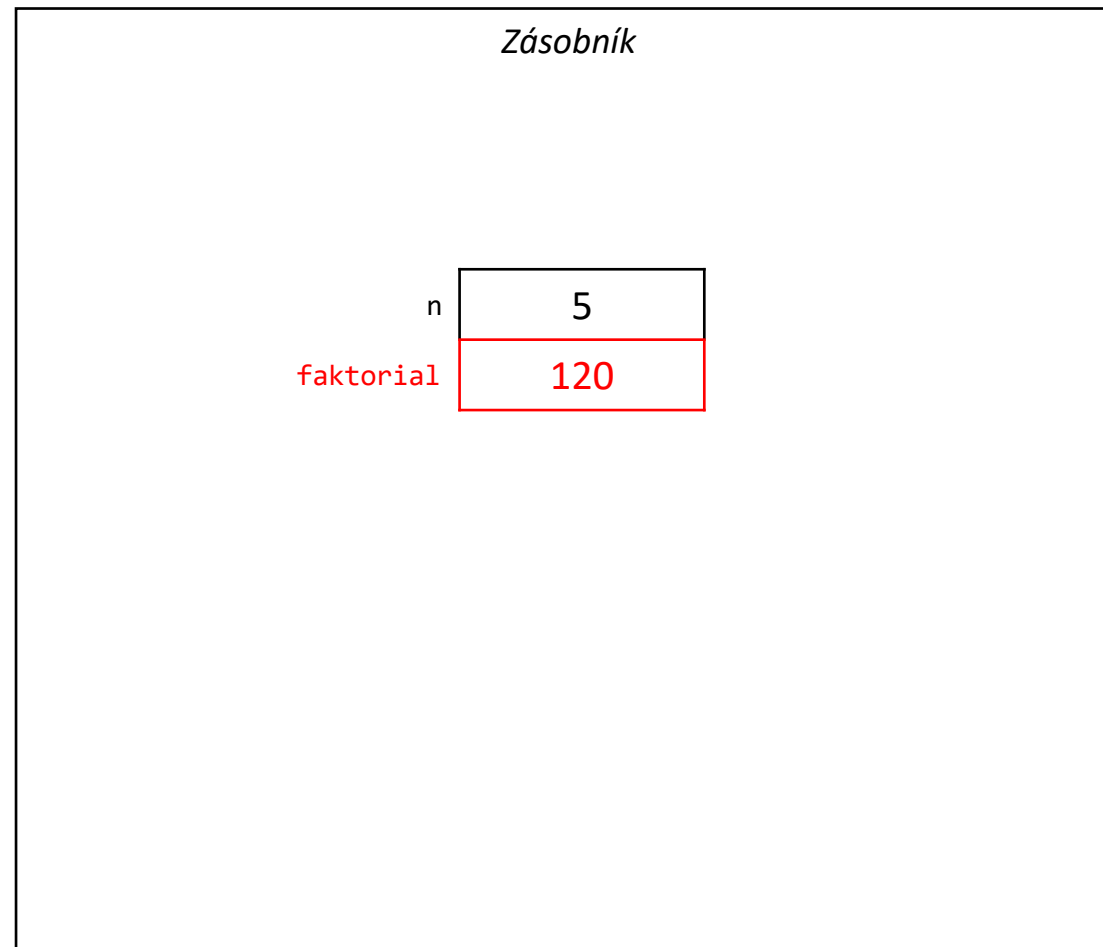


# Faktoriál rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);
}
```

Paměť RAM



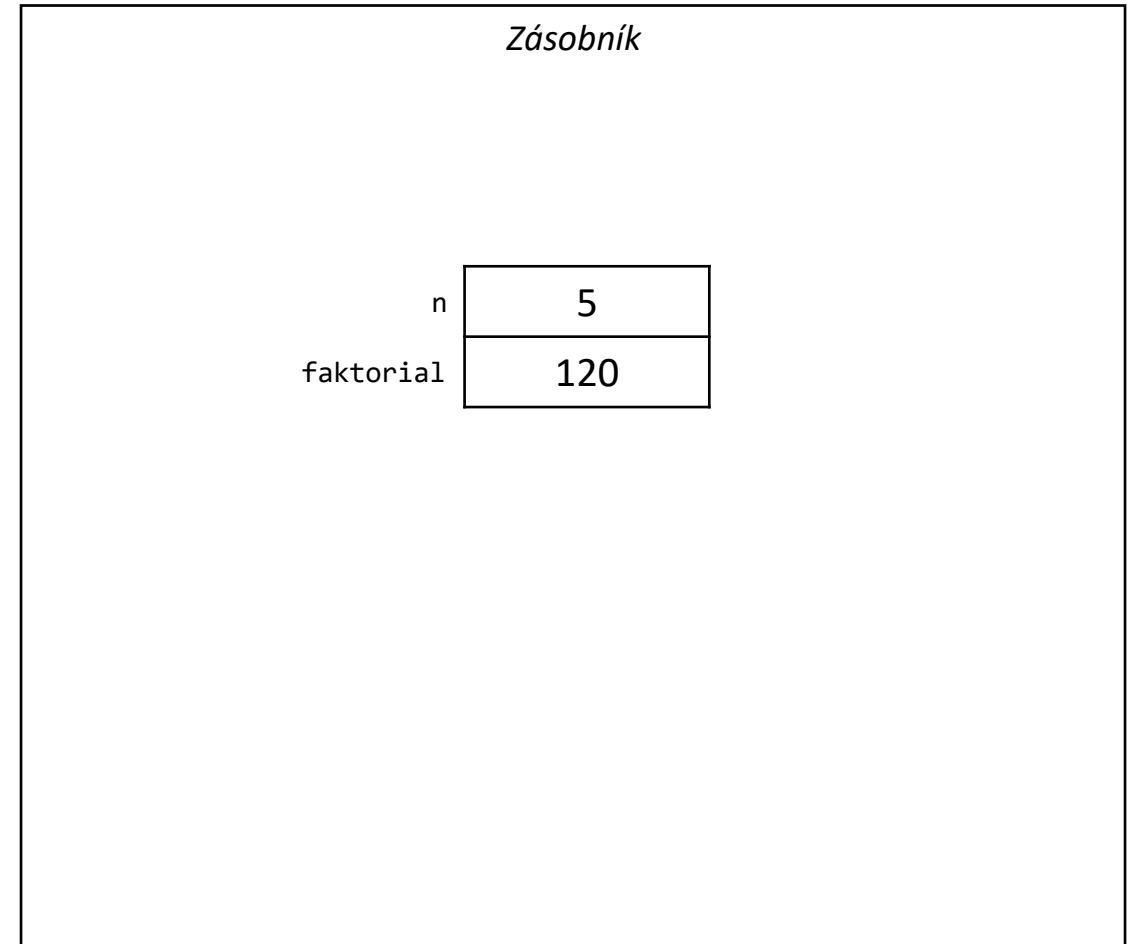
# Faktoriál rekurzivní

```
static void Main(string[] args)
{
    int n = 5;

    int faktorial = Faktorial(n);

    Console.WriteLine(faktorial);
}
```

Paměť RAM



# Použité zdroje

[1] Stanford Encyclopedia of Philosophy [online]. Copyright © 2020 [cit. 24.02.2021]. Dostupné z: <https://plato.stanford.edu/entries/recursive-functions/>





EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



# Programování a algoritmizace

*Děkuji za pozornost*

Strategický projekt UTB ve Zlíně, reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/16\_015/0002204



Ing. et Ing. Erik Král, Ph.D.  
FAI, ÚPKS