

## SÜREKLİLİK

Bir fonksiyonun  $x = a$  noktasında sürekli olması için

i)  $f$  nin  $x = a$  da tanımlı olması gerekir. ( $f(a)$  değeri bulunmalıdır.)

ii)  $f$  nin  $x = a$  da limiti olmalıdır.

$$\left( \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \right)$$

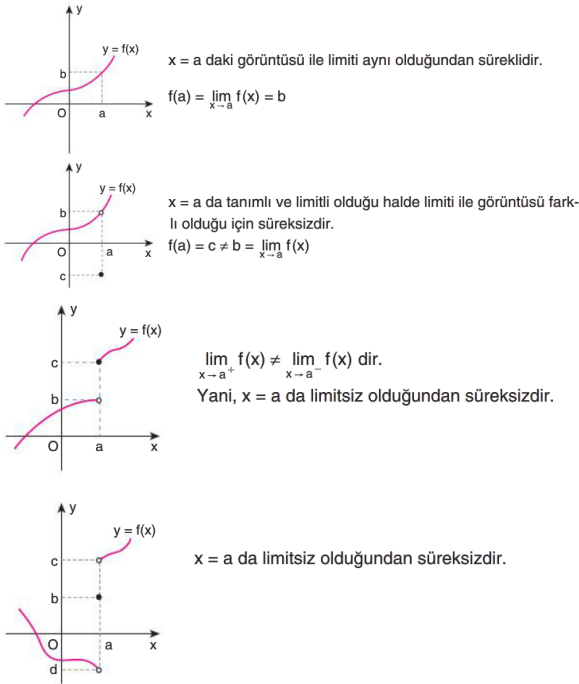
iii)  $f$  nin  $x = a$  daki değeri ile bu noktadaki limiti eşit olmalıdır.

$$\left( \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \right)$$

Eğer bu koşullardan herhangi biri sağlanmazsa  $f$  fonksiyonu  $x = a$  noktasında "sürekli" denir.

Fonksiyonun grafiğini kalemimizi hiç kaldırmadan çizebiliyorsak (yani grafikte atlamalar ya da kopmalar yoksa) fonksiyon sürekli.

Aşağıdaki grafiklerde verilen fonksiyonların  $x = a$  da sürekli olup olmadıkları ve nedenleri yanlarında belirtilmiştir.



Yukarıdaki koşulları  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $a \in A$  olmak üzere

$$f: A \rightarrow \mathbb{R} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ ise}$$

" $f$  fonksiyonu  $x = a$  noktasında sürekli."

şeklinde de ifade edebiliriz. Buradaki  $f(a)$  değeri bir reel sayı olmalıdır.

Sürekli, sadece fonksiyonun tanım kümesinde incelenir. Fonksiyonun tanım kümesinde olmayan bir değer için sürekliliğe bakmaya gerek yoktur.

## Sürekli ile ilgili Özellikler

i)  $f$  ve  $g$  fonksiyonları  $x = a$  noktasında sürekli ise

1.  $f + g$  ve  $f - g$  fonksiyonları da  $x = a$  da sürekli.

2.  $k \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $k \cdot f$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

3.  $f, g$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

4.  $n \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere  $f^n$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

5.  $g(a) \neq 0$  olmak üzere,  $\frac{f}{g}$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

6.  $|f|$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

7. a)  $n$  tek ise  $\sqrt[n]{f}$  fonksiyonu,  $x = a$  da sürekli.

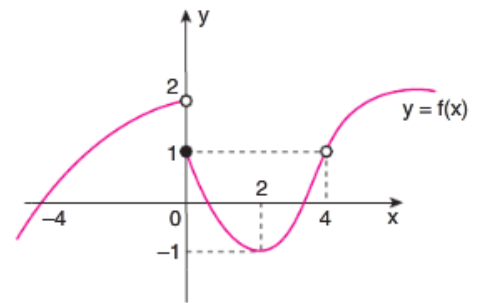
b)  $n$  çift ve  $f \geq 0$  ise  $\sqrt[n]{f}$  fonksiyonu,  $x = a$  da sürekli.

8.  $f$  fonksiyonu  $x = a$  da sürekli ve  $g$  fonksiyonu da  $f(a)$  noktasında sürekli ise  $g \circ f$  bileşke fonksiyonu  $x = a$  da sürekli.

ii)  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu  $A$  kümesinin her noktasında sürekli ise  $f$  fonksiyonu " $A$  kümesinde sürekli" denir.

1. Polinom fonksiyonlar tüm reel sayılarda sürekli.
2. Rasyonel fonksiyonlar, trigonometrik fonksiyonlar, logaritmik ve üslü fonksiyonlar tanımlı oldukları aralıklarda sürekli.

1.



Şekilde  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -1$

B)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

C) Fonksiyonun sürekli olduğu 2 nokta vardır.

D) Fonksiyonun tanımsız olduğu 2 nokta vardır.

E) Fonksiyonun limitinin olmadığı 1 nokta vardır.

2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & , x < 0 \text{ ve } x \neq -2 \\ x+2 & , 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{x^2-3x} & , x \geq 2 \text{ ve } x \neq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3.

$$f(x) = \begin{cases} 10 - x^2 & , x < 0 \\ ax + b & , 0 \leq x \leq 3 \\ (1 - x)^2 & , x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli.

Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 12 D) 9 E) 8

2018 AYT

4.

$$f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-3x+2} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\emptyset$  B)  $\mathbb{R} - [1, 2]$  C)  $\mathbb{R} - [-4, 4]$   
D)  $[-4, 4] - \{1, 2\}$  E)  $[-4, 4] - [1, 2]$

5.

$$f(x) = \frac{2x + \cos x}{x^2 - (m+2)x - m + 1}$$

fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}$  için sürekli olduğuna göre,  $m$ 'nin alacağı en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

6.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & ; x < 2 \\ a+10 & ; x = 2 \\ 3ax+b & ; x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$  fonksiyonu  $x = 2$  noktasında sürekli ise  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) -100 B) -98 C) 94 D) 96 E) 98

7.

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \geq 3 \\ 14 - 3x & , x < 3 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

I.  $f$  fonksiyonu bire birdir.

II.  $f$  fonksiyonu sürekli.

$$\text{III. } h(x) = \begin{cases} f(x-2) & , x \geq 1 \\ f(x+3) & , x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonu tüm gerçel sayılarda sürekli.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I ve III

8.

$m, n$  birer gerçel sayı ve  $m \notin \{-1, 0\}$  olmak üzere,

$$\bullet f(x) = mx + n$$

$$\bullet g(x) = \begin{cases} x \cdot f(x), & x < 1 \\ \frac{f^{-1}(x)}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

$g(x)$  fonksiyonu  $x = 1$  noktasında sürekli olduğuna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

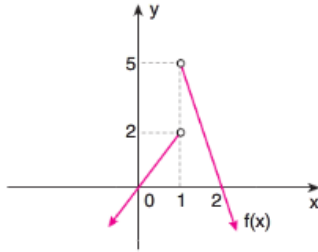
- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 5

9.

- $h_1(a) = \max \left\{ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) \right\}$
- $h_2(a) = \min \left\{ \lim_{x \rightarrow a^-} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} g(x) \right\}$

şeklinde  $h_1$  ve  $h_2$  tanımlanıyor.

$f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



$g(x)$  fonksiyonu sürekli olup  $h_1(1) + h_2(1) = 3 \cdot g(1)$  dir.

Buna göre,  $g(1)$  değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0      B)  $\frac{5}{4}$       C)  $\frac{5}{3}$       D)  $\frac{7}{3}$       E)  $\frac{5}{2}$

10.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{(x+2)^2}, & x < 1 \text{ ve } x \neq -2 \\ -2x + 1, & 1 \leq x \leq 5 \\ x + 3, & 5 < x \end{cases}$$

fonksiyonunun limitli olmadığı kaç farklı  $x$  değeri vardır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

11.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x < 1 \\ 5, & x = 1 \\ x^2 + a, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu her  $x \in \mathbb{R}$  için sürekli olduğuna göre,  $b$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

12.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{ax+1}, & x < 1 \\ x+3, & x = 1 \\ \frac{2bx-4}{x+1}, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu  $x = 1$  de sürekli olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 6      E) 7

13.

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 3}{x^2 + (m-2)x + 1}$$

fonksiyonu her  $x \in \mathbb{R}$  için sürekli olduğuna göre  $m$  nin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -4)$       B)  $(-\infty, 0)$       C)  $(0, 4)$   
D)  $(1, 7)$       E)  $(4, \infty)$

14.

$$f(x) = \frac{x+2019}{|4-|x-2||-3}$$

fonksiyonunun tanımsız olduğu  $x$  değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 9      E) 12

15.

$a$  ve  $b$  birer gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq a \\ 5x - 8, & a < x \leq b \\ 7, & x > b \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8 2021AYT

16.

$$g(f(x)) = \begin{cases} 1, & f(x) > 0 \\ 0, & f(x) = 0 \\ -1, & f(x) < 0 \end{cases}$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre,

$$g(x^2 - 4x - 3)$$

fonksiyonunun süresiz olduğu  $x$  değerleri toplamı kaçtır?

- A) -3      B) -4      C) 4      D) 5      E) 6

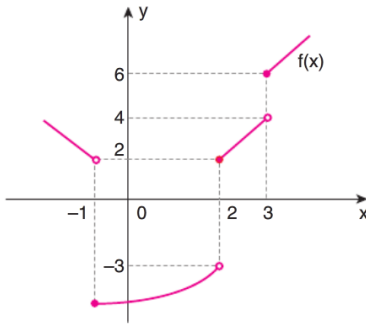
17.

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2+ax+1}$$

fonksiyonu her  $x$  reel sayısı için sürekli olduğuna göre,  $a$ 'nın bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-1, 1)$  B)  $(0, 3)$  C)  $(-2, 2)$   
D)  $(1, 4)$  E)  $(-3, 3)$

18.



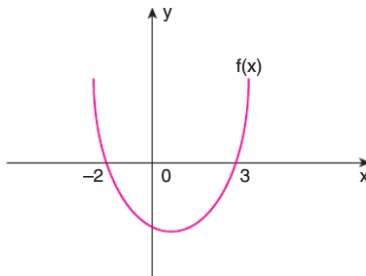
$f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$g(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

olmak üzere, aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri reel sayılarda sürekli?

- A)  $g(-1) + g(2)$  B)  $g(2) \cdot g(3)$  C)  $g(1) \cdot g(3)$   
D)  $g(0) \cdot g(1)$  E)  $g(2) + g(0)$

19.

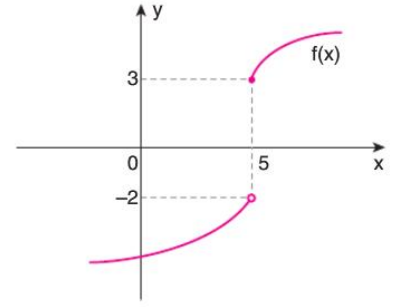


$f(x)$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre,  $\sqrt{f(x)}$  fonksiyonunun tanımsız veya süreksiz olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-2, 3]$  B)  $(0, 4)$  C)  $(-2, 3)$   
D)  $[-3, 3]$  E)  $(0, 1)$

20.



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$g(x_0) = \frac{|f(x_0)|}{f(x_0)} + \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

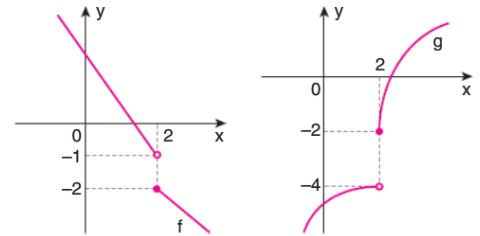
Buna göre,

- I.  $g(5) = 4$   
II.  $g(x)$  fonksiyonu her  $x$  reel sayısı için süreklidir.  
III.  $\lim_{x \rightarrow 5^-} g(x) = -3$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) I ve II B) I ve III C) II ve III  
D) Yalnız III E) I, II ve III

21.



$f$  ve  $g$  fonksiyonlarının grafikleri yukarıda verilmiştir.

Buna göre,

- I.  $f + g$  II.  $f - g$  III.  $f \cdot g$   
IV.  $3f + g$  V.  $2f + g$

fonksiyonlarından kaç tanesi  $x = 2$  noktasında süreklidir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

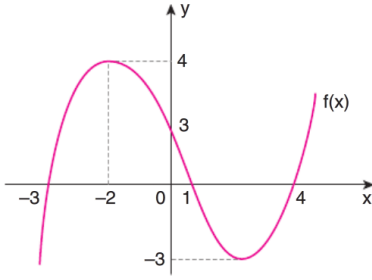
22.

$$f(x) = \log_3(5x - x^2)$$

fonksiyonunun sürekli olduğu  $x$  tam sayıları toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

23.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

$$g(x) = \frac{f(x)}{(f \circ f)(x) - 2}$$

biçiminde tanımlanan  $g(x)$  fonksiyonunun tanımsız veya süreksiz olduğu kaç tane  $x$  reel sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

24.  $a$  bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} a - x & , & x < 1 \\ 5x - 4 & , & 1 \leq x \leq 5 \\ (x - a)^2 + 12 & , & x > 5 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

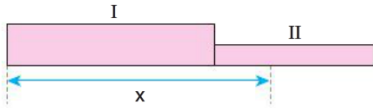
$f$  fonksiyonunun sürekli olmadığı yalnızca bir nokta olduğuna göre,

$$f(7) - f(0)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

25.



Şekilde 10 cm uzunluğunda 8 gram ağırlığında I. çubuk ile 6 gram ağırlığında 8 cm uzunluğunda II. çubuk verilmiştir.

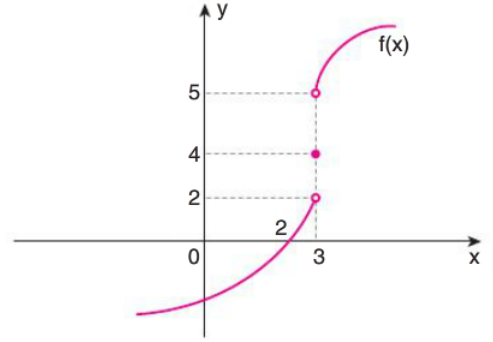
$f(x)$ ,  $x$  cm uzunluğundaki çubuğun ağırlığı olmak üzere ( $x > 10$ );

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x + 2}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{32}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{1}{8}$  D)  $\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{2}$

26.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x+2)}{f\left(\frac{3}{x}\right)}$$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D)  $\frac{3}{2}$  E)  $\frac{5}{2}$

27.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - f(x)}{2x - 6}$$
 limitinin sonucu bir gerçel sayıya eşittir.

Buna göre,

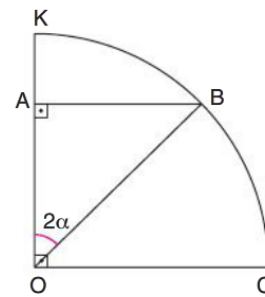
- I.  $f(3) = 3$ 'tür.  
II.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$  tür.  
III.  $f$  fonksiyonu sürekli ise  $f(4) > f(3)$ 'tür.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

28.

O merkezli  $r$  yarıçaplı çeyrek çember verilmiştir.



$$m(\widehat{BOA}) = 2\alpha$$

$$[BA] \perp [OK]$$

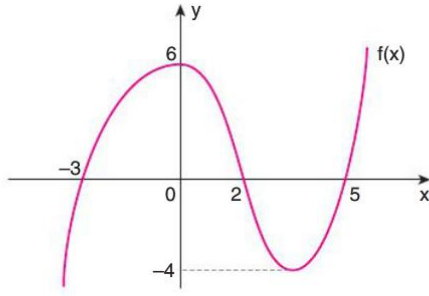
Buna göre,

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{|AB| \cdot |BK|}{|KA|}$$

limitinin değeri kaç  $r$  dir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

29.



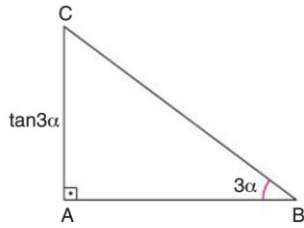
$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$g(x) = \frac{2x+1}{|f(x)-3|-2}$$

olduğuna göre,  $g(x)$  fonksiyonu kaç noktada tanımsız veya süreksizdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

30.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{ABC}) = 3\alpha$$

$$|AC| = \tan 3\alpha$$

$$[AC] \perp [AB]$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} |BC|$  limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{3}{4}$

31.

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 4 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 2$$

olduğuna göre,

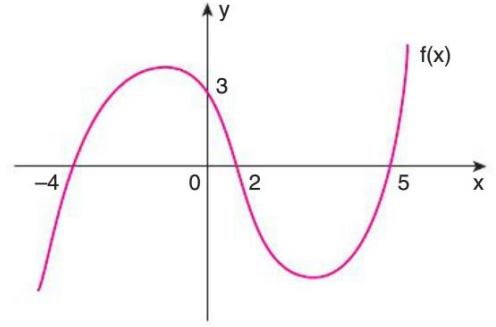
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(2x+1) + f(7-x)}{f(x+3)}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 3 D) 2 E) 1

32.

$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$g(x) = \begin{cases} x+1, & f(x) > 0 \\ 4, & f(x) = 0 \\ 2x-3, & f(x) < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) + \lim_{x \rightarrow 5^+} g(x) + \lim_{x \rightarrow (-4)^+} (f \circ g)(x)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 10 E) 9

33.

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x > 3 \\ 2x-3, & x \leq 3 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-2, & x < 2 \\ 2x-1, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

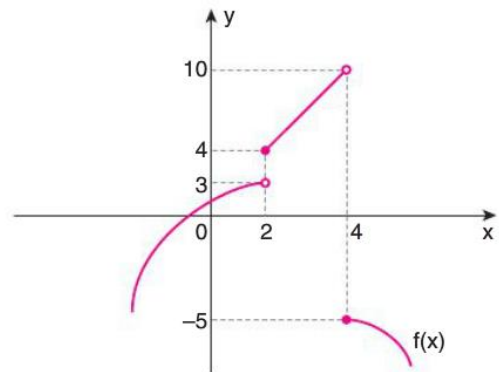
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ g)(x+1)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

34.

$f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



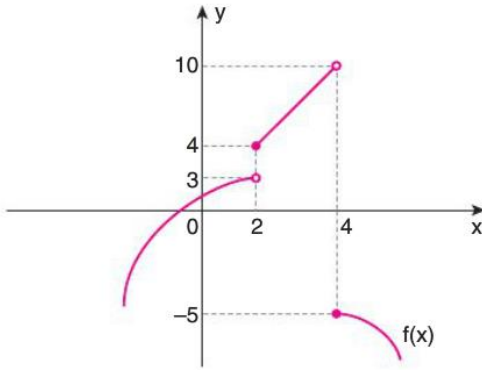
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(f \circ f)(x)}{f(x+2)}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 3 C)  $\frac{7}{10}$  D)  $\frac{4}{5}$  E) 1

35.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



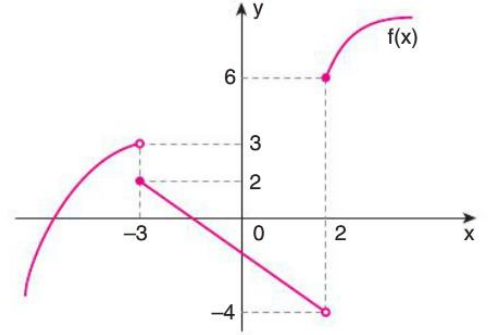
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(f \circ f)(x)}{f(x+2)}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 5      B) 3      C)  $\frac{7}{10}$       D)  $\frac{4}{5}$       E) 1

- 37.



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

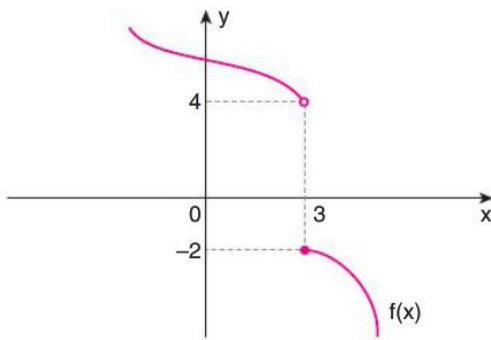
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} (f \circ f)(x+1) + \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{|f(x)|}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 6      B) 2      C) -1      D) -4      E) -5

- 36.



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & f(x) > 0 \\ 2x + 1, & f(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 17$$

olduğuna göre,  $a$  değerleri toplamı kaçtır?

- A) 12      B) 8      C) 6      D) 4      E) 0

- 38.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \geq m \\ 3x - 4, & x < m \end{cases}$$

fonksiyonu reel sayılarda sürekli olduğuna göre,  $a$ 'nın değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir? ( $m \in \mathbb{R}$ )

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

#### CEVAP ANAHTARI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
E	A	E	D	C	E	B	C	D	C	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A	A	C	C	A	C	C	D	C	D	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
C	A	D	C	D	E	C	D	A	C	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
C	D	D	C	C	D	E	D			