

Temas: Conceptos básicos y propiedades de las desigualdades. Intervalos. Inecuaciones.

1. Describir usando notación de desigualdades y representar en la recta real los siguientes conjuntos:
(a) $[1, 3]$, (b) $] -\infty, -1]$, (c) $[-3, 0[$, (d) $[1, +\infty[$, (e) $]0, 3/2] \cap]1, 5]$
2. Sea x un número real tal que $-1 < x < 5$.
Determinar el intervalo de variación de: a) $x + 2$, b) $1 - 2x$.
3. Resolver: (a) $\frac{2+x}{3} < 2 - x$ (b) $\frac{3-2x}{3} > 1$
4. ¿Para qué valores de x se cumple que $x^2 > x$?
5. La velocidad (en metros por segundo) de cierto objeto, en términos del tiempo t (en segundos), está dada por $v = 44,1 - 9,8t$. ¿Para qué valores de t está ascendiendo el objeto ($v > 0$)?
6. Si $x \in [1, 3]$, determinar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
(a) $x + 2 \in [3, 5]$ (b) $x - 2 \in [-1, 1]$ (c) $3 - x \in [0, 2]$ (d) $2 - 3x \in [-7, -3]$ (e) $-x/2 \in [-1/2, -3/2]$
7. Sea $x \in \mathbb{R}$. Determinar la veracidad o falsedad de cada enunciado:
a) Si $x < 5$, entonces $x^2 < 25$
b) Si x varía entre -1 y 5 , entonces $-x$ varía entre -5 y 1 .
c) Si $\frac{1}{a} < 1$, entonces $a > 1$.
8. Sean a y b dos números negativos. Resolver la inecuación: $\frac{ax+3}{b} > 5$.
9. Resolver la inecuación: $x(2x+5) \leq 3$
10. Estudiar el signo de las expresiones siguientes, es decir, para qué valores de x son positivas, negativas o nulas. (a) $x(x-3)$ (b) $2x^2+5x+2$
11. Probar que
a) $a^2 \geq 0$, para todo $a \in \mathbb{R}$.
b) $b + \frac{1}{b} \geq 2$, para todo real positivo b .

12. El peso específico P_e de un cuerpo está dado por la fórmula $P_e = \frac{A}{A - W}$ donde A es el peso en el aire y W es el peso en el agua. Probar que para cuerpos: (a) Con peso específico mayor que 3 se cumple: $\frac{2}{3}A < W$. (b) Que tienen pesos específicos entre 1.25 y 1.5 se cumple: $\frac{1}{5}A < W < \frac{1}{3}A$

13. Determinar todos los $x \in \mathbb{R}$ que resuelven simultáneamente las siguientes inecuaciones:

$$2x^2 \geq x \quad \text{y} \quad \frac{2}{x} > x - 1$$

14. Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ tal que la ecuación (en x): $2x^2 + ax - a = 0$ tenga raíces reales.

15. Resolver la inecuación $x^3 + 2x^2 - 15x > 0$.

16. Verificar que:

a) Si $0 < a \leq b$, entonces

$$a \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq b$$

b) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

17. Resolver las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

$$\text{a) } |2x| = 4 \quad \text{b) } |3x + 5| = 8 \quad \text{c) } |x + 3| = |2x + 1|$$

18. Resolver las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

$$\text{a) } |2x| < 4 \quad \text{b) } |3x + 5| \geq 8 \quad \text{c) } 1 < |x + 3| < 4$$

19. Un fabricante de chocolates produce y vende 400 unidades diarias a \$8 la unidad. El fabricante ha decidido subir el precio de cada unidad. Su contador le hace notar que cada vez que suba el precio en \$0.2, le comprarán 4 unidades menos. Determinar el número de unidades que deberá producir y vender cada día para obtener un ingreso diario de al menos \$3840. Y. ¿Qué precio debería cobrar?