

Guía 1

Contenidos

- Números Reales.

1. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|--|
| (a) _____ $5.41 \in \mathbb{Z}$ | (d) _____ $1000 \notin \mathbb{Q}^c$ | (g) _____ $\frac{5}{3} \notin \mathbb{Z}$ |
| (b) _____ $3.14 \notin \mathbb{Q}$ | (e) _____ $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$ | (h) _____ $2.\overline{14} \in \mathbb{Q}$ |
| (c) _____ $\pi \in \mathbb{R}$ | (f) _____ $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ | |

2. Utilizando la simbología matemática: \subset (contenido) , $\not\subset$ (no contenido), complete en el espacio en blanco de manera que se obtenga una proposición verdadera.

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|---|
| (a) \mathbb{N} _____ \mathbb{Q} | (d) \mathbb{R} _____ \mathbb{Z} | (g) $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z}$ _____ \mathbb{Q} |
| (b) \mathbb{N} _____ \mathbb{Q}^c | (e) \mathbb{Z} _____ \mathbb{N} | (h) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}$ _____ \mathbb{Z} |
| (c) \mathbb{Q} _____ \mathbb{R} | (f) \mathbb{I} _____ \mathbb{R} | (i) $\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{N}$ _____ \mathbb{Z} |

3. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En cualquier caso justifique adecuadamente.

- $3.99999... = 3.\overline{9}$ es un número irracional.
- El resultado de sumar un número racional y un número irracional es un número racional.
- El resultado de sumar dos números irracionales es un número irracional.
- Existen $a \neq 0$ y $b \neq 0$ tal que $a \cdot b = 0$
- Si $a \in \mathbb{R}$, entonces $-a^2 = -a \cdot -a = a \cdot a = a^2$ Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$ y $c \neq 0$, entonces $a \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{ac}$.

4. Las propiedades que definen al conjunto de los números reales \mathbb{R} como un cuerpo son las siguientes:

- $(\mathbb{R}, +)$: conmutatividad, asociatividad, elemento neutro e inverso.
- (\mathbb{R}, \cdot) : conmutatividad, asociatividad, elemento neutro y, excepto el cero, elemento inverso.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (distributividad)

(a) Compruebe que el conjunto de los racionales (\mathbb{Q}) con las operaciones usuales

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

satisface las mismas propiedades de cuerpo.

(b) ¿Qué propiedades de cuerpo no se cumplen en los números enteros (\mathbb{Z}) ?

(c) ¿Qué propiedades de cuerpo no se cumplen en los irracionales enteros (\mathbb{I}) ?

5. Reflexione sobre el siguiente razonamiento, si es cierto argumente su respuesta, en caso de ser falso, dé un ejemplo de donde falla.

Sean p, q, m y $n \in \mathbb{Z}$ con q y $n \neq 0$. Si $\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$, entonces $p = m$ y $q = n$.

6. Reflexione sobre el siguiente argumento: “ Sea $a > 0$ un número real. Sabemos que $0 = a - a$ si dividimos esta expresión a ambos lados por $a - a$ obtenemos

$$0 = \frac{0}{a - a} = \frac{a - a}{a - a} = 1$$

de donde podemos concluir que $0 = 1$. ¿Qué está mal en este razonamiento?. Justifique.

7. Sean $a \neq 0$ y $b \neq 0$, números reales que $(a + b) \neq 0$.

- (a) Indique que propiedad justifica que $(a + b) \cdot (a + b)^{-1} = 1$
- (b) Proporcione tres ejemplos que cumpla con $(a + b)^{-1} \neq a^{-1} + b^{-1}$
- (c) Proporcione tres ejemplos que cumpla con $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$
- (d) Proporcione tres ejemplos que cumpla con $\sqrt{(a + b)} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$