Productos Notables

FÓRMULAS DE PRODUCTOS NOTABLES

Si A y B son números reales cualesquiera o expresiones algebraicas, entonces

1. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$	Suma y producto de términos iguales
2. $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$	Cuadrado de una suma
3. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$	Cuadrado de una diferencia
4. $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$	Cubo de una suma
5. $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$	Cubo de una diferencia

1. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

$$(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$$
$$= A^2 - B^2.$$

Exemplos

$$(x-5)(x+5) = x^2 - 25$$

$$(\sqrt{x+5} - 9)(\sqrt{x+5} + 9) = x + 5 - 81$$
$$= x - 76$$

$$\frac{x}{3 - \sqrt{x+2}} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x+2} + 3}$$

$$= \frac{x}{-(\sqrt{x+2} - 3)} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x+2} + 3}$$

$$= \frac{-2x^2}{x + 2 - 9}$$

$$= \frac{-2x^2}{x - 7}$$

2. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

3. $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B)$$

$$= A^2 + \underbrace{AB + BA} + B^2$$

$$= A^2 + 2AB + B^2$$

Ejemplos

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(3-2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$$

4. $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

5. $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

$$(A+B)^3 = \underbrace{(A+B)(A+B)}(A+B)$$

$$= (A^2 + 2AB + B^2)(A+B)$$

$$= A^3 + A^2B + 2A^2B + 2AB^2 + AB^2 + B^3$$

$$= 1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1 \cdot B^3$$

$$\begin{array}{lccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & \\
(A+B)^2 & & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
(A+B)^3 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
(A+B)^4 & \boxed{1} & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}$$

$$(A \pm B)^3 = 1A^3B^0 \pm 3A^2B^1 + 3A^1B^2 \pm 1A^0B^3$$

$$= A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$$

$$(A \pm B)^4 = 1A^4B^0 \pm 4A^3B^1 + 6A^2B^2 \pm 4A^1B^3 + 1A^0B^4$$

$$= A^4 \pm 4A^3B + 6A^2B^2 \pm 4AB^3 + B^4$$

Ejemplo 3

Uso de las fórmulas de productos notables

Use las fórmulas de productos notables para hallar cada producto.

(a) $(3x + 5)^2$ **(b)** $(x^2 - 2)^3$

$= 9x^2 + 30x + 25$

$= 1(x^2)^3 2^0 - 3(x^2)^2 2^1 + 3(x^2)^1 2^2 - 1(x^2)^0 2^3$

$= x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8.$

Ejemplo 4

Uso de las fórmulas de productos notales

Encuentre cada producto.

(a) $(2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y})$

$= 4x^2 - y$

(b) $(x + y - 1)(x + y + 1)$

$\underbrace{(x+y)^2} - 1^2$

$x^2 + 2xy + y^2 - 1$

Factorización de factores comunes

Usamos la Propiedad Distributiva para expandir expresiones algebraicas. A veces necesitamos invertir este proceso (de nuevo usando la Propiedad Distributiva) al **factorizar** una expresión como un producto de otras más sencillas. Por ejemplo, podemos escribir

FACTORIZACIÓN

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

EXPANSIÓN

Decimos que $x - 2$ y $x + 2$ son **factores** de $x^2 - 4$.

Ejemplo 5

Factorización de factores comunes

Factorice lo siguiente.

(a) $3x^2 - 6x$ $= x(3x - \overbrace{6}^{3\cdot 2})$

$= 3x(x - 2)$

(b) $8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$

$= 2xy^2(4x^3 + 3x^2y - y^2)$

(c) $(2x + 4)(x - 3) - 5(x - 3)$

$(x-3)(2x+4-5)$

$(x-3)(2x-1)$

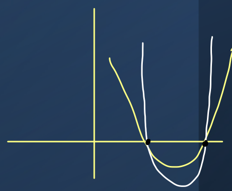
Factorización de trinomios

Para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, observamos que

$$(x + r)(x + s) = x^2 + (r + s)x + rs$$

por lo que necesitamos escoger números r y s tales que $r + s = b$ y $rs = c$.

Ejemplo 6



$ax^2 + bx + c = 0 \; / \, \frac{1}{a}$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Factorice: $x^2 + 7x + 12$ $= (x+3)(x+4)$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4\cdot 1\cdot 12}}{2\cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3$

$x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4$

$a(x - x_1)(x - x_1)$

$1(x-(-3))(x-(-4))$

$= (x+3)(x+4)$ #

Factorice: $6x^2 + 7x - 5$

Tarea !!

$¿\; 6\left(x - \frac{5}{12}\right)\left(x - \frac{20}{12}\right)\;?$