Grammatiche regolari

Generano linguaggi di tipo 3(regolari)

G=(V,T,P,S) vincoli sulle produzioni P:

1. ε può comparire solo in S→ε dove S è Start
2. le produzioni sono tutte lineari a dx oppure tutte lineari a sx
   i) lineari a dx: A→aB, oppure A→a con A,B∈ V e a ∈ T
   ii)lineari a sx: A→Ba, oppure A→a con A,B∈ Ve a ∈ T

Es:

I→a|b|Ia|Ib|I0|I1 lin.sx

b01

I⇒I1⇒I01⇒b01

proviamo I→a|b|aI|bI|0I|1I lin.dx

I⇒bI⇒b0I⇒b01I⇒??

I→aJ|bJ|a|b

J→a|b|aJ|bJ|0J|1J|0|1

Es:G=({S},{0,1},P,S)

S→ε |0|1|0S|1S lin.dx L(G)=?

L(G)={0,1}* osserviamo che S→0|1 possono essere eliminate

lin.sx S→ε |S0|S1

Es: fornire 2 grammatiche regolari lin.dx e sx

per L={$a^n b^m | n, m \geq 0$}

1) lin.dx G=({S,B},{a,b},P,S)
   S→ε|aS|bB|b
   B→bB|b
2) lin.sx G=({S,A},{a,b},P,S)
   S→ε |Sb|Aa|a   A→Aa|a

Es: grammatiche lin.dx e lin.xs per L={$ab^ncd^m\ e|n \geq 0, m > 0$}

1) lin.dx
   S→aA
   A→bA|cB
   B→dB|dE
   E→e

2) lin.sx
   S→Xe
   X→Xd|Yd
   Y→Zc
   Z→Zb|a

Es: G=({S,T},{0,1}P,S)

S→ε |0S|1T

T→0T|1S

L(G)={$w \in \{0,1\}^* | w\ contiene\ un\ n\ pari\ di\ 1$}

Es: grammatica lin.dx e lin.sx

per L = {w ∈ $\{o, 1\}^* | w\ contiene\ almeno\ uno\ 0\ oppure\ almeno\ un\ 1$}

1)lin.dx G=({S},{0,1},P,S)
S→0|1|0S|1S

2)lin.dx G=({S},{0,1},P,S)
S→0|1|S0|S1

Linguaggi Regolari

Ling. regolari(tipo3)

- generare: grammatiche reg. (lin dx e sx)
- rappresentare: (denotare) espressioni reg.
- riconoscere: (accettare): automi a stati finiti (DFA,NFA,ε \NFA)

Operazioni su linguaggi: pag.80

1. UNIONE: L∪M (unione tra insiemi)
   es: L={001,10,111}
   M={ε ,001}
   L∪ M={ε ,10,001,111}
2. CONCATENAZIONE: L · M, opp LM
   es: L={001,10,111}
   M={ε ,001}
   L∪ M={001,10,111,001001,10001,111001}
3. CHIUSURA DI KLEENE: L^*
   $L^* = \cup_{i\geq 0} \quad L^i = \cup_{i=0}^{+\infty} \quad L^i$
   dove:$L^0 = \{\varepsilon\}, L^1 = L, L^i = LL \dots L\ i\ volte \quad per\ i > 1$

es: L={0,11} M={a,b,c} N{xy,z}

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup \{0,11\} \cup \{00,011,110,1111\} \cup \{000,0011,0110,01111,1100,11011,11110,111111\} \cup \dots$$

LMN=(LM)N=L(MN)

LM={0a,0b,0c,11°,11b,11c}

(LM)N={0axy,0az,0bxy,0bz,0cxy,0cz,11axy,11az,11bxy,11bz,11cxy,11cz}

Es di chiusura di kleene:

$L^* = (\cup_{i \geq 0} \quad L^i = \cup_{i=0}^{+\infty} \quad L^i \rightarrow L \cdot L \cdot \dots L$

$L^0 = \{\varepsilon\}, \quad L^1 = L \; L^2 = L \cdot L \quad L^3 = L^2 \cdot L$

casi particolari: L=∅& L={ε }

$\emptyset^0 = \{\varepsilon\}, \emptyset^i = \emptyset \; \forall i \geq 1 \qquad \emptyset^* = \emptyset^0 \cup \emptyset^1 \cup \; \emptyset^2 \dots = \{\varepsilon\} \cup \emptyset \cup \emptyset \dots = \{\varepsilon\}$

$$\emptyset^* = \{ \varepsilon \}$$

Espressioni Regolari

<u>espressioni regolari denotano linguaggi regolari</u>

Definizione ricorsiva (per induzione)

Base:

1. **ε** e **∅** sono ER   L(ε)={ε }   L(∅)=∅
2. se a ∈ Σ , **a** è una ER
3. variabili che rappresentano linguaggi, es L, sono ER

Induzione:

1. UNIONE: se abbiamo 2 ER E,F allora E+F è una ER
   L(E+F)=L(E) ∪ L(F)
2. CONCATENAZIONE: se E,F sono ER allora EF è una ER
   L(EF)=L(E)L(F)
   Es: Σ ={0,1} E=**0** , F=**1**   EF=**01**
   L(EF)=L(E)L(F)=L(**0**)L(**1**)={0},{1}={01}
   ES: **0110** → L={0110}
3. CHIUSURA: se E è una ER, allora E^*è una ER
   $L(E^*) = \left(L(E)\right)^*$

4. PARENTESI: se E è una ER allora(E)è una ER

<u>ES:3.2, pag83</u>:

$L = \{w \in \{0,1\}^* | w\ consiste\ di\ 0\ e\ 1\ alternati\}$

$L(01) = \{01\}$

$L\big((01)*\big) = \{01\}^* = \{\varepsilon, 01{,}0101{,}010101, \ldots\}$

$L((10)^*) = \{10\}^* = \{\varepsilon, 10{,}1010{,}101010, \ldots\}$

$L(0(10)^*) = \{0{,}010{,}0101{,}0101010, \ldots\}$

$L(1(01)^*) = \{1{,}101{,}10101, \ldots\}$

$ER = (01)^* + (10)^* + 0(10)^* + 1(01)^*$

$(\varepsilon + 1)(01)^*(\varepsilon + 0)$

1 0101 0

ε 010101 ε

$(\varepsilon + 1)(10)^*(\varepsilon + 1)$

0 1010 1

L(ε +1)=L(ε)∪ L(1) = {ε } ∪ {1} = {ε ,1}

{ε ,1}{ε ,01,0101,010101,...}{ε ,0}

Precedenza operatori

1. $0 + 01^*$ $\quad 0 + (01)^*$
   $0 + 01^* \rightarrow \{0\} \cup \{0,01,011,0111, \dots\}$
   $0 + (01)^* \rightarrow \{0\} \cup \{\varepsilon, 01,0101,010101, \dots\}$
2. concatenazione associativa non commutativa
3. $+$ associativa, commutativa
4. $L(E + F) = L(E) \cup L(F) = L(F) \cup L(E) = L(F + E)$

Es: data $ER = (0 + 1)^* 0^* (01)^*$

001

$$(0 + 1)^* = 1\ 0\ 1\ 0$$

$L((0 + 1)^*) = (L(0 + 1))^* = \left(L(0) \cup L(1)\right)^* = (\{0\} \cup \{1\})^* = (\{0,1\})^*$

ES: ER= $0^*(01)^*$

001 si $\qquad$ 1001 no $\qquad$ 0101si $\qquad$ 0si

Osservazione: $(0 + 1)^* \neq 0^* + 1^*$

$0^* \rightarrow \{\varepsilon, 0,00,000, \dots\}$

$1^* \rightarrow \{\varepsilon, 1,11,111, \dots\}$

Identità e annichilatori:

Es: x+0=0+x=x $\forall$ x (somma)

$\emptyset$ è identità per +: $\emptyset$ +E=E+$\emptyset$ =E

ε è identità per · : εE=Eε =E

L(εE)=L(ε)={ε}· L(E)=L(E)

$\emptyset$ è annichilatore per · :$\emptyset$E=E$\emptyset$ = $\emptyset$

(aritmetica: 0x=x0=0 ∀ x)

L(∅ E)=L(∅ E)=L(∅)· L(E)=∅ · L(E)=∅

ES: data ER=$((01)^{*}10(0+1)^{*})^{*}$

0101no 01000no 01011no 101111si 101010si

101101si 0101100011si